

NGỌC HUYỀN LB



“Đây là món quà nhỏ, tri ân những tình cảm, sự quan tâm của các em đến với bộ sách Công phá Toán của chị suốt 2 năm qua. Chị chúc các em luôn mạnh khỏe và bản lĩnh vượt qua những khó khăn, thử thách trong cuộc sống. Chị tin các em sẽ làm được”.

TUYỂN TẬP 10 ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA MÔN TOÁN CHỌN LỌC PHẦN 1

*"Khi nghiêm túc, trí tuệ sẽ xuất hiện
Khi nửa vời, ngu dốt sẽ bao phủ
Khi linh tinh, bao biện sẽ hiện hữu
Khi cố hết mình, bạn sẽ làm được
Khi cố hết mình, cái gì cũng hấp dẫn
Khi cố hết mình, sẽ có người giúp bạn."*

ĐÃ NÓI LÀ LÀM — ĐÃ LÀM LÀ KHÔNG HỜI HỢT — ĐÃ LÀM LÀ HẾT MÌNH - ĐÃ LÀM LÀ KHÔNG HỎI HẬN

MỤC LỤC

Đề số 1 – Công phá đề Toán 2019 -----	3
Đề số 2 – Công phá đề Toán 2019 -----	32
Đề số 3 – THPT Chuyên ĐH Vinh lần 1 -----	53
Đề số 4 – THPT Chuyên Vĩnh Phúc lần 1 -----	70
Đề số 5 – THPT Chuyên Vĩnh Phúc lần 2 -----	88
Đề số 6 – THPT Chuyên Vĩnh Phúc lần 3 -----	102
Đề số 7 – THPT Chuyên KHTN Hà Nội lần 2 -----	121
Đề số 8 – Sở GD&ĐT Ninh Bình lần 1 -----	133
Đề số 9 – THPT Nguyễn Huệ - Thừa Thiên Huế -----	147
Đề số 10 – THPT Đào Duy Từ - Hà Nội lần 2 -----	164

Lưu ý: Trong quá trình đọc, câu nào không hiểu, nhắn tin cho chị qua đây nhé:

m.me/ngochuyenlb

ĐỀ SỐ 1 – CÔNG PHÁP ĐỀ TOÁN 2019

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



Câu 1: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $y = x^2$. B. $y = x^3 - 1$.
C. $y = \frac{4x+1}{x+2}$. D. $y = \tan x$.

Câu 2: Tất cả các giá trị x thỏa mãn bất phương trình $\log_2(3x+1) > 3$ là:

- A. $x > \frac{7}{3}$. B. $-\frac{1}{3} < x < 7$.
C. $x > -\frac{1}{3}$. D. $x > \frac{8}{3}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;3)$, $B(-1;2;5)$, $C(0;0;1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

- A. $G(0;0;3)$. B. $G(0;0;9)$.
C. $G(-1;0;3)$. D. $G(0;0;1)$.

Câu 4: Nghiệm của phương trình $\sin \frac{x}{2} = 1$ là:

- A. $x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5: Cho hai đường thẳng a và b chéo nhau. Có bao nhiêu mặt phẳng chứa a và song song với b ?

- A. 0. B. 2. C. Vô số. D. 1.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(a;b)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Nếu $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên khoảng $(a;b)$.

B. Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0 \in (a;b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0; f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.

C. Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = x_0$ thì $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) < 0 \end{cases}$

D. Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in (a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$.

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2019

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 7: Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{2x+3}$.

- A. $y' = 2^{2x+2} \ln 4$. B. $y' = 4^{x+2} \ln 4$.
C. $y' = 2^{2x+2} \ln 16$. D. $y' = 2^{2x+3} \ln 2$.

Câu 8: Cho phương trình $25^x - 20.5^{x-1} + 3 = 0$. Khi đặt $t = 5^x$, ta được phương trình nào sau đây?

- A. $t^2 - 3 = 0$. B. $t^2 - 4t + 3 = 0$.
C. $t^2 - 20t + 3 = 0$. D. $t - \frac{20}{t} + 3 = 0$.

Câu 9: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{2x+1}}$ có dạng:

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{2x+1} + C$.
B. $\int f(x) dx = \sqrt{2x+1} + C$.
C. $\int f(x) dx = 2\sqrt{2x+1} + C$.
D. $\int f(x) dx = \frac{1}{(2x+1)\sqrt{2x+1}} + C$.

Câu 10: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3-5i$.

Tính môđun của z .

- A. $|z| = \sqrt{17}$. B. $|z| = 16$.
C. $|z| = 17$. D. $|z| = 4$.

Câu 11: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. Trong một khối đa diện mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

B. Trong một khối đa diện mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh.

C. Trong một khối đa diện mỗi cạnh của một khối đa diện là cạnh chung của đúng 2 mặt.

D. Trong một khối đa diện hai mặt bất kì luôn có ít nhất một điểm chung.

Câu 12: Trên mặt phẳng phức, tập hợp các số phức $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z+2+i| = |\bar{z}-3i|$ là đường thẳng có phương trình

- A. $y = x+1$. B. $y = -x+1$.
C. $y = -x-1$. D. $y = x-1$.

Câu 13: Hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng a . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là:

- A. $4\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\sqrt{2}\pi a^2$. D. $2\pi a^2$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; -2; 1)$, $N(0; 1; 3)$. Phương trình đường thẳng qua hai điểm M, N là

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-2}{1}$.
C. $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$. Điểm cực đại của hàm số là:

- A. $M(1; 2)$. B. $N(3; \frac{2}{3})$.
C. $x = 3$. D. $x = 1$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tìm tất cả giá trị của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình mặt cầu.

- A. $1 < m < 2$. B. $m < 1$ hoặc $m > 2$.
C. $-2 \leq m \leq 1$. D. $m < -2$ hoặc $m > 1$.

Câu 17: Cho cấp số cộng (u_n) và gọi S_n là tổng n số hạng đầu tiên của nó. Biết $S_7 = 77$ và $S_{12} = 192$. Tìm số hạng tổng quát u_n của cấp số cộng đó

- A. $u_n = 5 + 4n$. B. $u_n = 3 + 2n$.
C. $u_n = 2 + 3n$. D. $u_n = 4 + 5n$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x - 1}$ khi đó $f'(2)$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$. Tìm phương trình đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc (P) .

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z+2}{2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-2}{-2}$.
C. $\frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{2}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z-2}{2}$.

Câu 20: Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$-\infty$

A. $y = x^3 - 3x^2 - 1$. B. $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.

C. $y = -x^3 + 3x^2 - 1$. D. $y = -x^3 - 3x - 2$.

Câu 21: Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b = 2$. Giá trị của $\log_{a^2b} \frac{a^4}{b\sqrt{b}}$ bằng

- A. -2. B. $\frac{1}{4}$. C. 4. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 22: Biết $\int_0^2 2x \ln(x+1) dx = a \ln b$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$, b là số nguyên tố. Tính $6a + 7b$.

- A. $6a + 7b = 33$. B. $6a + 7b = 25$.
C. $6a + 7b = 42$. D. $6a + 7b = 39$.

Câu 23: Bất phương trình $2^{x^2 - 3x + 4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x - 10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 24: Gọi S là tổng tất cả các giá trị của m để đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{mx + 1}{2m + 1 - x}$ cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 3. Tính S .

- A. $S = \frac{5}{2}$. B. $S = -\frac{5}{2}$. C. $S = -\frac{1}{2}$. D. $S = 2$.

Câu 25: Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay xung quanh trục Ox .

- A. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$. B. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.
C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$. D. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$.

Câu 26: Tính mô đun của số phức z thỏa mãn $(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13 + 2i$.

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = 3$. C. $|z| = \sqrt{5}$. D. $|z| = \sqrt{13}$.

Câu 27: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$, cạnh bên bằng $3a$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = 4\sqrt{7}a^3$. B. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{9}$.
C. $V = \frac{4a^3}{3}$. D. $V = \frac{4\sqrt{7}a^3}{3}$.

Câu 28: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn (O) và (O') , chiều cao $h = a\sqrt{3}$ và bán kính đáy

$R = a$. Một hình nón có đỉnh là O' và đáy là hình tròn $(O; R)$. Tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng

- A. 3. B. $\sqrt{2}$. C. 2. D. $\sqrt{3}$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua các điểm $A(-2; 0; 0)$, $B(0; 3; 0)$, $C(0; 0; -3)$. Mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau?

- A. $(Q_1): x + y + z + 1 = 0$.
B. $(Q_2): x - 2y - z - 3 = 0$.
C. $(Q_3): 2x + 2y - z - 1 = 0$.
D. $(Q_4): 3x - 2y + 2z + 6 = 0$.

Câu 30: Cho bất phương trình $x^2 + 2|x + m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0$ với m là tham số. Tập tất cả giá trị của m để bất phương trình có nghiệm là $\left(a; \frac{b}{c}\right)$. Tính $a + b + c$.

- A. $a + b + c = 4$. B. $a + b + c = 0$.
C. $a + b + c = 1$. D. $a + b + c = 2$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(1; -2; 1)$; bán kính $R = 4$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{-1}$. Mặt phẳng (P) chứa d và cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn có diện tích nhỏ nhất. Hỏi trong các điểm sau điểm nào có khoảng cách đến mặt phẳng (P) lớn nhất.

- A. $O(0; 0; 0)$. B. $A\left(1; \frac{3}{5}; -\frac{1}{4}\right)$.
C. $B(-1; -2; -3)$. D. $C(2; 1; 0)$.

Câu 32: Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$, số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$ là

- A. $-101376x^8$. B. -101376 .
C. -112640 . D. $-112640x^8$.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = \ln(-x^2 + mx + 2m + 1)$ xác định với mọi $x \in (1; 2)$

- A. $m \geq -\frac{1}{3}$. B. $m \geq \frac{3}{4}$. C. $m > \frac{3}{4}$. D. $m < -\frac{1}{3}$.

Câu 34: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ là hai điểm phân biệt thuộc

(C) với x_1, x_2, y_1, y_2 là những số nguyên, trong đó $x_1 > x_2$. Gọi $P(a; b)$ là điểm thuộc (C) sao cho tam giác MNP cân tại M . Tính $a + b$.

- A. $a + b = 1$. B. $a + b = 5$.
C. $a + b = 7$. D. $a + b = 7 + 2\sqrt{3}$.

Câu 35: Cho hai số thực a và b thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{2x + 1} - ax - b \right) = 0$. Khi đó $a + 2b$ bằng

- A. -4 . B. -5 . C. 4 . D. -3 .

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA = AB = 1$, $AD = 2$. Điểm M thuộc SA sao cho $AM = x (0 < x < 1)$. Tìm x để mặt phẳng (MCD) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối có thể tích là V_1, V_2 . Biết $\frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{7}$, hỏi giá trị của x nằm trong khoảng nào?

- A. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{4}{9}\right)$. C. $\left(\frac{4}{9}; \frac{5}{6}\right)$. D. $\left(\frac{5}{6}; 1\right)$.

Câu 37: Cho phương trình $4\sqrt{6+x-x^2} - 3x = m(\sqrt{x+2} + 2\sqrt{3-x})$ với m là tham số. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm?

- A. 10. B. 9. C. 11. D. 8.

Câu 38: Biết hàm số $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{2x-3}$ ($a, b, c \in \mathbb{Z}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{20x^2 - 30x + 11}{\sqrt{2x-3}}$ trên khoảng $\left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$. Tính

$T = a + b + c$.

- A. $T = 8$. B. $T = 5$. C. $T = 6$. D. $T = 7$.

Câu 39: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2 < m \leq 4$. B. $0 < m \leq 2$.
C. $m \leq 0$. D. $m > 4$.

Câu 40: Xét tất cả các số phức z thỏa mãn $|z - 3i + 4| = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $|z^2 + 7 - 24i|$ nằm trong khoảng nào?

- A. $(0; 1009)$. B. $(1009; 2018)$.
C. $(2018; 4036)$. D. $(4036; +\infty)$.

Câu 41: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 4x - 7y + z + 25 = 0$ và đường

thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{-1}$. Gọi d'_1 là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P) . Đường thẳng d_2 nằm trên (P) tạo với d_1, d'_1 các góc bằng nhau, d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}_2(a;b;c)$. Tính $\frac{a+2b}{c}$.

- A. $\frac{a+2b}{c} = \frac{2}{3}$. B. $\frac{a+2b}{c} = 0$.
C. $\frac{a+2b}{c} = \frac{1}{3}$. D. $\frac{a+2b}{c} = 1$.

Câu 42: Cho parabol $(P_1): y = -x^2 + 2x + 3$ cắt trục hoành tại hai điểm A, B và đường thẳng $d: y = a$ ($0 < a < 4$). Xét parabol (P_2) đi qua A, B và có đỉnh thuộc đường thẳng $y = a$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và d . S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P_2) và trục hoành. Biết $S_1 = S_2$, tính $T = a^3 - 8a^2 + 48a$.

- A. $T = 99$. B. $T = 64$. C. $T = 32$. D. $T = 72$.

Câu 43: Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 phải lớn hơn $\frac{5}{6}$?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 44: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình:

$$2\log_{mx-5}(2x^2 - 5x + 4) = \log_{\sqrt{mx-5}}(x^2 + 2x - 6)$$

có nghiệm duy nhất. Tìm số phần tử của S .

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus [-2; 2]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$
y'	$-$			$-$ 0 $+$	
y	$+\infty$		$+\infty$	2018	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình

$$|f(2018x - 2019)| = 2020$$
 là

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 46: Cho hàm số $g(x) = \int_x^{\frac{x^2}{\ln t}} \frac{1}{\ln t} dt$ với $x > 0$. Tính $g'(e^2)$.

- A. $g'(e^2) = \frac{e^2 - 1}{2}$. B. $g'(e^2) = \frac{1 - e^2}{2}$.
C. $g'(e^2) = \frac{1}{2}$. D. $g'(e^2) = 2$.

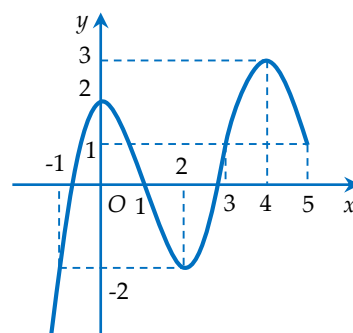
Câu 47: Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 45° , diện tích tam giác $A'BC$ bằng $a^2\sqrt{6}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

- A. $\frac{4\pi a^2\sqrt{3}}{3}$. B. $2\pi a^2$.
C. $4\pi a^2$. D. $\frac{8\pi a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 7 = 0$ và đường thẳng d_m là giao tuyến của hai mặt phẳng $x + (1 - 2m)y + 4mz - 4 = 0$ và $2x + my - (2m + 1)z - 8 = 0$. Khi m thay đổi các giao điểm của d_m và (S) nằm trên một đường tròn cố định. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = \sqrt{\frac{142}{15}}$. B. $r = \sqrt{\frac{92}{3}}$.
C. $r = \sqrt{\frac{23}{3}}$. D. $r = \sqrt{\frac{586}{15}}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình bên dưới. Hàm số $y = -2f(2 - x) + x^2$ nghịch biến trên khoảng



- A. $(-3; -2)$. B. $(-2; -1)$.
C. $(-1; 0)$. D. $(0; 2)$.

Câu 50: Cho phương trình $z^4 + az^3 + bz^2 + cz + d = 0$, với a, b, c, d là các số thực. Biết phương trình có 4 nghiệm không là số thực, tích hai trong bốn nghiệm bằng $13 + i$ và tổng của hai nghiệm còn lại bằng $3 + 4i$. Hỏi b nằm trong khoảng nào?

- A. $(0; 10)$. B. $(10; 40)$. C. $(40; 60)$. D. $(60; 100)$.

ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.A	5.D	6.C	7.C	8.B	9.A	10.A
11.D	12.D	13.D	14.C	15.D	16.B	17.B	18.A	19.C	20.B
21.B	22.D	23.D	24.C	25.B	26.D	27.D	28.D	29.C	30.D
31.A	32.A	33.B	34.C	35.D	36.C	37.A	38.D	39.D	40.B
41.D	42.B	43.C	44.A	45.C	46.A	47.C	48.A	49.C	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1: Đáp án B.**

Xét hàm số $y = x^3 - 1$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$

$y' = 3x^2 \geq 0, \forall x$. Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Bài tập tương tự:

1. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^2 + x$. B. $y = x^4 + x^2$. C. $y = x^3 + x$. D. $y = \frac{x+1}{x+3}$.

2. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 - x^2 + 2x + 3$. B. $y = 4x^4 + x^2 - 2$.
C. $y = \frac{x-1}{x-2}$. D. $y = \frac{1}{x-2}$.

Đáp án: 1C; 2A.

Câu 2: Đáp án A.

Ta có $\log_2(3x+1) > 3 \Leftrightarrow 3x+1 > 8 \Leftrightarrow x > \frac{7}{3}$.

Bài tập tương tự:

1. Tất cả các giá trị x thỏa mãn bất phương trình $\log_3(x-1) > 2$ là

A. $x > 10$. B. $x < 10$. C. $0 < x < 10$. D. $x \geq 10$.

2. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x^2+2) \leq 3$ là:

A. $S = (0; 5]$. B. $S = (-\infty; 5]$. C. $S = \mathbb{R}$. D. $S = [-5; 5]$.

3. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x > \log_2(8-x)$ là

A. $(8; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(4; 8)$. D. $(0; 4)$.

Đáp án: 1A; 2D; 3C.

Câu 3: Đáp án A.

Theo công thức tính tọa độ trọng tâm của tam giác

$$\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = \frac{1-1+0}{3} = 0 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = \frac{-2+2+0}{3} = 0 \text{ nên } G(0;0;1) \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = \frac{3+5+1}{3} = 1 \end{cases}$$

Bài tập tương tự:

1. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;2;-2)$, $B(-3;5;1)$, $C(1;-1;-2)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC ?

A. $G(0;2;-1)$. B. $G(0;2;3)$. C. $G(0;-2;-1)$. D. $G(2;5;-2)$.

2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(-2;4;1)$, $B(1;1;-6)$, $C(0;-2;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC .

STUDY TIP

Cho $\triangle ABC$ có trọng tâm G .
Khi đó ta có:

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \\ z_A + z_B + z_C = 3z_G \end{cases}$$

A. $G\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. B. $G(-1; 3; -2)$. C. $G\left(\frac{1}{3}; -1; \frac{2}{3}\right)$. D. $G\left(-\frac{1}{3}; 1; -\frac{2}{3}\right)$.

3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 2; 4)$, $B(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB .

A. $G(6; 3; 3)$. B. $G(2; 1; 1)$. C. $G(2; 1; 1)$. D. $G(1; 2; 1)$.

Đáp án: 1A; 2D; 3D.

Câu 4: Đáp án A.

Cách 1: Ta có $\sin \frac{x}{2} = 1 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \pi + k4\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Cách 2: Sử dụng với Máy tính cầm tay CASIO fx – 580VN X

Nhập vào màn hình: $\sin \left[\frac{\pi}{2} \right] = 1$

Nhập vào lần lượt các giá trị của x là $\frac{5\pi}{2}; 2\pi, 3\pi, 5\pi$ thì $x = 5\pi$ thỏa mãn. Từ đó ta chọn phương án A.

Bài tập tương tự:

1. Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

2. Phương trình $2\sin x = 1$ có nghiệm là:

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{R})$. B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k3\pi \end{cases} (k \in \mathbb{R})$.
C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$. D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$.

3. Phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là:

A. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Đáp án: 1A; 2C; 3B.

Câu 5: Đáp án C.

Lấy điểm M trên a , qua M kẻ đường thẳng b' song song với b . Khi đó mặt phẳng $(a; b')$ song song với b .

Nếu có một mặt phẳng (P) khác $(a; b')$ chứa a mà song song với b khi đó

$(P) \cap (a; b') = a$ phải song song với b . Mâu thuẫn a, b chéo nhau. Vậy có duy nhất một mặt phẳng chứa a và song song với b .

Bài tập tương tự:

1. Tìm khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. Nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng thì nó song song với một đường thẳng nào đó nằm trong mặt phẳng đó.

B. Nếu hai mặt phẳng cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì chúng song song với nhau.

C. Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến thì ba giao tuyến đó phải đồng quy.

D. Trong không gian, hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì hai đường thẳng đó song song với nhau.

2. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

A. Nếu hai mặt phẳng song song cùng cắt mặt phẳng thứ ba thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau.

B. Ba mặt phẳng đôi một song song chắn trên hai đường thẳng chéo nhau những đoạn thẳng tương ứng tỉ lệ.

C. Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì mọi đường thẳng nằm trên mặt phẳng (P) đều song song với mặt phẳng (Q) .

D. Nếu mặt phẳng (P) có chứa hai đường thẳng phân biệt và hai đường thẳng đó cùng song song với mặt phẳng (Q) thì mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) .

3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

B. Hai mặt phẳng phân biệt không song song thì cắt nhau.

C. Hai mặt phẳng phân biệt cùng song song với mặt phẳng thứ ba thì song song với nhau.

D. Hai đường thẳng chéo nhau thì không cùng thuộc một mặt phẳng.

Đáp án: 1A; 2D; 3A.

Câu 6: Đáp án C.

Phương án C sai vì tồn tại hàm số $y = -x^4$ đạt cực đại tại $x_0 = 0$ nhưng $f'(0) = f''(0) = 0$.

Bài tập tương tự: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng K và $x_0 \in K$.

Tìm mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $f''(x_0) < 0$.

B. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_0 thì tồn tại $a < x_0$ để $f'(a) > 0$.

C. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

D. Nếu $f'(x_0) = 0$ và $f''(x_0) \neq 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0 .

Đáp án A.

Câu 7: Đáp án C.

Áp dụng công thức đạo hàm $(a^u)' = u' \cdot a^u \cdot \ln a$

Ta có $y' = (2x+3)' 2^{2x+3} \ln 2 = 2^{2x+3} \ln 4 = 2^{2x+2} \ln 16$.

Bài tập tương tự:

1. Tính đạo hàm của hàm số $y = f(x) = e^{2x-3}$.

A. $f'(x) = 2e^{2x-3}$ B. $f'(x) = -2e^{2x-3}$ C. $f'(x) = 2e^{x-3}$ D. $f'(x) = e^{2x-3}$

2. Tính đạo hàm của hàm số $y = 17^{-x}$

A. $y' = 17^{-x} \ln 17$ B. $y' = -x \cdot 17^{-x-1}$ C. $y' = -17^{-x}$ D. $y' = -17^{-x} \ln 17$

3. Đạo hàm của hàm số $y = x \cdot 2^x$ là

A. $y' = (1+x \ln 2) 2^x$ B. $y' = (1-x \ln 2) 2^x$

C. $y' = (1+x) 2^x$ D. $y' = 2^x + x^2 2^{x-1}$

Đáp án: 1A; 2D; 3A.

Câu 8: Đáp án D.

Phương trình $25^x - 20.5^{x-1} + 3 = 0 \Leftrightarrow 5^{2x} - 4.5^x + 3 = 0$.

Đặt $t = 5^x, t > 0$. Khi đó, ta được phương trình $t^2 - 4t + 3 = 0$.

Bài tập tương tự:

1. Từ phương trình $(3+2\sqrt{2})^x - 2(\sqrt{2}-1)^x = 3$ đặt $t = (\sqrt{2}-1)^x$ ta thu được phương trình nào sau đây?

A. $t^3 - 3t - 2 = 0$.

B. $2t^3 + 3t^2 - 1 = 0$.

C. $2t^3 + 3t - 1 = 0$.

D. $2t^2 + 3t - 1 = 0$.

2. Xét bất phương trình $5^{2x} - 3.5^{x+2} + 32 < 0$. Nếu đặt $t = 5^x$ thì bất phương trình trở thành bất phương trình nào sau đây?

A. $t^2 - 3t + 32 < 0$.

B. $t^2 - 16t + 32 < 0$.

C. $t^2 - 6t + 32 < 0$.

D. $t^2 - 75t + 32 < 0$.

3. Cho phương trình $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$. Khi đặt $t = 3^{x+1}$ phương trình đã cho trở thành phương trình nào trong các phương trình dưới đây?

A. $81t^2 - 3t - 2 = 0$.

B. $27t^2 - 3t - 2 = 0$.

C. $27t^2 + 3t - 2 = 0$.

D. $3t^2 - t - 2 = 0$.

Đáp án: 1B; 2D; 3B.

Câu 9: Đáp án A.

Đặt $\sqrt{2x+1} = t \Rightarrow 2x+1 = t^2 \Rightarrow dx = tdt$.

Khi đó ta có $\int \frac{1}{2} \sqrt{2x+1} dx = \frac{1}{2} \int \frac{tdt}{t} = \frac{1}{2} \int dt = \frac{1}{2} t + C = \frac{1}{2} \sqrt{2x+1} + C$.

Bài tập tương tự:

1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x+3}$ có dạng

A. $\frac{1}{2} \ln(2x+3) + C$.

B. $\frac{1}{2} \ln|2x+3| + C$.

C. $\ln|2x+3| + C$.

D. $\frac{1}{\ln 2} \ln|2x+3| + C$.

2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ có dạng:

A. $\ln|x+2| + C$.

B. $\frac{1}{2} \ln|x+2| + C$.

C. $\ln(x+2) + C$.

D. $\frac{1}{2} \ln(x+2) + C$.

3. Nguyên hàm của hàm số $\int \frac{6x+2}{3x-1} dx$ có dạng:

A. $F(x) = 2x + \frac{4}{3} \ln|3x-1| + C$.

B. $F(x) = 2x + 4 \ln|3x-1| + C$.

C. $F(x) = \frac{4}{3} \ln|3x-1| + C$.

D. $F(x) = 2x + 4 \ln(3x-1) + C$.

Đáp án: 1B; 2A; 3A.

Câu 10: Đáp án A.

Cách 1:

Ta có $z(1+i) = 3-5i \Leftrightarrow z = \frac{3-5i}{1+i} = -1-4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay CASIO fx-580VN X

[MENU] [2] [SHIFT] [C] [3] [-] [5] [ENG] [v] [1] [+] **[ENG] [v] [v] [=]**

Bài tập tương tự: Cho số phức $z = 2-3i$. Môđun của số phức $w = (1+i)z$

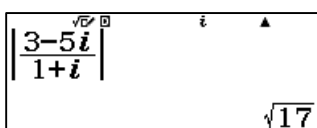
A. $|w| = \sqrt{26}$.

B. $|w| = \sqrt{37}$.

C. $|w| = 5$.

D. $|w| = 4$.

Đáp án A.



Câu 11: Đáp án D.

Hình lập phương, hình hộp có các mặt song song với nhau.

Bài tập tương tự:

- Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
 - Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
 - Số đỉnh và số mặt của một hình đa diện luôn luôn bằng nhau.
 - Tồn tại hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
 - Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.
- Mỗi đỉnh của hình đa diện là đỉnh chung của ít nhất bao nhiêu mặt?
 - Năm mặt.
 - Bốn mặt.
 - Ba mặt.
 - Hai mặt.
- Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?
 - Tồn tại một hình đa diện có số cạnh bằng số đỉnh.
 - Tồn tại một hình đa diện có số cạnh và số mặt bằng nhau.
 - Số đỉnh và số mặt của hình đa diện luôn bằng nhau.
 - Tồn tại một hình đa diện có số đỉnh và số mặt bằng nhau.

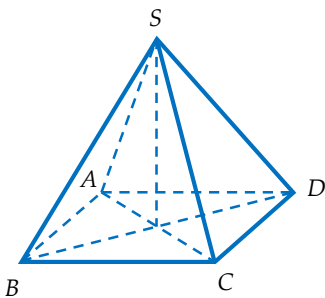
Đáp án: 1D; 3D**Câu 12: Đáp án D.**

Từ $z = x + yi \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

$$\begin{aligned} \text{Do đó } |x + yi + 2 + i| &= |x - yi - 3i| \Leftrightarrow |(x + 2) + (y + 1)i| = |x - (y + 3)i| \\ \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 1)^2 &= x^2 + (y + 3)^2 \Leftrightarrow 4x + 2y + 5 = 6y + 9 \Leftrightarrow y = x - 1. \end{aligned}$$

Bài tập tương tự:

- Cho số phức z thỏa mãn $|z + 3 - 4i| = 5$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.
 - $I(3; -4), R = \sqrt{5}$.
 - $I(-3; 4), R = \sqrt{5}$.
 - $I(3; -4), R = 5$.
 - $I(-3; 4), R = 5$.
- Tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|z + 1| = |1 - i - 2z|$ là đường tròn (C) . Tính bán kính R của đường tròn (C)
 - $R = \frac{10}{9}$.
 - $R = 2\sqrt{3}$.
 - $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.
 - $R = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

Đáp án: 1D; 2D.**Câu 13: Đáp án D.**

Gọi $O = AC \cap BD$. Vì $\triangle SBD = \triangle ABD$ nên $OS = OA$ mà $OA = OB = OC = OD$

Suy ra, O cách đều tất cả các đỉnh của hình chóp.

Suy ra, O là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

Bán kính mặt cầu này $R = OA = \frac{a\sqrt{2}}{2}$. Vậy $S_{mc} = 4\pi R^2 = 2\pi a^2$.

Bài tập tương tự: Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- $S = \frac{16\pi a^2}{9}$.
- $S = \frac{64\pi a^2}{9}$.
- $S = \frac{16\pi a^2}{3}$.
- $S = \frac{64\pi a^2}{3}$.

Đáp án A.**Câu 14: Đáp án C.**

Đường thẳng MN đi qua $N(0; 1; 3)$ và có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{MN} = (-1; 3; 2)$

có phương trình là $\frac{x}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{2}$.

Bài tập tương tự:

1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -1; -2)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$.

2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3; -1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y - 3z - 5 = 0$ có phương trình là

A. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

B. $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

C. $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-3}$.

D. $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Đáp án: 1A; 2C.

Câu 15: Đáp án D.

Cách 1: Ta có $y' = x^2 - 4x + 3$. Xét $y' = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = 3 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	2	$\frac{2}{3}$	$+\infty$	

Do đó, điểm cực đại của hàm số là $x = 1$.

Cách 2:

Ta có $y' = x^2 - 4x + 3$. Xét $y' = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \Rightarrow y = 2 \\ x = 3 \Rightarrow y = \frac{2}{3} \end{cases}$.

Ta có $y'' = 2x - 4 \Rightarrow \begin{cases} y''(1) = -2 < 0 \\ y''(3) = 2 > 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Do đó, điểm cực đại của hàm số là $x = 1$.

Bài tập tương tự:

1. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. -2.

2. Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 1$. Biểu thức liên hệ giữa giá trị cực đại (y_{CD}) và giá trị cực tiểu (y_{CT}) là

A. $y_{CD} = 3y_{CT}$.

B. $y_{CT} = -3y_{CD}$.

C. $y_{CD} = -y_{CT}$.

D. $y_{CD} = -3y_{CT}$.

3. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 12x + 20$ là

A. $M(-2; 0)$.

B. $N(2; -4)$.

C. $P(2; 36)$.

D. $Q(-2; 36)$.

Đáp án: 1D; 2D; 3D.

Câu 16: Đáp án B.

Ta có $a = m + 2$, $b = -2m$, $c = 0$, $d = 19m - 6$

MEMORIZE

Cho hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 . Khi đó

+ $x = x_0$ được gọi là điểm cực trị của hàm số.

+ $y = f(x_0)$ được gọi là giá trị cực trị hay cực trị của hàm số $y = f(x)$.

+ Điểm $M(x_0; f(x_0))$ được gọi là điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Bài tập tương tự:

- Tính $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ biết $f(x) = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$.
 A. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -2$. B. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$. C. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. D. $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{2}$.
- Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Tính $f''(-1)$.
 A. $f''(-1) = -\frac{8}{27}$. B. $f''(-1) = \frac{2}{9}$. C. $f''(-1) = \frac{8}{27}$. D. $f''(-1) = -\frac{4}{27}$.
- Cho hàm số $f(x) = \cos 2x$. Tính $f''(\pi)$.
 A. $f''(\pi) = 4$. B. $f''(\pi) = 0$. C. $f''(\pi) = -4$. D. $f''(\pi) = -1$.

Đáp án: 1D; 2A; 3C.

Câu 19: Đáp án C.

d qua điểm $M(1; -3; 2)$ và vuông góc (P) nhận $\vec{u} = (1; -3; 2)$ là vectơ chỉ phương

có dạng $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -3 - 3t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$. Cho $t = -1 \Rightarrow O(0; 0; 0) \in d \Rightarrow d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z}{2}$.

Bài tập tương tự:

- Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x + 3y = 0$, $(Q): 3x + 4y = 0$. Đường thẳng qua A song song với hai mặt phẳng (P) , (Q) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 3 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = t \\ z = 3 \end{cases}$.

- Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = -1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$ và đường thẳng $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(1; -1; 2)$, đồng thời vuông góc với cả hai đường thẳng d_1 và d_2 .

A. $\frac{x-1}{14} = \frac{y+1}{17} = \frac{z-2}{9}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{4}$.
 C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{4}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$.

- Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): z - 1 = 0$ và $(Q): x + y + z - 3 = 0$. Gọi d là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , cắt đường thẳng $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{-1}$ và vuông góc với đường thẳng Δ . Phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Đáp án: 1B; 2A; 3C.

Câu 20: Đáp án C.

Từ bảng biến thiên suy ra hệ số của x^3 phải âm nên ta loại phương án A.
 Tại $x = 0$ thì $y = -2$ suy ra loại C.

STUDY TIP

Một số lưu ý khi xác định vectơ chỉ phương của đường thẳng:

+ $d \perp (P)$ thì d có vectơ chỉ phương là $\vec{n}_P$.

+ $d \perp d_1, d \perp d_2$ (d_1, d_2 có vtcp lần lượt là $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ và $\vec{u}_1, \vec{u}_2$ không cùng phương) thì $\vec{u}_d = [\vec{u}_1, \vec{u}_2]$.

+ $d // (P), d // (Q)$ với $(P), (Q)$ cắt nhau thì $\vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q]$.

+ $d // (P), d \perp d_1$ với d_1 và (P) không song song, không vuông góc thì $\vec{u}_d = [\vec{n}_P, \vec{u}_1]$.

$y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt nên loại D.

Do vậy phương án B. thỏa mãn.

Bài tập tương tự:

1. Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-	0	-
y	$+\infty$		$-\infty$

A. $y = x^3 - 6x^2 + 12x$.

B. $y = -x^3 + 4x - 4$.

C. $y = -x^3 + 6x^2 - 12x$.

D. $y = -x^3 + 4x^2 - 4x$.

2. Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$-\infty$	2

A. $y = \frac{2x-1}{x-2}$.

B. $y = \frac{2x-3}{x+2}$.

C. $y = \frac{x+3}{x-2}$.

D. $y = \frac{2x-5}{x-2}$.

Đáp án: 1C; 2A.

Câu 21: Đáp án B.

$$\log_a b = 2 \Rightarrow b = a^2.$$

$$\log_{a^2b} \frac{a^4}{b\sqrt{b}} = \log_{a^4} \frac{a^4}{a^3} = \log_{a^4} a = \frac{1}{4}.$$

Bài tập tương tự:

1. Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b = \sqrt{3}$. Giá trị của

$$\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}} \right)$$
 là

A. $-\sqrt{3}$.

B. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $-2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

2. Cho $\log_a b = 2$ với a, b là các số thực dương và 1 khác 1. Tính giá trị biểu thức

$$T = \log_{a^2} b^6 + \log_a \sqrt{b}.$$

A. $T = 8$.

B. $T = 7$.

C. $T = 5$.

D. $T = 6$.

3. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Giá trị của biểu thức $P = \log_a \left(\frac{b^2}{c^3} \right)$ bằng:

A. 36.

B. $\frac{4}{9}$.

C. -5.

D. 13.

Đáp án: 1B; 2B; 3C.

Câu 22: Đáp án D.

$$\text{Xét } I = \int_0^2 2x \ln(x+1) dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = 2x dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x+1} dx \\ v = x^2 - 1 \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } I = (x^2 - 1) \ln(x+1) \Big|_0^2 - \int_0^2 \frac{x^2 - 1}{x+1} dx = 3 \ln 3 - \int_0^2 (x-1) dx$$

STUDY TIP

Khi tính tích phân sử dụng phương pháp tích phân từng phần với công thức

$$\int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du.$$

Với lưu ý thứ tự Lô - Đại - Lượng - Mũ (tức là hàm Lôgarit; Đa thức, Phân thức hoặc Căn thức; Lượng giác; Mũ) cụ thể

$$+ I = \int_0^2 2x \ln(x+1) dx \text{ gồm}$$

hai hàm Lôgarit và Đa thức (theo thứ tự Lôgarit đứng trước) ta đặt $\begin{cases} u = \ln(x+1) \\ dv = 2x dx \end{cases}$.

+ Gồm hai hàm Mũ và Đa thức (theo thứ tự Đa thức đứng trước) ta đặt $\begin{cases} u = x^2 \\ dv = e^x dx \end{cases}$.

$$+ I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x \sin x dx \text{ gồm 2 hàm}$$

Mũ và Lượng giác (theo thứ tự Lượng giác đứng trước) ta đặt $\begin{cases} u = \sin x \\ dv = e^x dx \end{cases}$.

$$\begin{cases} u = \sin x \\ dv = e^x dx \end{cases}$$

$$= 3 \ln 3 - \left(\frac{x^2}{2} - x \right) \Big|_0^2 = 3 \ln 3.$$

$$\text{Vậy } a=3, b=3 \Rightarrow 6a+7b=39.$$

Bài tập tương tự:

1. Tính tích phân $I = \int_1^2 x e^x dx$.

A. $I = e^2$. B. $I = -e^2$. C. $I = 3e^2 - 2e$. D. $I = e$.

2. Tính tích phân $I = \int_4^5 (x+1) \ln(x-3) dx$?

A. $I = 10 \ln 2$. B. $I = 10 \ln 2 + \frac{19}{4}$. C. $I = \frac{19}{4} - 10 \ln 2$. D. $I = 10 \ln 2 - \frac{19}{4}$.

3. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx$.

A. $I = \frac{\pi}{2} - 1$. B. $I = \frac{\pi}{2} + 1$. C. $I = 1$. D. $I = \frac{\pi}{2}$.

Đáp án: 1A; 2D; 3A.

Câu 23: Đáp án D.

Bất phương trình tương đương với $2^{x^2-3x+4} \leq 2^{10-2x} \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 \leq 10 - 2x$
 $\Leftrightarrow x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$. Mà x nguyên dương nên $x \in \{1; 2; 3\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên dương thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Bài tập tương tự:

1. Bất phương trình $\left(\frac{9}{7}\right)^{3x-2x^2} \geq \frac{9}{7}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

2. Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2+4x} > \frac{1}{32}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. 6. B. 7. C. 5. D. 4.

3. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $(\sqrt{10}-3)^{\frac{3-x}{x-1}} > (\sqrt{10}+3)^{\frac{x+1}{x+3}}$ là?

A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

4. Gọi S là tập hợp các nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x^2-3x-10}} > 3^{2-x}$.

Tìm số phần tử của S .

A. 11. B. 10. C. 9. D. 1.

Đáp án: 1C; 2C; 3D; 4C.

Câu 24: Đáp án C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{mx+1}{2m+1-x} = -m$;

$$\lim_{x \rightarrow (2m+1)^+} \frac{mx+1}{2m+1-x} = \lim_{x \rightarrow (2m+1)^+} \frac{m(2m+1)+1}{2m+1-x} = \lim_{x \rightarrow (2m+1)^+} \frac{2m^2+m+1}{2m+1-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow (2m+1)^+} (2m^2+m+1) = 2m^2+m+1 > 0;$$

$$\lim_{x \rightarrow (2m+1)^+} (2m+1-x) = 0 \text{ và } 2m+1-x < 0 \forall x > 2m+1.$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow (2m+1)^+} \frac{mx+1}{2m+1-x} = -\infty.$$

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận $x = 2m + 1$ và $y = -m$.

Hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

$$3 \text{ suy ra } |2m+1| \cdot |m| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 + m = 3 \\ 2m^2 + m = -3 \text{ (PTVN)} \end{cases} \Leftrightarrow 2m^2 + m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Bài tập tương tự:

1. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{(2m-n)x^2 + mx + 1}{x^2 + mx + n - 6}$ (m, n là tham số) nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m + n$.

- A. 6. B. -6. C. 8. D. 9.

2. Biết rằng hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-m}$ (m là tham số thực) tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 2. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

- A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm 2$. C. $m = 2$. D. $m = 1$.

3. Cho đồ thị hai hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$ và $g(x) = \frac{ax+1}{x+2}$ với $a \neq \frac{1}{2}$. Tìm tất cả các giá trị thực dương của a để các tiệm cận của hai đồ thị hàm số tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 4.

- A. $a = 1$. B. $a = 4$. C. $a = 3$. D. $a = 6$.

Đáp án: 1D; 2A; 3D.

Câu 25: Đáp án B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$

Vậy thể tích khối tròn xoay được tính: $V = \pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx.$

Bài tập tương tự:

1. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox bằng:

- A. $\frac{32\pi}{15}$. B. $\frac{64\pi}{15}$. C. $\frac{21\pi}{15}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

2. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành, quanh trục hoành.

- A. $\frac{81\pi}{10}$. B. $\frac{85\pi}{10}$. C. $\frac{41\pi}{7}$. D. $\frac{8\pi}{7}$.

Đáp án: 1B; 2A.

Câu 26: Đáp án D.

Gọi $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

$$(1+i)z + (2-i)\bar{z} = 13 + 2i \Leftrightarrow (1+i)(a+bi) + (2-i)(a-bi) = 13 + 2i$$

$$\Leftrightarrow (a-b) + (a+b)i + (2a-b) - (2b+a)i = 13 + 2i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 2b = 13 \\ -b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow z = 3 - 2i \Rightarrow |z| = \sqrt{13}.$$

Bài tập tương tự:

1. Cho số phức z thỏa mãn $z(1-2i) + \bar{z}i = 15 + i$. Tìm modun của số phức z ?

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = 4$. C. $|z| = 2\sqrt{5}$. D. $|z| = 2\sqrt{3}$.

2. Cho số phức z thỏa mãn $z - (2+3i)\bar{z} = 1-9i$. Tích phần thực và phần ảo của số phức z bằng

- A. 1. B. -2. C. -1. D. 2.

3. Tính môđun của số phức z thỏa mãn: $3z\bar{z} + 2017(z - \bar{z}) = 48 - 2016i$.

A. $|z| = 4$.

B. $|z| = \sqrt{2016}$.

C. $|z| = \sqrt{2017}$.

D. $|z| = 2$.

Đáp án: 1A; 2B; 3A.

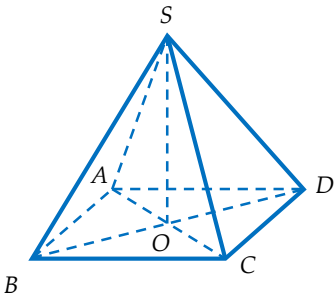
Câu 27: Đáp án D.

Trong mặt phẳng $ABCD$, gọi $O = AC \cap BD$, do hình chóp $S.ABCD$ đều nên

$$SO \perp (ABCD). \text{ Đáy là hình vuông là } 2a \Rightarrow AO = \frac{AC}{2} = a\sqrt{2}$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SAO \text{ có } SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = a\sqrt{7}$$

$$\text{Thể tích } V \text{ của khối chóp trên là } V = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}a\sqrt{7}4a^2 = \frac{4a^3\sqrt{7}}{3}.$$



Bài tập tương tự:

1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = \frac{2\sqrt{6}a^3}{3}$.

B. $V = \frac{2a^3}{3}$.

C. $V = \sqrt{3}a^3$.

D. $V = \frac{\sqrt{3}a^3}{3}$.

2. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có $AC = 2a$, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

B. $V = \frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$.

C. $V = a^3\sqrt{2}$.

D. $V = \frac{a^3}{2}$.

3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Đường thẳng SC tạo với đáy một góc 60° . Khi đó thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{17}}{\sqrt{3}}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{17}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{17}}{9}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{17}}{6}$.

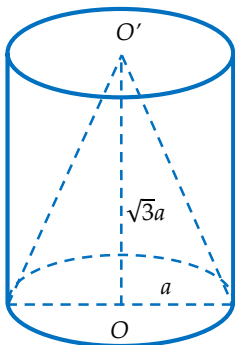
Đáp án: 1A; 2A; 3A.

Câu 28: Đáp án D.

Ta có diện tích xung quanh của hình trụ là $S_1 = 2\pi Rh = 2\pi a \cdot a\sqrt{3} = 2\pi a^2\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_2 = \pi Rl = \pi a \cdot \sqrt{(a\sqrt{3})^2 + a^2} = 2\pi a^2$.

Tỉ số diện tích xung quanh của hình trụ và hình nón bằng $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2\pi a^2\sqrt{3}}{2\pi a^2} = \sqrt{3}$.



STUDY TIP

Với hình nón có bán kính đáy R , chiều cao h , độ dài đường sinh l , góc ở đỉnh φ .

Khi đó, $l^2 = h^2 + R^2$;

$$R = h \tan \frac{\varphi}{2}; R = l \sin \frac{\varphi}{2}.$$

$$S_{xq} = \pi Rl; S_{tp} = \pi(R + l)R.$$

Bài tập tương tự:

1. Hình nón có thiết diện qua trục là tam giác đều và có thể tích $V = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. Diện tích xung quanh S của hình nón đó là

A. $S = \frac{1}{2}\pi a^2$.

B. $S = 4\pi a^2$.

C. $S = 2\pi a^2$.

D. $S = \pi a^2$.

2. Cho hình nón tròn xoay có đường cao là $a\sqrt{3}$, đường kính đáy là $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

B. $2\pi a^2$.

C. πa^2 .

D. $4\sqrt{3}\pi a^2$.

3. Cho hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn tâm O , bán kính $R = 3\text{cm}$, góc ở đỉnh hình nón là $\varphi = 120^\circ$. Cắt hình nón bởi mặt phẳng qua đỉnh S tạo thành tam giác đều SAB , trong đó A, B thuộc đường tròn đáy. Diện tích tam giác SAB bằng

A. $3\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

B. $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$.

C. 6 cm^2 .

D. 3 cm^2 .

Đáp án: 1B; 2B; 3A.

FOR REVIEW

Cho mặt phẳng (P) cắt các trục xOx' , yOy' , zOz' lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ ($abc \neq 0$). Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ (phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn).

Câu 29: Đáp án C.

Phương trình mặt phẳng (P) theo đoạn chắn

$$\frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow -3x + 2y - 2z - 6 = 0.$$

Dễ thấy mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q_3) có phương trình $2x + 2y - z - 1 = 0$ vì tích vô hướng của hai vectơ pháp tuyến bằng 0.

Bài tập tương tự:

1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - 2y + 2z - 5 = 0$ và $(Q): 4x + 5y - z + 1 = 0$. Các điểm A, B phân biệt cùng thuộc giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và (Q) . Khi đó $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với vectơ nào sau đây?

A. $\vec{w} = (3; -2; 2)$. B. $\vec{v} = (-8; 11; -23)$. C. $\vec{k} = (4; 5; -1)$. D. $\vec{u} = (8; -11; -23)$.

2. Cho ba điểm $M(0;2;0)$; $N(0;0;1)$; $A(3;2;1)$. Lập phương trình mặt phẳng (MNP) , biết điểm P là hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox .

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

Đáp án: 1D; 2B.

Câu 30: Đáp án D.

Cách 1: Ta có:

$$x^2 + 2|x+m| + 2mx + 3m^2 - 3m + 1 < 0 \Leftrightarrow (x+m)^2 + 2|x+m| + 2m^2 - 3m + 1 < 0$$

$$\Leftrightarrow (|x+m| + 1)^2 < -2m^2 + 3m \text{ có nghiệm khi và chỉ khi } -2m^2 + 3m > 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1$$

CÁCH 2:

Phương trình đã cho tương đương với $(x+m)^2 + 2|x+m| + 2m^2 - 3m + 1 < 0$ (1).

Đặt $t = |x+m|$, $t \geq 0$.

Bất phương trình (1) trở thành: $t^2 + 2t + 2m^2 - 3m + 1 < 0$ (2).

Ta có $\Delta' = -2m^2 + 3m$.

Nếu $\Delta' \leq 0$ thì vế trái (2) luôn lớn hơn hoặc bằng 0, nên loại trường hợp này.

Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 0 < m < \frac{3}{2}$ (*) thì tam thức bậc hai ở vế trái có 2 nghiệm phân biệt

$$t_1 = -1 - \sqrt{-2m^2 + 3m}, t_2 = -1 + \sqrt{-2m^2 + 3m}.$$

Khi đó bất phương trình (2) $\Leftrightarrow t_1 < t < t_2$, mà điều kiện $t \geq 0$.

Vậy để bất phương trình có nghiệm thì $t_2 > 0 \Leftrightarrow -1 + \sqrt{-2m^2 + 3m} > 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{-2m^2 + 3m} > 1 \Leftrightarrow -2m^2 + 3m - 1 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2} < m < 1.$$

So với điều kiện (*), suy ra $\frac{1}{2} < m < 1$.

Bài tập tương tự:

Tìm tất cả các giá trị của m để bất phương trình $2|x-m| + 2x^2 + 2 > x^2 + 2mx$ thỏa mãn với mọi x .

A. $m > -\sqrt{2}$.

B. $m < \sqrt{2}$.

C. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$.

D. Không có m thỏa mãn.

Đáp án C.

Câu 31: Đáp án A.

Gọi $H(2t; 1-2t; -1-t)$ là hình chiếu của I lên đường thẳng d .

$$\text{Ta có } \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow 2(2t-1) - 2(1-2t+2) - (-1-t-1) = 0 \Leftrightarrow 9t-6=0 \Leftrightarrow t = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow H\left(\frac{4}{3}; -\frac{1}{3}; -\frac{5}{3}\right)$$

Vì $IH = \sqrt{10} < 4 = R \Rightarrow (d)$ cắt mặt cầu (S) .

Mặt phẳng (Q) bất kì chứa d luôn cắt (S) theo một đường tròn bán kính r .

$$\text{Khi đó, } r^2 = R^2 - d^2(I, (Q)) \geq R^2 - d^2(I, d) = 16 - 10 = 6.$$

Do vậy, mặt phẳng (P) chứa d cắt mặt cầu theo một đường tròn có diện tích nhỏ nhất khi và chỉ khi $d(I, (P)) = d(I, d)$ hay mặt phẳng (P) đi qua H nhận $\overrightarrow{IH}$ là véctơ pháp tuyến, (P) có phương trình $x + 5y - 8z = 13$.

Khi đó, điểm có khoảng cách đến (P) lớn nhất là $O(0; 0; 0)$.

Câu 32: Đáp án A.

$$\text{Ta có } C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} + \frac{n!}{(n-2)! \cdot 2!} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{(n-1)n}{2} = 78$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} n = 12 \\ n = -13 \end{cases} \Leftrightarrow n = 12.$$

$$\text{Số hạng tổng quát trong khai triển } \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} \text{ là } (-1)^k C_{12}^k (x^3)^{12-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k \\ = (-1)^k C_{12}^k \cdot 2^k \cdot x^{36-4k}.$$

$$\text{Cho } 36 - 4k = 8 \Leftrightarrow k = 7.$$

$$\text{Vậy số hạng chứa } x^8 \text{ trong khai triển } \left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12} \text{ là } -C_{12}^7 \cdot 2^7 \cdot x^8 = -101376x^8.$$

Lưu ý: Ta có thể xác định n bằng MTCT CASIO fx-580 VN X như sau :

[MENU] [8] [x] [SHIFT] [÷] [+][x] [SHIFT] [÷] [=] [7] [8] [=] [=] [2] [=] [2] [0] [=] [=]

Bài tập tương tự:

1. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1 + C_n^3 = 13n$, hệ số của số hạng chứa x^5

trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^n$ bằng

- A. 120. B. 252. C. 45. D. 210.

2. Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{2n}$ với $x \neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^3 + 2n = A_{n+1}^2$ là

- A. $-C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$. B. $C_{16}^0 \cdot 2^{16}$. C. $C_{16}^{12} \cdot 2^4 \cdot 3^{12}$. D. $C_{16}^{16} \cdot 2^0$.

3. Với n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^3 - 3A_n^2 = 52(n-1)$. Trong khai triển biểu thức $(x^3 + 2y^2)^n$, gọi T_k là số hạng mà tổng số mũ của x và y của số hạng đó bằng 34. Hệ số của T_k là

- A. 54912. B. 1287. C. 2574. D. 41184.

Đáp án: 1A; 2C; 3D.

$\sqrt{x}$	$\frac{1}{x}$	$f(x)$
9	10	-23
10	11	-12
11	12	0
12	13	13

13

STUDY TIP

Dựa vào định lý về dấu của tam thức bậc hai ta có tính chất sau:

Với tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < \alpha < x_2 \Leftrightarrow af(\alpha) < 0$.

Câu 33: Đáp án B.

Cách 1: Hàm số xác định với mọi $x \in (1; 2)$ khi $-x^2 + mx + 2m + 1 > 0, \forall x \in (1; 2)$

$$\Leftrightarrow f(x) = x^2 - mx - 2m - 1 < 0, \forall x \in (1; 2)$$

$$\Leftrightarrow f(x) = 0 \text{ có hai nghiệm thỏa mãn } x_1 \leq 1 < 2 \leq x_2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} f(1) \leq 0 \\ f(2) \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3m \leq 0 \\ 3 - 4m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \geq \frac{3}{4}.$$

Cách 2: $-x^2 + mx + 2m + 1 > 0, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m > \frac{x^2 - 1}{x + 2}, \forall x \in (1; 2)$.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 2}$ với $x \in (1; 2)$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{x^2 - 4x + 1}{(x + 2)^2} > 0, \forall x \in (1; 2).$$

$$\text{Do đó } m > \frac{x^2 - 1}{x + 2}, \forall x \in (1; 2) \Leftrightarrow m \geq f(2) = \frac{3}{4}.$$

Bài tập tương tự:

1. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \log_2(4^x - 2^x + m)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

A. $m < \frac{1}{4}$.

B. $m > 0$.

C. $m \geq \frac{1}{4}$.

D. $m > \frac{1}{4}$.

2. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên m để hàm số $y = \frac{1}{\sqrt{2m+1-x}} + \log_3 \sqrt{x-m}$ xác định trên $(2; 3)$.

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. Vô số.

Đáp án: 1D; 2B.

Câu 34: Đáp án C.

$$\text{Ta có } y = 2 + \frac{1}{x-1} \text{ nên } y \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow \frac{1}{x-1} \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x-1 = \pm 1 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$$

$$\text{Do đó } M(2; 3), N(0; 1)$$

Do $P \in (C)$ nên $P\left(a; \frac{2a-1}{a-1}\right), a \neq 0, a \neq 1, a \neq 2$. Do tam giác MNP cân tại M nên

$$MN^2 = MP^2 \Leftrightarrow 8 = (a-2)^2 + \left(\frac{2a-1}{a-1} - 3\right)^2 \Leftrightarrow 8(a-1)^2 = (a-2)^2(a-1)^2 + (a-2)^2$$

$$\Leftrightarrow a^4 - 6a^3 + 6a^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \pm \sqrt{3} \\ a = 0, \text{ loại} \end{cases}$$

$$\text{Vậy có hai điểm } P \text{ cần tìm là } P(3 + \sqrt{3}; 4 - \sqrt{3}), P(3 - \sqrt{3}; 4 + \sqrt{3}) \Rightarrow a + b = 7.$$

Bài tập tương tự:

1. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ có đồ thị (C) . Đường thẳng $d: y = \frac{x-m}{2}$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B , cắt trục hoành tại D sao cho một trong ba điểm A, B, D là trung điểm của đoạn nối hai điểm còn lại. Khi đó, m nằm trong khoảng nào?

A. $(-\infty; -7)$.

B. $(-7; 1)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

2. Cho hàm số: $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là (C) . Đường thẳng $(d_m): y = -x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B phân biệt sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Khi đó, giá trị của tham số m nằm trong khoảng

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

3. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{1-2x}$ có đồ thị (C) . Đường thẳng $d: x - y + m = 0$ luôn cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B với mọi m . Biết $AB = |\overline{OA} + \overline{OB}|$, với O là gốc tọa độ. Hỏi giá trị của m nằm trong khoảng nào?

- A. $(-7; -2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; 3)$. D. $(3; 7)$.

Đáp án: 1A; 2C; 3B.

Câu 35: Đáp án D.

Cách 1: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{2x + 1} - ax - b \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(4-2a)x^2 - (a+2b+3)x - b+1}{2x+1} = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-2a=0 \\ a+2b+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow a+2b=-3.$$

Cách 2: Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{2x + 1} - ax - b \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - \frac{5}{2} + \frac{7}{2(2x+1)} - ax - b \right)$

$$\text{Mà } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{4x^2 - 3x + 1}{2x + 1} - ax - b \right) = 0 \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(2x - \frac{5}{2} + \frac{7}{2(2x+1)} - ax - b \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-a=0 \\ -\frac{5}{2}-b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-\frac{5}{2} \end{cases}.$$

Khi đó $a+2b=-3$.

Bài tập tương tự:

1. Cho $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + ax + 5} + x) = 5$. Hỏi giá trị của a là một nghiệm của phương trình nào trong các phương trình sau?

- A. $x^2 - 11x + 10 = 0$. B. $x^2 - 5x + 6 = 0$.
C. $x^2 - 8x + 15 = 0$. D. $x^2 + 9x - 10 = 0$.

2. Biết $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 - 3x + 1} - (ax + b)) = 0$. Tính $a - 4b$ ta được

- A. 3. B. 5. C. -1. D. 2.

3. Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $c^2 + a = 18$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{ax^2 + bx} - cx) = -2$. Tính

$$P = a + b + 5c.$$

- A. $P = 18$. B. $P = 12$. C. $P = 9$. D. $P = 5$.

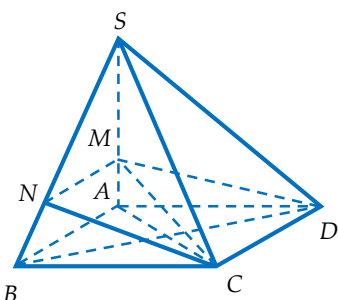
Đáp án: 1D; 2B; 3B.

Câu 36: Đáp án C.

Cách 1: Do $CD \parallel (SAB)$ nên (CDM) cắt (SAB) theo giao tuyến qua M song song với AB và cắt SB tại N .

$$\text{Khi đó, } V_1 = V_{SCDMN}, V_2 = V_{ABCDMN}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{SMCD}}{V_{SACD}} = 1 - x \Rightarrow V_{SMCD} = (1 - x)V_{SACD} = \frac{1 - x}{2}V_{SABCD}.$$



STUDY TIP

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành, điểm M nằm trên cạnh SA sao cho $\frac{SM}{SA} = k$. Khi đó, mặt phẳng (CDM) cắt khối chóp $S.ABCD$ thành hai phần, tỉ số thể tích phần chứa S và thể tích khối chóp ban đầu bằng $\frac{k^2 + k}{2}$.

$$\frac{V_{SMNC}}{V_{SABC}} = (1-x)^2 \Rightarrow V_{SMNC} = (1-x)^2 V_{SABC} = \frac{(1-x)^2}{2} V_{SABCD}.$$

$$\text{Mà } \frac{V_1}{V_2} = \frac{2}{7} \Rightarrow \frac{V_1}{V_{SABCD} - V_1} = \frac{2}{7} \Rightarrow V_1 = \frac{2}{9} V_{SABCD}.$$

$$\text{Do đó, } \frac{(1-x)^2}{2} + \frac{1-x}{2} = \frac{2}{9} \Leftrightarrow 9x^2 - 27x + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = \frac{7}{3}, \text{ loại} \end{cases}.$$

$$\text{Từ đó suy ra } x \in \left(\frac{4}{9}; \frac{5}{6}\right).$$

Cách 2: Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho

$$S(0;0;1), A(0;0;0), B(0;1;0), D(2;0;0), C(2;1;0), M(0;0;a), 0 < a < 1.$$

Để dàng tìm được phương trình mặt phẳng (MCD) là $a(x-2)+2z=0$ nên

$$d(S, (MCD)) = \frac{2(1-a)}{\sqrt{a^2+4}}.$$

Lại có $MDCN$ là hình thang vuông tại M và D .

Bằng định lí Talet và Pitago ta tính được $MN=1-a$ và $MD=\sqrt{a^2+4}$.

$$\text{Do đó, } V_{S.MDCN} = \frac{1}{3} \frac{2(1-a)(2-a)\sqrt{a^2+4}}{2\sqrt{a^2+4}} = \frac{(1-a)(2-a)}{3};$$

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{2}{3}$$

Từ giả thiết suy ra

$$V_{S.MDCN} = \frac{2}{9} V_{S.ABCD} \Rightarrow \frac{a^2-3a+2}{3} = \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{3} \Leftrightarrow 9a^2 - 27a + 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{2}{3} \\ a = \frac{7}{3}, \text{ loại} \end{cases}$$

Bài tập tương tự:

Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=AB=3$, $AD=4$. Điểm M thuộc SA sao cho $AM=x$ ($0 < x < 3$).

Tìm x để mặt phẳng (MCD) chia khối chóp $S.ABCD$ thành hai khối có thể tích

là V_1, V_2 . Biết $\frac{V_1}{V_2} = \frac{7}{2}$, hỏi giá trị của x nằm trong khoảng nào?

A. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$.

B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$.

C. $\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{6}\right)$.

D. $\left(\frac{5}{6}; 3\right)$.

Đáp án C.

Câu 37: Đáp án A.

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 3$. Đặt $t = \sqrt{x+2} + 2\sqrt{3-x}$ với $x \in [-2, 3]$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x+2} + 2\sqrt{3-x}$ với $x \in [-2, 3]$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+2}} - \frac{1}{\sqrt{3-x}} = \frac{\sqrt{3-x} - 2\sqrt{x+2}}{2\sqrt{x+2}\sqrt{3-x}};$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3-x} = 2\sqrt{x+2} \Leftrightarrow x = -1.$$

Bảng biến thiên:

x	-2	-1	3
y'	+	0	-
y	$2\sqrt{5}$	5	$\sqrt{5}$

Từ bảng biến thiên suy ra $t \in [\sqrt{5}, 5]$

Với $t = \sqrt{x+2} + 2\sqrt{3-x} \Leftrightarrow 4\sqrt{6+x-x^2} - 3x = t^2 - 14$ nên phương trình trở thành:

$$t^2 - 14 = mt \Leftrightarrow \frac{t^2 - 14}{t} = m$$

Xét hàm số $g(t) = \frac{t^2 - 14}{t}$ với $t \in [\sqrt{5}, 5]$, ta có:

$$g'(t) = \frac{t^2 + 14}{t^2} > 0, \forall t \in [\sqrt{5}, 5] \Rightarrow g(t) \text{ đồng biến trên } [\sqrt{5}, 5]$$

$$\text{Phương trình có nghiệm thực} \Leftrightarrow g(\sqrt{5}) \leq m \leq g(5) \Leftrightarrow -\frac{9\sqrt{5}}{5} \leq m \leq \frac{11}{5}.$$

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{\pm 4; \pm 3; \pm 2; \pm 1; 0; 5\}$.

Vậy số giá trị nguyên của m để phương trình có nghiệm là 10.

Bài tập tương tự:

- Có bao nhiêu giá trị nhỏ hơn 2019 của m để phương trình $x^2 + (m+2)x + 4 = (m-1)\sqrt{x^3 + 4x}$ có nghiệm?
A. 2019. B. 2012. C. 2013. D. 2018.
- Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $\sqrt{x} + \sqrt{x+4} - m\sqrt{4-x} = 3m$ có nghiệm?
A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.
- Có bao nhiêu giá trị nguyên nhỏ hơn 2019 của m để bất phương trình $x^5 + 3x^2 - 2 \leq m(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})^3$ có nghiệm?
A. 2019. B. 2018. C. 2017. D. 2016.

Đáp án: 1B; 2D; 3B.

Câu 38: Đáp án D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } F'(x) &= f(x). \text{ Tính } F'(x) = (2ax + b)\sqrt{2x-3} + (ax^2 + bx + c) \cdot \frac{1}{\sqrt{2x-3}} \\ &= \frac{(2ax + b)(2x-3) + ax^2 + bx + c}{\sqrt{2x-3}} = \frac{5ax^2 + (3b-6a)x - 3b + c}{\sqrt{2x-3}}. \end{aligned}$$

$$\text{Do đó } \frac{5ax^2 + (3b-6a)x - 3b + c}{\sqrt{2x-3}} = \frac{20x^2 - 30x + 11}{\sqrt{2x-3}}$$

$$\Rightarrow 5ax^2 + (3b-6a)x - 3b + c = 20x^2 - 30x + 11 \Rightarrow \begin{cases} 5a = 20 \\ 3b - 6a = -30 \\ -3b + c = 11 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = -2 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow T = 7.$$

Bài tập tương tự: Biết $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x^2 - 5x + 2)e^{-x}$ trên $\mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$.

- A. $T = 0$. B. $T = -1$. C. $T = -2$. D. $T = 1$.

Đáp án C.

Câu 39: Đáp án D.

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}. \text{ Ta có: } y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}.$$

Trường hợp 1: $m=1 \Rightarrow y=1$ là hàm hằng.

Trường hợp 2: $m \neq 1 \Rightarrow$ Hàm số đơn điệu trên $[1;2]$.

$$\Rightarrow \begin{cases} \min_{[1;2]} y = y(1) \\ \max_{[1;2]} y = y(2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \min_{[1;2]} y = y(2) \\ \max_{[1;2]} y = y(1) \end{cases} \Rightarrow \min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = y(1) + y(2) = \frac{2+m}{3} + \frac{1+m}{2}.$$

$$\text{Theo giả thiết } \min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{2+m}{3} + \frac{1+m}{2} = \frac{16}{3}$$

$$\Leftrightarrow 4+2m+3+3m=32 \Leftrightarrow 5m=25 \Rightarrow m=5.$$

Bài tập tương tự:

1. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính tổng $S = 2m + 3M$.

A. $S = -\frac{7}{2}$. B. $S = -\frac{3}{2}$. C. -3 . D. $S = 4$.

2. Cho hàm số $y = \frac{x-m}{x+1}$, với m là tham số. Biết $\min_{[0;3]} y + \max_{[0;3]} y = -2$. Khi đó, m nằm trong khoảng nào?

A. $(-\infty; -2)$. B. $(-2; 0)$. C. $(0; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

3. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^3 - 3x + m|$ trên đoạn $[0;2]$ bằng 3. Số phần tử của S là

A. 1. B. 2. C. 0. D. 6.

4. Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = mx + \frac{36}{x+1}$ trên $[0;3]$ bằng 20. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $0 < m \leq 2$. B. $4 < m \leq 8$. C. $2 < m \leq 4$. D. $m > 8$.

Đáp án: 1A; 2C; 3B; 4C.

STUDY TIP

Với mọi số phức z_1, z_2 ta có

- $\|z_1\| - \|z_2\| \leq \|z_1 + z_2\|$
- $\|z_1 + z_2\| \leq \|z_1\| + \|z_2\|$

Câu 40: Đáp án B.

$$\text{Ta có } 1 = |z - 3i + 4| \geq \|z\| - \|3i - 4\| = \|z\| - 5 \Rightarrow -1 \leq \|z\| - 5 \leq 1 \Rightarrow 4 \leq \|z\| \leq 6.$$

$$\text{Đặt } z_0 = 4 - 3i \Rightarrow \|z_0\| = 5, z_0^2 = 7 - 24i.$$

$$\text{Ta có } A = |z^2 + 7 - 24i|^2 = |z^2 + z_0^2|^2 = (z^2 + z_0^2) \left(\overline{z^2 + z_0^2} \right)$$

$$= \|z\|^4 + \|z_0\|^4 + (z \cdot \overline{z_0} + \overline{z} \cdot z_0)^2 - 2|z \cdot z_0|^2$$

$$\text{Mà } (z + z_0)(\overline{z} + \overline{z_0}) = 1 \Rightarrow z \cdot \overline{z_0} + \overline{z} \cdot z_0 = 1 - \|z\|^2 - \|z_0\|^2$$

$$\text{Suy ra, } A = \|z\|^4 + \|z_0\|^4 + \left(1 - \|z\|^2 - \|z_0\|^2 \right)^2 - 2|z \cdot z_0|^2 = 2\|z\|^4 - 2\|z\|^2 + 1201.$$

Hàm số $y = 2t^4 - 2t^2 + 1201$ đồng biến trên $[4;6]$ nên

$$A \geq 2.4^4 - 2.4^2 + 1201 = 1681.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} |z| = 4 \\ |z + 4 - 3i| = 1 \end{cases}.$$

Do đó, $|z^2 + 7 - 24i|$ nằm trong khoảng $(1009; 2018)$.

Bài tập tương tự:

Xét tất cả các số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 1$. Hỏi biểu thức $|z^2 - 7 - 24i|$ có thể nhận bao nhiêu giá trị nguyên?

- A. 2041. B. 2040. C. 2018. D. 2019.

Đáp án A.

Câu 41: Đáp án D.

Cách 1:

Gọi $(Q) = (d_1, d'_1)$ khi đó (Q) có vector pháp tuyến $\vec{n}_Q = [\vec{n}_p, \vec{u}_1] = (5; 5; 15)$.

Đường thẳng d'_1 có vector chỉ phương $\vec{u}'_1 = [\vec{n}_p, \vec{n}_Q] = (22; 11; -11)$ hay một vector chỉ phương khác $\vec{u}'(2; 1; -1)$.

$$\text{Vì } \vec{n}_p \cdot \vec{u}_2 = 0 \Rightarrow 4a - 7b + c = 0 \Rightarrow c = 7b - 4a \Rightarrow \vec{u}_2(a; b; 7b - 4a).$$

$$\text{Ta lại có } (\widehat{d_1, d_2}) = (\widehat{d'_1, d_2}) \Leftrightarrow |\cos(\vec{u}_1, \vec{u}_2)| = |\cos(\vec{u}'_1, \vec{u}_2)|.$$

$$\Leftrightarrow |a + 2b + 4a - 7b| = |2a + b + 4a - 7b| \Leftrightarrow |5a - 5b| = |6a - 6b| \Leftrightarrow |a - b| = 0 \Leftrightarrow a = b.$$

$$\text{Chọn } a = 1 \Rightarrow b = 1, c = 3 \Rightarrow \frac{a + 2b}{c} = 1.$$

Cách 2:

Gọi $(Q) = (d_1, d'_1)$ khi đó $(P) \perp (Q)$. Các đường thẳng nằm trong (P) mà vuông góc với (Q) thì vuông góc với tất cả các đường thẳng trong (Q) hay chúng cùng tạo với d_1, d'_1 các góc 90° . Do đó, các đường thẳng này thỏa mãn yêu cầu đề bài.

$$\text{Chúng có vector chỉ phương } \vec{u} = \vec{n}_Q(1; 1; 3) \Rightarrow \frac{a + 2b}{c} = 1.$$

Bài tập tương tự:

1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$ và đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$. Gọi d'_1 là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P) . Đường thẳng d_2 nằm trên (P) tạo với d_1, d'_1 các góc bằng nhau, d_2 có vector chỉ phương $\vec{u}_2(a; b; c)$. Tính $\frac{3a-b}{c}$.

- A. $\frac{3a-b}{c} = -\frac{11}{3}$. B. $\frac{3a-b}{c} = 4$. C. $\frac{3a-b}{c} = -\frac{13}{3}$. D. $\frac{3a-b}{c} = \frac{11}{3}$.

2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + y - z - 1 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}, d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-1}$. Gọi d_3, d_4 là hai đường thẳng nằm trong (P) cùng tạo với d_1, d_2 các góc bằng nhau; φ là góc giữa d_3 và d_4 . Tính $\cos \varphi$.

- A. $\cos \varphi = \frac{2\sqrt{15}}{15}$. B. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{15}}{15}$. C. $\cos \varphi = \frac{4}{15}$. D. $\cos \varphi = \frac{1}{15}$.

Đáp án: 1A; 2A.

Câu 42: Đáp án B.

Để việc tính toán trở nên đơn giản, ta tịnh tiến hai parabol sang trái một đơn vị.

Khi đó, phương trình các parabol mới là $(P_1): y = -x^2 + 4$, $(P_2): y = -\frac{a}{4}x^2 + a$.

Gọi A, B là các giao điểm của (P_1) và trục $Ox \Rightarrow A(-2;0), B(2;0) \Rightarrow AB=4$.

Gọi M, N là giao điểm của (P_1) và đường thẳng $d \Rightarrow M(-\sqrt{4-a}; a), N(\sqrt{4-a}; a)$.

$$\text{Ta có } S_1 = 2 \int_a^4 \sqrt{4-y} \cdot dy = -\frac{4}{3} \left((4-y)^{\frac{3}{2}} \right) \Big|_a^4 = \frac{4}{3} (4-a) \sqrt{4-a}.$$

$$S_2 = 2 \int_0^2 \left(-\frac{a}{4}x^2 + a \right) \cdot dx = 2 \left(-\frac{ax^3}{12} + ax \right) \Big|_0^2 = \frac{8a}{3}.$$

$$\text{Theo giả thiết } S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{4}{3} (4-a) \sqrt{4-a} = \frac{8a}{3} \Leftrightarrow (4-a)^3 = 4a^2 \Leftrightarrow a^3 - 8a^2 + 48a = 64$$

$$\text{Vậy } T = 64.$$

Bài tập tương tự:

Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x$ và trục hoành. Hai đường thẳng $y = m$ và $y = n$ chia (H) thành 3 phần có diện tích bằng nhau. Tính giá trị của biểu thức $T = (4-m)^3 + (4-n)^3$.

$$\text{A. } T = \frac{320}{9}.$$

$$\text{B. } T = \frac{512}{15}.$$

$$\text{C. } T = 405.$$

$$\text{D. } T = \frac{75}{2}.$$

Đáp án A.**Câu 43: Đáp án C.**

Cách 1: Gọi $P_n(A)$ là xác suất rút ít nhất được một thẻ ghi số chia hết cho 4 từ n lần rút.

Gọi $P_n(B)$ là xác suất không rút được thẻ ghi số chia hết cho 4 từ n lần rút.

$$\text{Rõ ràng } P_n(A) + P_n(B) = 1.$$

$$\text{Với } n=8 \text{ hoặc } n=9 \text{ thì } P_n(B)=0.$$

Với $n \leq 7$ thì các khả năng có thể để rút được n số đều không chia hết cho 4 từ

$$7 \text{ số không chia hết cho 4 là } A_7^n \Rightarrow P_n(B) = \frac{A_7^n}{A_9^n} \Rightarrow P_n(A) = 1 - \frac{A_7^n}{A_9^n}.$$

$$\text{Từ giả thiết suy ra } 1 - \frac{A_7^n}{A_9^n} > \frac{5}{6} \Leftrightarrow 1 - \frac{7!}{(7-n)! \cdot 9!} > \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{1}{6} - \frac{(9-n)(8-n)}{9 \cdot 8} > 0$$

$$\Leftrightarrow n^2 - 17n + 60 < 0 \Leftrightarrow 5 < n < 12$$

Vậy phải rút ít nhất 6 thẻ.

Cách 2: Gọi k là số thẻ rút ra $0 \leq k \leq 9, k \in \mathbb{N}$; $P(A)$ là xác suất rút ít nhất ra 1 thẻ có số chia hết cho 4.

$$\text{Khi } k=0, P(A)=0; \text{ khi } k=1, P(A) = \frac{2}{9}$$

$$\text{Khi } 2 \leq k \leq 9, P(A) = \frac{C_2^1 C_7^{k-1} + C_2^2 C_7^{k-2}}{C_9^k} > \frac{5}{6}$$

$$\Leftrightarrow \frac{12.7!}{(k-1)!(8-k)!} + \frac{6.7!}{(k-2)!(9-k)!} > \frac{5.9!}{k!(9-k)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{k-1} + \frac{1}{9-k} > \frac{60}{k(k-1)(9-k)}$$

$$\Leftrightarrow 2k(9-k) + k(k-1) > 60 \Leftrightarrow k^2 - 17k + 60 < 0 \Leftrightarrow 5 < k < 12 \Leftrightarrow 5 < k \leq 9.$$

Vậy phải rút ít nhất là 6 thẻ.

Câu 44: Đáp án A.

Ta có $2x^2 - 5x + 4 > 0$ với mọi x nên phương trình

$$2\log_{mx-5}(2x^2 - 5x + 4) = \log_{\sqrt{mx-5}}(x^2 + 2x - 6) \text{ tương đương với}$$

$$\begin{cases} mx - 5 > 0 \\ mx - 5 \neq 1 \\ 2x^2 - 5x + 4 > 0 \\ 2x^2 - 5x + 4 = x^2 + 2x - 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} mx > 5 \\ mx \neq 6 \\ \begin{cases} x = 2 \\ x = 5 \end{cases} \end{cases}$$

Ta có hai trường hợp

+ Trường hợp 1: Nhận nghiệm $x = 2$ và loại $x = 5$.

$$\text{Điều này tương đương với } \begin{cases} 2m > 5 \\ 2m \neq 6 \\ \begin{cases} 5m \leq 5 \\ 5m = 6 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > \frac{5}{2} \\ m \neq 3 \\ \begin{cases} m \leq 1 \\ m = \frac{6}{5} \end{cases} \end{cases}$$

+ Trường hợp 2: Nhận nghiệm $x = 5$ và loại $x = 2$.

$$\text{Điều này tương đương với } \begin{cases} 5m > 5 \\ 5m \neq 6 \\ \begin{cases} 2m \leq 5 \\ 2m = 6 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \neq \frac{6}{5} \\ \begin{cases} m \leq \frac{5}{2} \\ m = 3 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 3 \\ 1 < m \leq \frac{5}{2} \\ m \neq \frac{6}{5} \end{cases}$$

Suy ra $S = \{2; 3\}$.

Câu 45: Đáp án C.

Bảng biến thiên của hàm số $y = |f(x)|$

x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$	
y'	$-$	$+$		$-$	0	$+$
y	$+\infty$	$+\infty$		$+\infty$	2018	$-\infty$

Đường thẳng $y = 2020$ cắt đồ thị hàm số $y = |f(x)|$ tại 4 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3, x_4 .

STUDY TIP

Để tìm số nghiệm phương trình $f(u(x)) = m$ khi biết đồ thị hoặc bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta xác định số giao điểm của đường thẳng $y = m$ với đồ thị hàm số $y = f(x)$. Gọi hoành độ các giao điểm đó là $x_1, x_2, \dots, x_n$ ta có

$$f(u(x)) = m$$

$$\Leftrightarrow u(x) = x_i, i = 1; 2; \dots; n$$

Bài toán trở về tìm số nghiệm của n phương trình $u(x) = x_i, i = 1; 2; \dots; n$

Do đó, $|f(2018x - 2019)| = 2020 \Leftrightarrow \begin{cases} 2018x - 2019 = x_1 \\ 2018x - 2019 = x_2 \\ 2018x - 2019 = x_3 \\ 2018x - 2019 = x_4 \end{cases}$ các phương trình này cho

ta 4 nghiệm phân biệt.

Suy ra phương trình $|f(2018x - 2019)| = 2020$ có 4 nghiệm phân biệt.

Bài tập tương tự:

1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	5	-3	$+\infty$	

Phương trình $|f(1-3x)+1| = 3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 4. B. 3. C. 6. D. 5.

2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	0	-
$f(x)$	0	$+\infty$	3	$-\infty$

Với các giá trị thực của tham số m , phương trình $f(|x|+m) = 0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 4. B. 5. C. 6. D. 3.

Đáp án: 1A; 2C.

STUDY TIP

Công thức tổng quát

$$\left(\int_{u(x)}^{v(x)} f(t) dt \right)' = v'(x) \cdot f[v(x)] - u'(x) \cdot f[u(x)]$$

Câu 46: Đáp án A.

Giả sử $F(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $\frac{1}{\ln t}$.

Khi đó $F'(t) = \frac{1}{\ln t}$ hay $F'(x) = \frac{1}{\ln x}$.

Ta có $g(x) = \int_x^{x^2} \frac{1}{\ln t} dt = F(x^2) - F(x)$.

Suy ra $g'(x) = (F(x^2) - F(x))' = F'(x^2) \cdot 2x - F'(x) = \frac{1}{\ln x^2} \cdot 2x - \frac{1}{\ln x} = \frac{x-1}{\ln x}$

$$\Rightarrow g'(e^2) = \frac{e^2 - 1}{2}.$$

Bài tập tương tự:

1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{x^2} f(t) dt = e^{x^2} + x^4 - 1, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(4)$ là

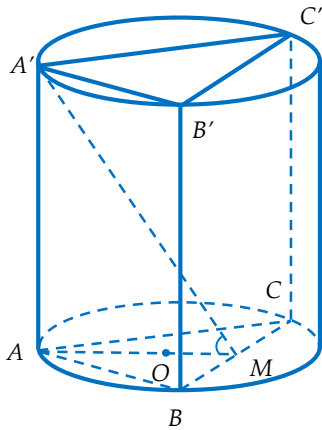
A. $f(4) = e^4 + 4$. B. $f(4) = 4e^4$. C. $f(4) = e^4 + 8$. D. $f(4) = 1$.

2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; +\infty)$ và $\int_0^{x^2} f(t)dt = x \sin(\pi x)$. Tính $f(2018)$.

A. $f(2018) = \frac{\pi-1}{4}$. B. $f(2018) = \frac{\pi}{2}$. C. $f(2018) = \frac{\pi}{4}$. D. $f(2018) = \frac{\pi-1}{2}$.

Đáp án: 1C; 2B.

Câu 47: Đáp án C.



Gọi M là trung điểm BC . Khi đó ta có $BC \perp AM$, $BC \perp A'M$

Suy ra $((A'BC), (ABC)) = \widehat{A'MA} = 45^\circ \Rightarrow A'A = AM$.

Gọi O là trọng tâm tam giác ABC .

Đặt $BC = x$, $x > 0$. Ta có $AM = A'A = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'M = \frac{x\sqrt{6}}{2}$.

Nên $S_{\Delta A'BC} = \frac{1}{2} \cdot A'M \cdot BC = \frac{x^2\sqrt{6}}{4} = a^2\sqrt{6} \Rightarrow x = 2a$.

Khi đó $AO = \frac{2}{3}AM = \frac{2}{3} \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{2} = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ và $A'A = a\sqrt{3}$.

Suy ra diện tích xung quanh khối trụ là:

$$S_{xq} = 2\pi \cdot OA \cdot A'A = 2\pi \cdot \frac{2a\sqrt{3}}{3} \cdot a\sqrt{3} = 4\pi a^2.$$

Tổng quát:

1. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng R và chiều cao bằng h . Tính thể tích V của

khối lăng trụ tam giác đều nội tiếp hình trụ đã cho là $V = \frac{3\sqrt{3}R^2h}{4}$.

2. Cho hình lăng trụ tam giác đều cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng b . Khi đó,

+ Thể tích khối trụ ngoại tiếp khối lăng trụ $V = \frac{\pi ba^2}{3}$.

+ Diện tích xung quanh hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $S_{xq} = \frac{2\sqrt{3}\pi ab}{3}$.

+ Diện tích toàn phần hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $S_{tp} = \frac{2\sqrt{3}\pi a}{3} \left(\frac{a}{\sqrt{3}} + b \right)$.

Câu 48: Đáp án A.

(S) có tâm $I(2; -2; 1)$, bán kính $R = 4$.

Các điểm trên d_m có tọa độ thỏa mãn $x + (1-2m)y + 4mz - 4 = 0$ và

$$2x + my - (2m+1)z - 8 = 0$$

$$\text{Do đó } [x + (1-2m)y + 4mz - 4] + 2[2x + my - (2m+1)z - 8] = 0$$

$$\Leftrightarrow 5x + y - 2z - 20 = 0.$$

Suy ra d_m luôn nằm trong mp(P): $5x + y - 2z - 20 = 0$ cố định khi m thay đổi.

Mà $d(I, (P)) = \frac{14}{\sqrt{30}} < 4 \Rightarrow (P)$ cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn tâm H

$$\text{bán kính } r = \sqrt{R^2 - d^2(I, (P))} = \sqrt{16 - \frac{196}{225}} = \sqrt{\frac{142}{15}}.$$

Câu 49: Đáp án C.

Ta có $y = -2f(2-x) + x^2 \Rightarrow y' = -(2-x)'2f'(2-x) + 2x = 2f'(2-x) + 2x$

STUDY TIP

Với hai mặt phẳng

$$(P): a_1x + b_1y + c_1z + d_1 = 0;$$

$$(Q): a_2x + b_2y + c_2z + d_2 = 0$$

khi đó, giao tuyến của $(P), (Q)$ luôn nằm trên mặt phẳng có phương trình:

$$\alpha(a_1x + b_1y + c_1z + d_1) + \beta(a_2x + b_2y + c_2z + d_2) = 0$$

với $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$.

$$y' < 0 \Leftrightarrow f'(2-x) + x < 0 \Leftrightarrow f'(2-x) < (2-x) - 2$$

Đặt $t = 2 - x$ suy ra $f'(t) < t - 2$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y = t - 2$ cắt đồ thị $y = f'(t)$ tại ba điểm có hoành độ liên tiếp là $1 < a < 2; 3; 4 < b < 5$

Do đó cùng từ đồ thị ta có

$$f'(t) < t - 2 \Leftrightarrow \begin{cases} a < t < 3 \\ t > b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 2 - x < 3 \\ 2 - x > b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 2 - a \\ x < 2 - b \end{cases}$$

+ Vì $1 < a < 2 \Rightarrow 0 < 2 - a < 1$ nên $(-1; 0) \subset (-1; 2 - a)$. Do đó, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 2 - a)$ nên cũng nghịch biến trên $(-1; 0)$.

+ Vì $4 < b < 5 \Rightarrow -3 < 2 - b < -2$ nên $(-3; -2) \not\subset (-\infty; 2 - b)$. Do đó, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2 - b)$ thì không nghịch biến trên $(-3; -2)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

Câu 50: Đáp án C.

Gọi các nghiệm của phương trình là z_1, z_2, z_3, z_4 .

$$\text{Khi đó, } z^4 + az^3 + bz^2 + cz + d = (z - z_1)(z - z_2)(z - z_3)(z - z_4), \forall z.$$

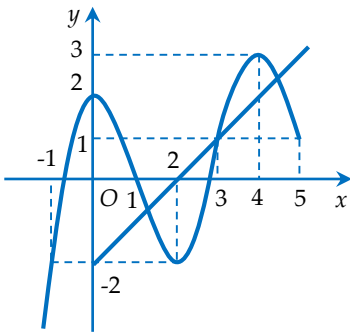
$$\text{Do đó, } b = z_1z_2 + z_1z_3 + z_1z_4 + z_2z_3 + z_2z_4 + z_3z_4.$$

$$\text{Do vai trò như nhau nên ta có thể giả sử } z_1z_2 = 13 + i, z_3 + z_4 = 3 + 4i.$$

Vì $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ nên z_1z_2 và z_3z_4 cũng như $z_1 + z_2$ và $z_3 + z_4$ là các số phức liên hợp của nhau. Do đó, $z_1 + z_2 = 3 - 4i, z_3z_4 = 13 - i$.

$$\Rightarrow b = (z_1 + z_2)(z_3 + z_4) + z_1z_2 + z_3z_4 = (3 - 4i)(3 + 4i) + 13 + i + 13 - i = 51.$$

Vậy $b \in (40; 60)$.



MEMORIZE

Với hai số phức z_1, z_2 ta có tính chất:

+ Nếu $z_1 + z_2 \in \mathbb{R}$ thì $z_2 = \overline{z_1}$

+ Nếu $z_1 \cdot z_2 \in \mathbb{R}$ thì $z_2 = \overline{z_1}$

ĐỀ SỐ 2 – CÔNG PHÁP ĐỀ TOÁN 2019

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2019

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$ cắt trục Ox tại mấy điểm?

- A. 3. B. 4. C. 0. D. 2.

Câu 2: Tính bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước là a, b, c .

- A. $r = \frac{1}{3}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. B. $r = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
C. $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. D. $r = \frac{1}{2}(a + b + c)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O và có vec-tơ pháp tuyến $\vec{n} = (6; 3; -2)$ thì phương trình của (α) là

- A. $-6x + 3y - 2z = 0$. B. $6x - 3y - 2z = 0$.
C. $-6x - 3y - 2z = 0$. D. $6x + 3y - 2z = 0$.

Câu 4: Một tổ gồm 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Tính số cách chọn cùng lúc 3 học sinh trong tổ đi tham gia chương trình tình nguyện.

- A. 56. B. 10. C. 24. D. 36.

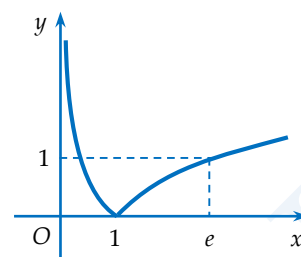
Câu 5: Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$ và $z_2 = x - 4 + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Tìm cặp số $(x; y)$ để $z_2 = 2\overline{z_1}$.

- A. $(x; y) = (4; 6)$. B. $(x; y) = (5; -4)$.
C. $(x; y) = (6; -4)$. D. $(x; y) = (6; 4)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$. Chọn mệnh đề **đúng**:

- A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 3$ và $y = -3$.
D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 3$ và $x = -3$.

Câu 7: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = \ln|x+1| - \ln 2$. B. $y = \ln|x|$.
C. $y = |\ln(x+1)| - \ln 2$. D. $y = |\ln x|$.

Câu 8: Giải bất phương trình $\log(x^2 + 1) > \log(2x)$

- A. $x \neq 1$. B. $x \in \mathbb{R}$. C. $\begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$. D. $x > 0$.

Câu 9: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x + 3x^2$ là

- A. $F(x) = \cos 2x + 6x$.
B. $F(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + 6x$.
C. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + x^3$.
D. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x - x^3$.

Câu 10: Điểm biểu diễn hình học của số phức $z = a + ai$ ($a \in \mathbb{R}$) nằm trên đường thẳng

- A. $y = x$. B. $y = 2x$. C. $y = -x$. D. $y = -2x$.

Câu 11: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **không đúng**?

- A. Hình tạo bởi một số hữu hạn đa giác được gọi là hình đa diện.
B. Khối đa diện bao gồm không gian được giới hạn bởi hình đa diện và cả hình hình đa diện đó.
C. Mỗi cạnh của một đa giác trong hình đa diện là cạnh chung của đúng hai đa giác.
D. Hai đa giác bất kì trong hình đa diện hoặc là không có điểm chung, hoặc là có một đỉnh chung, hoặc có một cạnh chung.

Câu 12: Cho hình nón có chiều cao h , độ dài đường sinh l , bán kính đáy r . Kí hiệu S_{xq} là diện tích xung quanh của (N) . Công thức nào sau đây **đúng**?

A. $S_{xq} = \pi rh$.

B. $S_{xq} = 2\pi rl$.

C. $S_{xq} = 2\pi r^2 h$.

D. $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 13: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (D) có phương trình $\frac{x-x_0}{a} = \frac{y-y_0}{b} = \frac{z-z_0}{c}$.

Đường thẳng (D) có

A. 1 vec-tơ chỉ phương.

B. 2 vec-tơ chỉ phương.

C. 3 vec-tơ chỉ phương.

D. Vô số vec-tơ chỉ phương.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	-		+	0	-		
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $(-2; 1]$. B. $[-1; 2)$. C. $(-1; 2)$. D. $(-2; 1)$.

Câu 15: Cho $a, b > 0$. Biểu thức thu gọn của $\log_a b^2 + \log_{a^2} b^4$ là

A. $2\log_a b$. B. 0. C. $\log_a b$. D. $4\log_a b$.

Câu 16: Gọi x_1, x_2, x_3 lần lượt là hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$ và $g(x) = 3x - 1$. Tính giá trị của biểu thức $S = f(x_1) + g(x_2) + f(x_3)$.

A. $S = 14$. B. $S = 1$. C. $S = 6$. D. $S = 3$.

Câu 17: Giới hạn dãy số $\lim(5n - 3n^3)$ bằng

A. $-\infty$. B. 3. C. 5. D. $+\infty$.

Câu 18: Tỷ số $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ của hàm số $f(x) = 2x(x - 1)$ theo x và Δx là

A. $4x + 2\Delta x - 2$. B. $4x + 2(\Delta x)^2 - 2$.

C. $4x - 2\Delta x - 2$. D. $4x\Delta x + 2(\Delta x)^2 - 2\Delta x$.

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và AB . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $MN \parallel (SAB)$. B. $MN \parallel BD$.

C. $MN \parallel (SBC)$.

D. MN cắt BC .

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 3x$ và hai số thực a, b thỏa mãn $0 \leq a < b$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. $f(b) < 0$.

C. $f(a) > f(b)$.

D. $f(a) < f(b)$.

Câu 21: Cho hàm số f có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-1)^4$, số điểm cực tiểu của hàm số f là

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 22: Cho các mệnh đề sau:

1. Nếu $a > 1$ thì $\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow x > y > 0$.

2. Nếu $x > y > 0$ và $0 < a \neq 1$ thì

$\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y$.

3. Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a x > \log_a y \Leftrightarrow 0 < x < y$.

Số mệnh đề **đúng** là:

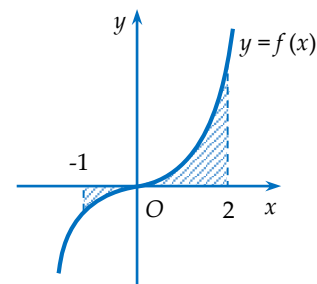
A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 23: Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$. Giá trị của tích phân

$\int_{-1}^2 [3f(x) - 2] dx$ bằng

A. -9. B. 0. C. -3. D. 3.

Câu 24: Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ (như hình vẽ bên). Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx, b = \int_0^2 f(x) dx$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



A. $S = b - a$.

B. $S = b + a$.

C. $S = a - b$.

D. $S = -b - a$.

Câu 25: Cho số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Điểm biểu diễn của số phức z trên mặt phẳng tọa độ là $M(1; \sqrt{3})$.

B. Phần thực của số phức z là 1.

C. $\bar{z} = 1 - \sqrt{3}i$.

D. Phần ảo của số phức z là $\sqrt{3}i$.

Câu 26: Cho biết thể tích của một khối hộp chữ nhật là V , đáy là hình vuông cạnh a . Khi đó diện tích toàn phần của hình hộp bằng

A. $S_{tp} = 2\left(\frac{2V}{a} + a^2\right)$. **B.** $S_{tp} = 2\left(\frac{V}{a} + a^2\right)$.

C. $S_{tp} = 2\left(\frac{V}{a^2} + a\right)$. **D.** $S_{tp} = 4\left(\frac{V}{a^2} + a\right)$.

Câu 27: Từ điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$ có thể kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến với mặt cầu?

A. Vô số. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 28: Cho $A(0; 0; a), B(b; 0; 0), C(0; c; 0)$ với $abc \neq 0$. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$. **B.** $\frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = 1$.

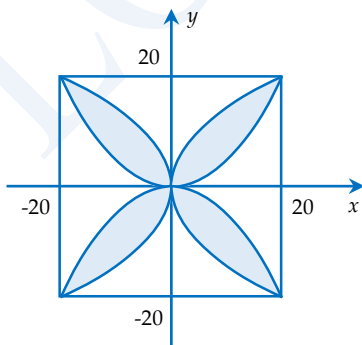
C. $\frac{x}{a} + \frac{y}{c} + \frac{z}{b} = 1$. **D.** $\frac{x}{c} + \frac{y}{b} + \frac{z}{a} = 1$.

Câu 29: Biết rằng khi $m = m_0$ thì hàm số $f(x) = x^3 + (m^2 - 1)x^2 + 2x + m - 1$ là hàm số lẻ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right]$. **B.** $m_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$.

C. $m_0 \in [3; +\infty)$. **D.** $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right]$.

Câu 30: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên dưới:



Diện tích của mỗi cánh hoa bằng

A. 250 cm^2 . **B.** 800 cm^2 .

C. $\frac{800}{3} \text{ cm}^2$. **D.** $\frac{400}{3} \text{ cm}^2$.

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số $m \in \mathbb{N}$ để phương trình:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(m-2)y - 2(m+3)z + 3m^2 + 7 = 0$$

là phương trình của một mặt cầu?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA = a, SB = 2a, SC = 3a$ và $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = \widehat{BSC} = 60^\circ$. Biết đáy $ABCD$ là hình bình hành. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V = a^3 \sqrt{2}$. **B.** $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$. **D.** $V = 3a^3 \sqrt{2}$.

Câu 33: Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1. Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ theo thứ tự là trung điểm của các cạnh $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k$ (với $k = 1, 2, \dots$).

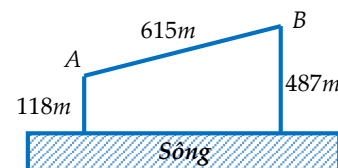
Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2019}}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Câu 34: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + (m+2)x - m$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành

A. $m \leq -2$. **B.** $m < 1$. **C.** $m < -2$. **D.** $m < 2$.

Câu 35: Cho hai vị trí A, B cách nhau 615 m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118 m và 487 m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là



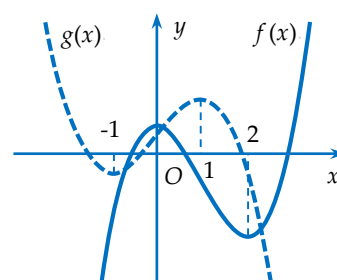
A. 810,3 m.

B. 807,5 m.

C. 779,8 m.

D. 741,2 m.

Câu 36: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Biết rằng hai hàm số $y = f(-2x+1)$ và $y = 3g(ax+b)$ ($a, b \in \mathbb{Q}$) có cùng khoảng đồng biến. Giá trị của biểu thức $a+2b$ bằng

- A. $a+2b=3$. B. $a+2b=4$.
C. $a+2b=2$. D. $a+2b=6$.

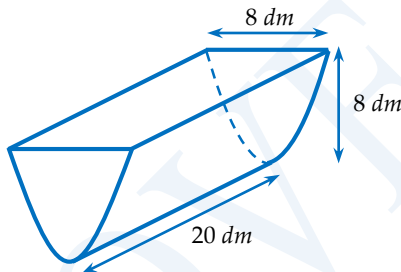
Câu 37: Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\log_3^2 x - 3\log_3 x + 2m - 7 = 0$ có hai nghiệm thực phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+3)(x_2+3)=72$

- A. $m = \frac{61}{2}$. B. $m = 3$.
C. Không tồn tại. D. $m = \frac{9}{2}$.

Câu 38: Biết $\int_{-1}^1 (ax^4 + bx^2) dx = 1$. Giá trị của tích phân $I = \int_0^1 (ax^4 + bx^2 + 1) dx$ là

- A. $I = 1$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = 2$.

Câu 39: Một bồn nước được thiết kế với chiều cao $8dm$, ngang $8dm$ và dài $2m$. Bề mặt cong đều nhau với mặt cắt ngang là một hình parabol như hình vẽ dưới.



Hỏi bồn chứa được tối đa bao nhiêu lít nước?

- A. $\frac{1280}{3}$ (lít). B. 1280π (lít).
C. $\frac{2560}{3}$ (lít). D. 1280 (lít).

Câu 40: Tìm số cặp có thứ tự $(a; b)$ sao cho $(a+bi)^{2018} = a-bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

- A. 2018. B. 2020. C. 2017. D. 2019.

Câu 41: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Khoảng cách từ tâm O của tam giác ABC đến mặt phẳng $(A'BC)$

bằng $\frac{a}{6}$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{4}$. B. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{8}$. C. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{28}$. D. $\frac{3\sqrt{2}a^3}{16}$.

Câu 42: Một đội xây dựng cần hoàn thiện một hệ thống cột tròn của một cửa hàng kinh doanh gồm 10 chiếc. Trước khi hoàn thiện, mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ lục giác đều có cạnh bằng $20cm$; sau khi hoàn thiện (bằng cách trát thêm vữa vào xung quanh), mỗi cột là một khối trụ có đường kính đáy bằng $42cm$. Chiều cao của mỗi cột trước và sau khi hoàn thiện là $4m$. Biết lượng xi măng cần dùng chiếm 80% lượng vữa và cứ một bao xi măng 50 kg thì tương đương với $64000 cm^3$ xi măng. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bao xi măng loại 50 kg để hoàn thiện toàn bộ hệ thống cột?

- A. 22 bao. B. 17 bao. C. 18 bao. D. 25 bao.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 6z + 7 = 0$. Cho ba điểm A, M, B nằm trên mặt cầu (S) thỏa mãn $\widehat{AMB} = 90^\circ$.

Diện tích tam giác AMB có giá trị lớn nhất bằng

- A. 4. B. 2. C. 4π . D. Không tồn tại.

Câu 44: Số giá trị m nguyên thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để bất phương trình $\sqrt{x^2 - 4x + 5} \geq x^2 - 4x + m$ có nghiệm thực trên đoạn $[2; 3]$ là

- A. 2021. B. 2022. C. 2023. D. 2024.

Câu 45: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi M là một điểm thuộc miền trong của khối tứ diện tương ứng. Giá trị lớn nhất của tích các khoảng cách từ điểm M đến bốn mặt phẳng của tứ diện đã cho là

- A. $\frac{a^4}{521}$. B. $\frac{a^4}{576}$. C. $\frac{a^4\sqrt{6}}{81}$. D. $\frac{a^4\sqrt{6}}{324}$.

Câu 46: Cho hàm số $y = \frac{x}{2} + \sqrt{x^2 + x + 1}$ có đồ thị là

(C). Gọi $M(0; m)$ là điểm nằm trên trục tung mà từ đó kẻ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị (C). Biết tập hợp các giá trị của m là nửa khoảng $(a; b]$. Giá trị của $a+b$ bằng

- A. 1. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. -1.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $2^{\sin^2 x} + 3^{\cos^2 x} = m \cdot 3^{\sin^2 x}$ có nghiệm?

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, thỏa mãn hệ thức

$$f(x) + f'(x) \cdot \tan x = \frac{x}{\cos^3 x}. \quad \text{Biết rằng}$$

$\sqrt{3} \cdot f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = a\pi\sqrt{3} + b\ln 3 (a, b \in \mathbb{Q})$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b$

- A. $P = -\frac{4}{9}$. B. $P = -\frac{2}{9}$.
C. $P = \frac{7}{9}$. D. $P = \frac{14}{9}$.

Câu 49: Cho $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$ là số phức thỏa mãn điều kiện $|\bar{z} + 2 - 3i| \leq |z + i - 2| \leq 5$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + y^2 + 8x + 6y$. Tính $M + m$

- A. $\frac{156}{5} - 20\sqrt{10}$. B. $60 - 20\sqrt{10}$.
C. $\frac{156}{5} + 20\sqrt{10}$. D. $60 + 20\sqrt{10}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$, $(Q): x - 2y + z + 8 = 0$ và $(R): x - 2y + z - 4 = 0$. Một đường thẳng d thay đổi cắt ba mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ lần lượt tại A, B, C . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = AB^2 + \frac{144}{AC}$

- A. $72\sqrt[3]{3}$. B. 96. C. 108. D. $72\sqrt[3]{4}$.

ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.A	5.D	6.C	7.D	8.C	9.C	10.A
11.A	12.D	13.D	14.D	15.D	16.C	17.A	18.C	19.C	20.D
21.A	22.C	23.B	24.A	25.D	26.A	27.A	28.B	29.D	30.D
31.C	32.A	33.D	34.B	35.C	36.C	37.D	38.B	39.C	40.D
41.D	42.C	43.A	44.D	45.B	46.C	47.A	48.A	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1: Đáp án B.**

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 4x^2 + 1 = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 2 + \sqrt{3} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ x^2 = 2 - \sqrt{3} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = \left(\frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}}\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{2}} \\ x = \pm \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

Phương trình hoành độ giao điểm có bốn nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$ cắt trục Ox tại 4 điểm.

Câu 2: Đáp án C.

Chú ý: Bán kính r của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c được tính theo công thức $r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.

Câu 3: Đáp án D.

Chú ý: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ $O(0;0;0)$ luôn có phương trình dạng $Ax + By + Cz = 0$ với $\vec{n} = (A; B; C)$ ($A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$) là một vec-tơ pháp tuyến của mặt phẳng đó.

Tổng quát: Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (A; B; C)$ ($A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$) làm một vec-tơ pháp tuyến thì có phương trình tổng quát được viết theo công thức $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$.

Câu 4: Đáp án A.

Số cách chọn cùng lúc 3 học sinh đi tham gia chương trình tình nguyện từ 8 học sinh là $C_8^3 = 56$.

Câu 5: Đáp án D.

Ta có $z_1 = 1 - 2i \Rightarrow \overline{z_1} = 1 + 2i$. Khi đó $z_2 = 2\overline{z_1} \Leftrightarrow (x - 4) + yi = 2(1 + 2i) = 2 + 4i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 4 = 2 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}. \text{ Vậy } (x; y) = (6; 4).$$

Câu 6: Đáp án C.

Từ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ suy ra đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai đường tiệm cận ngang là $y = -3$ và $y = 3$.

Câu 7: Đáp án D.

Ta thấy đồ thị hình vẽ đi qua hai điểm $(1; 0)$ và $(e; 1)$ nên loại ngay hai phương án A, C.

FOR REVIEW

+ Số phức liên hợp của số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là

$$\overline{z} = a - bi.$$

+ Cho số phức $z_1 = x_1 + y_1 i$

và $z_2 = x_2 + y_2 i$. Khi đó:

$$z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ y_1 = y_2 \end{cases}$$

Với phương án B: Ta thấy hàm số $y = \ln|x|$ là hàm số chẵn nên có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng. Vậy đồ thị hình vẽ không thể là đồ thị của hàm số $y = \ln|x|$.

Câu 8: Đáp án C.

$$\log(x^2 + 1) > \log(2x) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 0 \\ x^2 + 1 > 2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ (x-1)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x-1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases}$$

Câu 9: Đáp án C.

$$\text{Ta có } \int f(x)dx = \int (\sin 2x + 3x^2)dx = \int \sin 2x dx + 3 \int x^2 dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + x^3 + C.$$

$$\text{Vậy một nguyên hàm của hàm số } f(x) \text{ là } F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + x^3.$$

Câu 10: Đáp án A.

Số phức $z = a + ai$ ($a \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn hình học là $M(a; a)$ luôn nằm trên đường thẳng $y = x$.

Câu 11: Đáp án A.

Ta nhắc lại một số lý thuyết về hình đa diện và khối đa diện:

Hình đa diện (gọi tắt là *đa diện*) là hình được tạo bởi một số hữu hạn các đa giác thỏa mãn hai tính chất sau:

- Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.
- Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

Khối đa diện là phần không gian được giới hạn bởi một hình đa diện, kể cả hình đa diện đó.

Như vậy mệnh đề ở phương án A không đúng.

Câu 12: Đáp án D.

Một số công thức thường gặp của hình nón, khối nón:

Cho hình nón (N) có chiều cao h , đường sinh l và bán kính đường tròn là r .

1. Diện tích xung quanh và diện tích toàn phần của hình nón:

$$\begin{cases} S_{xq} = \pi r l \\ S_{tp} = \pi r l + \pi r^2 = \pi r(l + r) \end{cases}$$

2. Thể tích của khối nón: $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$.

3. Mỗi quan hệ giữa chiều cao, bán kính đáy và đường sinh: $l^2 = r^2 + h^2$.

Câu 13: Đáp án D.

Đường thẳng (D) có một vec-tơ chỉ phương là $\vec{u}_1 = (a; b; c)$. Suy ra tất cả các vec-tơ $\vec{u} = k \cdot \vec{u}_1 = (ka; kb; kc)$ ($k \neq 0; k \in \mathbb{R}$) cùng phương với vec-tơ $\vec{u}_1$ đều là vec-tơ chỉ phương của đường thẳng (D).

Vậy đường thẳng (D) có vô số vec-tơ chỉ phương.

Câu 14: Đáp án D.

$$\text{Ta có } f(x) + m = 0 \Leftrightarrow f(x) = -m \quad (1)$$

Suy ra số nghiệm của phương trình (1) chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = -m$.

MEMORIZE

Số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn hình học trong mặt phẳng tọa độ Oxy là $M(x; y)$.

MEMORIZE

Mệnh đề “Hình tạo bởi một số hữu hạn đa giác được gọi là hình đa diện” ở phương án A chỉ đúng với chiều ngược lại, tức là mệnh đề “Hình đa diện là hình tạo bởi một số hữu hạn đa giác” đúng. Nhiều học sinh cần phải lưu ý kỹ vì thường gặp phải nhầm lẫn khi xét mệnh đề này.

MEMORIZE

Trương tự, mặt phẳng (P): $ax + by + cz + d = 0$ cũng có vô số vec-tơ pháp tuyến.

Đề phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -m$ tại ba điểm phân biệt. Quan sát bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra $-1 < -m < 2 \Leftrightarrow -2 < m < 1$. Vậy $m \in (-2; 1)$.

Câu 15: Đáp án D.

Áp dụng công thức $\log_{a^\alpha} b^\beta = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \log_a b$ ta có:

$$\log_a b^2 + \log_{a^2} b^4 = 2\log_a b + \frac{4}{2}\log_a b = 4\log_a b.$$

DISCOVERY

Ta có thể áp dụng công thức $\log_{a^\alpha} b^\beta = \frac{\beta}{\alpha} \cdot \log_a b$ vào các bài tập tương tự ở bên.

Bài tập tương tự:

1. Giá trị của biểu thức $\log_{\frac{1}{a}} a^7 + \log_{a^4} a^3$ ($0 < a \neq 1$) là

A. $\frac{31}{4}$.

B. $-\frac{25}{4}$.

C. $\frac{25}{4}$.

D. $-\frac{31}{4}$.

2. Cho $\log_2 x = \sqrt{2}$. Tính giá trị của biểu thức $P = \log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}} x^2 + \log_4 x$.

A. $P = -\sqrt{2}$.

B. $P = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $P = -\frac{1}{\sqrt{2}}$.

D. $P = -\sqrt{3}$.

3. Cho $\log_{\sqrt{3}}(x+1) = 6$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = \log_3(x+1) + \log_3 \sqrt{x+1} + \log_{\sqrt{3}} \sqrt[3]{x+1}.$$

A. $P = \frac{13}{4}$.

B. $P = \frac{26}{3}$.

C. $P = \frac{17}{2}$.

D. $P = \frac{11}{3}$.

Đáp án: 1B; 2B; 3C.

MEMORIZE

Nếu x_1, x_2, x_3 là ba nghiệm của phương trình bậc ba $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$ ($a \neq 0$) thì công thức Vi-ét cho ta:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -\frac{b}{a} \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = \frac{c}{a} \\ x_1x_2x_3 = -\frac{d}{a} \end{cases}$$

Câu 16: Đáp án C.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là nghiệm của phương trình $x^3 - 3x^2 + 2x + 2 = 3x - 1 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0$ (1)

Từ giả thiết, ta có x_1, x_2, x_3 là ba nghiệm của phương trình (1). Theo định lý Viét thì $x_1 + x_2 + x_3 = 3$.

Mặt khác ta có $f(x_1) = g(x_1), f(x_2) = g(x_2)$ và $f(x_3) = g(x_3)$.

$$\text{Suy ra } S = f(x_1) + g(x_2) + f(x_3) = g(x_1) + g(x_2) + g(x_3) = 3(x_1 + x_2 + x_3) - 3 = 6.$$

Câu 17: Đáp án A.

$$\text{Ta có } \lim_{n \rightarrow \infty} (5n - 3n^3) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[n^3 \left(\frac{5}{n^2} - 3 \right) \right] = -\infty \text{ do } \begin{cases} \lim_{n \rightarrow \infty} (n^3) = +\infty \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{n^2} - 3 \right) = -3 \end{cases}$$

Chú ý:

$\lim u_n = a (a \in \mathbb{R})$	$\lim v_n = b (b \in \mathbb{R})$	$\lim(u_n \cdot v_n) = a \cdot b$
$\lim u_n = a (a > 0, a \in \mathbb{R})$	$\lim v_n = -\infty$	$\lim(u_n \cdot v_n) = -\infty$
	$\lim v_n = +\infty$	$\lim(u_n \cdot v_n) = +\infty$
$\lim u_n = a (a < 0, a \in \mathbb{R})$	$\lim v_n = -\infty$	$\lim(u_n \cdot v_n) = +\infty$
	$\lim v_n = +\infty$	$\lim(u_n \cdot v_n) = -\infty$
$\lim u_n = 0$	$\lim v_n = \pm\infty$	$\lim(u_n \cdot v_n) = 0$

DISCOVERY

Từ việc xác định các giới hạn $\lim u_n$ và $\lim v_n$, ta cũng tìm được giới hạn $\lim(u_n \cdot v_n)$ và các kết quả được đưa ra trong bảng bên.

$\lim u_n = -\infty$	$\lim v_n = +\infty$	$\lim(u_n \cdot v_n) = -\infty$
$\lim u_n = -\infty$	$\lim v_n = -\infty$	$\lim(u_n \cdot v_n) = +\infty$

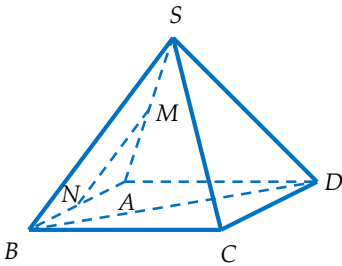
FOR REVIEW

Nếu đại lượng $\Delta x = x - x_0$ là số gia của đối số tại x_0 thì đại lượng $\Delta y = f(x) - f(x_0)$ gọi là số gia tương ứng của hàm số.

DISCOVERY



Áp dụng lý thuyết được đưa ra ở trên, chúng ta có thể giải quyết được các bài tập tương tự ở bên.



MEMORIZE

- * Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$.
- * Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và nghịch biến trên đoạn $[a; b]$ thì $f(b) \leq f(x) \leq f(a)$.

Câu 18: Đáp án C.

Giả sử $\Delta x = x - x_0$ là số gia của đối số tại điểm x_0 thì số gia tương ứng của hàm số là $\Delta y = f(x) - f(x_0) = 2x(x-1) - 2x_0(x_0-1)$.

$$\text{Ta có } \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2(x^2 - x_0^2) - 2(x - x_0)}{x - x_0} = 2(x + x_0) - 2 = 2[x + (x - \Delta x)] - 2 = 4x - 2\Delta x - 2$$

Bài tập tương tự:

1. Số gia của hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 1$ ứng với x và Δx là

- A. $\Delta x \cdot (\Delta x + 2x - 4)$. B. $2x + \Delta x$.
C. $\Delta x \cdot (2x - 4\Delta x)$. D. $2x - 4\Delta x$.

2. Số gia của hàm số $f(x) = \frac{x^2}{2}$ ứng với số gia Δx của đối số x tại $x_0 = -1$ là

- A. $\frac{1}{2}(\Delta x)^2 - \Delta x$. B. $\frac{1}{2}[(\Delta x)^2 - \Delta x]$. C. $\frac{1}{2}[(\Delta x)^2 + \Delta x]$. D. $\frac{1}{2}(\Delta x)^2 + \Delta x$.

3. Cho hàm số $f(x) = x^2 - x$, đạo hàm của hàm số ứng với số gia Δx của đối số x tại x_0 là

- A. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} ((\Delta x)^2 + 2x\Delta x - \Delta x)$. B. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x + 2x - 1)$.
C. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x + 2x + 1)$. D. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} ((\Delta x)^2 + 2x\Delta x + \Delta x)$.

Đáp án: 1A; 2A; 3B.

Câu 19: Đáp án C.

Do M, N lần lượt là trung điểm của SA và AB nên MN là đường trung bình của

$$\Delta SAB \text{ và } MN \parallel SB. \text{ Ta có } \begin{cases} MN \parallel SB \\ SB \subset (SBC) \\ MN \not\subset (SBC) \end{cases} \Rightarrow MN \parallel (SBC).$$

Câu 20: Đáp án D.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Đạo hàm: } f'(x) = -6x^2 + 6x - 3 = -3(2x^2 - 2x + 1) < 0, \forall x \in \mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x^2 - 3x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Từ $0 \leq a < b$ ta có $f(0) \geq f(a) > f(b)$, hay $f(b) < f(a) \leq 0$.

Câu 21: Đáp án A.

Ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm $x = 0$ nên hàm số f có đúng một điểm cực tiểu là $x = 0$.

Ghi nhớ:

Cho hàm số f liên tục trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a; x_0)$ và $(x_0; b)$

* Nếu $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0

* Ngược lại, nếu $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x qua điểm x_0 (theo chiều tăng) thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0

Câu 22: Đáp án C.

Mệnh đề 1 và mệnh đề 3 đúng.

Mệnh đề 2 sai tại điều kiện " $x > y > 0$ ", sửa lại: Nếu $x > 0, y > 0$ và $0 < a \neq 1$ thì

$$\log_a(xy) = \log_a x \cdot \log_a y.$$

Câu 23: Đáp án B.

$$\text{Ta có } \int_{-1}^2 [3f(x) - 2] dx = 3 \int_{-1}^2 f(x) dx - 2 \int_{-1}^2 dx = 3 \cdot 2 - 2x \Big|_{-1}^2 = 6 - 2 \cdot 3 = 0.$$

Bài tập tương tự:

1. Cho $\int_a^b f(x) dx = 7$ và $\int_a^b g(x) dx = -3$. Khi đó $\int_a^b [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 10. B. -10. C. -21. D. 4.

2. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

- A. $I = \frac{11}{2}$. B. $I = \frac{17}{2}$. C. $I = \frac{5}{2}$. D. $I = \frac{7}{2}$.

Đáp án: 1D; 2B.

Câu 24: Đáp án A.

Diện tích của hình phẳng (H) là $S = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^0 |f(x)| dx + \int_0^2 |f(x)| dx$

$$\Rightarrow S = -\int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx = -a + b.$$

Câu 25: Đáp án D.

Số phức $z = 1 + \sqrt{3}i$ có: * Phần thực là 1, phần ảo là $\sqrt{3}$.

* Điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $M(1; \sqrt{3})$.

* Số phức liên hợp $\bar{z} = 1 - \sqrt{3}i$. Vậy khẳng định D sai.

Câu 26: Đáp án A.

Thể tích của khối hộp chữ nhật có chiều cao bằng h , đáy là hình vuông cạnh a

được tính theo công thức: $V = a^2 h \Leftrightarrow h = \frac{V}{a^2}$.

Diện tích toàn phần của hình hộp là:

$$S_{tp} = 2a^2 + 4ah = 2a^2 + 4a \cdot \frac{V}{a^2} = 2a^2 + \frac{4V}{a} = 2 \left(\frac{2V}{a} + a^2 \right).$$

Câu 27: Đáp án A.

Từ một điểm M nằm ngoài mặt cầu $S(O; R)$ có thể kẻ được vô số tiếp tuyến với mặt cầu.

Ghi nhớ: Nếu gọi $A_1, A_2, \dots, A_n$ là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến mặt cầu (S) với mặt cầu (S) thì $MA_1, MA_2, \dots, MA_n$ đều là các đường sinh của hình nón đỉnh M , đáy là đường tròn đi qua các điểm $A_1, A_2, \dots, A_n$.

Câu 28: Đáp án B.**DISCOVERY**

Câu 23 áp dụng công thức

$$\int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx = \int_a^b [f(x) + g(x)] dx.$$

Sử dụng công thức này ta cũng có thể giải quyết được một số bài toán tương tự ở bên.

Phương trình mặt phẳng (ABC) là $\frac{x}{b} + \frac{y}{c} + \frac{z}{a} = 1$.

Ghi nhớ: Mặt phẳng (P) cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại $M(a;0;0), N(0;b;0), P(0;0;c)$ ($abc \neq 0$) thì có phương trình theo đoạn chắn là $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

FOR REVIEW

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D . Để $f(x)$ là hàm số lẻ khi

$$\begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow (-x) \in D \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$$

Câu 29: Đáp án D.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $\forall x \in D \Rightarrow (-x) \in D$.

Để $f(x)$ là hàm số lẻ thì $f(-x) = -f(x), \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow -x^3 + (m^2 - 1)x^2 - 2x + m - 1 = -(-x^3 - (m^2 - 1)x^2 - 2x - m + 1), \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow 2(m-1)(m+1)x^2 + 2(m-1) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow m-1=0 \Leftrightarrow m=1.$$

$$\text{Vậy } m_0 = 1 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right).$$

Câu 30: Đáp án D.

Viên gạch được gắn vào hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Diện tích của một cánh hoa là diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị

hai hàm số $y = \frac{1}{20}x^2$ và $y = \sqrt{20x}$.

$$\text{Diện tích đó là: } S = \int_0^{20} \left(\sqrt{20x} - \frac{1}{20}x^2 \right) dx = \frac{400}{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Bài toán: Tính diện tích của hình phẳng D được giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$.

Phương pháp giải:

– Bước 1: Giải phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $f(x) - g(x) = 0$. Sau đó tìm các nghiệm $a = x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ của phương trình.

– Bước 2: Diện tích hình phẳng D được tính theo công thức $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Trong nhiều trường hợp, ta cần phải sử dụng đến công thức phân đoạn:

$$\begin{aligned} \int_a^b |f(x) - g(x)| dx &= \int_a^{x_2} |f(x) - g(x)| dx + \int_{x_2}^{x_3} |f(x) - g(x)| dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^b |f(x) - g(x)| dx \\ &= \left| \int_a^{x_2} [f(x) - g(x)] dx \right| + \left| \int_{x_2}^{x_3} [f(x) - g(x)] dx \right| + \dots + \left| \int_{x_{n-1}}^b [f(x) - g(x)] dx \right| \end{aligned}$$

Vì trên mỗi đoạn $[a; x_2], [x_2; x_3], \dots, [x_{n-1}; b]$ thì $f(x) - g(x)$ không đổi dấu.

Câu 31: Đáp án C.

Ta có $a = 0; b = m - 2; c = -(m + 3); d = 3m^2 + 7$.

Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2(m-2)y - 2(m+3)z + 3m^2 + 7 = 0$ là phương trình của một mặt cầu khi $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2 + (m+3)^2 - (3m^2 + 7) > 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 6 < 0 \Leftrightarrow 1 - \sqrt{7} < m < 1 + \sqrt{7}.$$

Do $m \in \mathbb{N}$ nên $m \in \{0; 1; 2; 3\}$.

Vậy có 4 giá trị $m \in \mathbb{N}$ thỏa mãn bài toán.

STUDY TIP

Đối với bài toán bên, để tính ra kết quả $S = \frac{400}{3} \text{ (cm}^2\text{)}$ ta có thể sử dụng nhanh MTCT và bỏ qua các bước biến đổi tự luận rắc rối.

DISCOVERY



Câu 30 được phát triển từ bài toán gốc: “Tính diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ ” có cách giải được hướng dẫn như ở bên.

FOR REVIEW

Phương trình tổng quát của một mặt cầu có dạng

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0 \text{ với } a^2 + b^2 + c^2 - d > 0.$$

Câu 32: Đáp án A.**Cách 1:**

Trên các cạnh SB, SC lần lượt lấy hai điểm M, N sao cho $SM = SN = SA = a$.

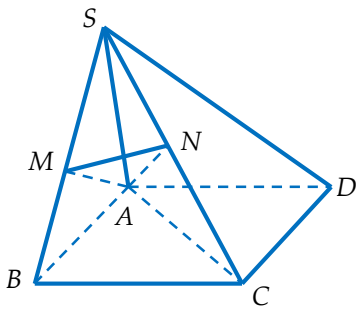
Mà $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = \widehat{BSC} = 60^\circ$ nên $AM = MN = NA = a$ và $S.AMN$ là tứ diện đều có

cạnh bằng a và $V_{S.AMN} = \frac{\sqrt{2}a^3}{12}$ (đvtt).

Áp dụng công thức tỉ số thể tích trong hình tứ diện, ta có

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{a}{2a} \cdot \frac{a}{3a} = \frac{1}{6} \Rightarrow V_{S.ABC} = 6V_{S.AMN} = \frac{\sqrt{2}a^3}{2} \text{ (đvtt)}$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = \sqrt{2}a^3 \text{ (đvtt).}$$

**DISCOVERY**

Cốt lõi của lời giải trong bài toán bên được xuất phát từ việc áp dụng công thức tính tỉ số thể tích trong tứ diện. Ta thực hiện ý tưởng tương tự để giải các bài toán được đề xuất ở bên.

Bài toán tương tự:

1. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = \frac{3a}{2}, SC = 2a$ và $ASB = BSC = CSA = 60^\circ$.

Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

$$\text{A. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}. \quad \text{B. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{4}. \quad \text{C. } V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}. \quad \text{D. } V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

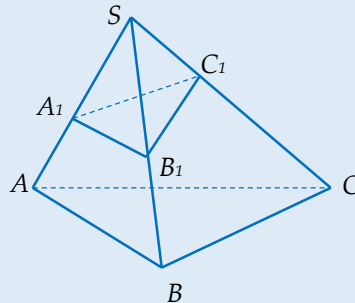
2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = \widehat{BSC} = 60^\circ, SA = 3, SB = 4$ và $SC = 5$. Tính khoảng cách d từ C đến mặt phẳng (SAB) .

$$\text{A. } d = 5\sqrt{2}. \quad \text{B. } d = \frac{5\sqrt{2}}{3}. \quad \text{C. } d = \frac{\sqrt{3}}{3}. \quad \text{D. } d = \frac{5\sqrt{6}}{3}.$$

Đáp án: 1B; 2D.

Công thức tỉ số thể tích áp dụng trong hình tứ diện (hình chóp tam giác):

Cho khối chóp $S.ABC$ và các điểm A_1, B_1, C_1 lần lượt thuộc các đường thẳng SA, SB và SC .



$$\text{Khi đó } \frac{V_{S.A_1B_1C_1}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA_1}{SA} \cdot \frac{SB_1}{SB} \cdot \frac{SC_1}{SC}.$$

Cách 2:

Áp dụng công thức $V = \frac{abc}{6} \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}$ ta có:

$$V_{S.ABC} = \frac{a \cdot 2a \cdot 3a}{6} \cdot \sqrt{1 - 3 \cos^2 60^\circ + 2 \cos^3 60^\circ} = a^3 \cdot \sqrt{1 - \frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{a^3}{\sqrt{2}} \text{ (đvtt).}$$

$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = 2V_{S.ABC} = 2 \cdot \frac{a^3}{\sqrt{2}} = a^3 \sqrt{2} \text{ (đvtt).}$$

Bài toán đề xuất:

Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = 2a, SB = 3a, SC = 4a$ và $ASB = BSC = 60^\circ, ASC = 90^\circ$.

Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } V = \frac{2a^3\sqrt{2}}{9}. \quad \text{B. } V = 2a^3\sqrt{2}. \quad \text{C. } V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}. \quad \text{D. } V = a^3\sqrt{2}.$$

Đáp án B.

DISCOVERY

Cách 2 trong lời giải này áp dụng công thức tính nhanh dưới đây:

“Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = a, SB = b, SC = c$ và

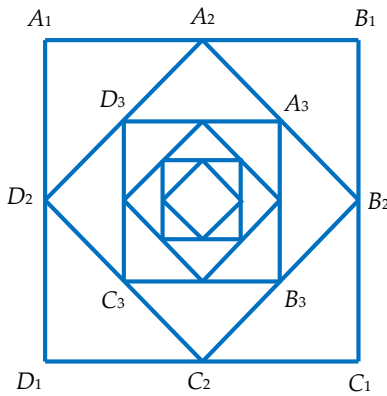
$\widehat{ASB} = \alpha, \widehat{BSC} = \beta, \widehat{CSA} = \gamma$.

Đặt $\cos \alpha = x, \cos \beta = y$ và

$\cos \gamma = z$ thì $V_{S.ABC} = \frac{abc}{6} \times$

$\times \sqrt{1 - x^2 - y^2 - z^2 + 2xyz}$.

Câu 33: Đáp án D.



Cạnh của hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là $A_2B_2 = A_1B_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Cạnh của hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là $A_3B_3 = A_2B_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = A_1B_1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$.

Cạnh của hình vuông $A_4B_4C_4D_4$ là $A_4B_4 = A_3B_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = A_1B_1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3$.

Tương tự, ta tính được cạnh của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ là

$$A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018} = A_1B_1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}.$$

Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng $4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017} = \frac{4 \cdot 2^{1008} \cdot \sqrt{2}}{2^{2017}} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}.$

Câu 34: Đáp án B.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành là nghiệm của phương trình: $x^3 - 3x^2 + (m+2)x - m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2x + m) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ g(x) = x^2 - 2x + m = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành

$\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow \begin{cases} g(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 + m \neq 0 \\ \Delta'_{(*)} = 1 - m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1.$$

Câu 35: Đáp án C.

Khoảng cách từ A đến bờ sông là $AH = 118m$; khoảng cách từ B đến bờ sông là $BK = 487m$ (hình vẽ).

$$\begin{aligned} \text{Ta có } HK &= AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = \sqrt{AB^2 - (BK - AH)^2} = \sqrt{615^2 - (487 - 118)^2} \\ &\Rightarrow HK = 492(m). \end{aligned}$$

Người đó đi từ A đến vị trí M trên bờ sông để lấy nước, sau đó mang về B.

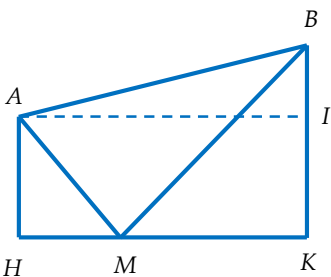
$$\text{Đặt } HM = x(m) (0 \leq x \leq 492) \Rightarrow MK = 492 - x(m).$$

$$\begin{aligned} \text{Đoạn đường người đó đi được là } AM + MB &= \sqrt{AH^2 + HM^2} + \sqrt{MK^2 + BK^2} \\ &\Rightarrow AM + MB = \sqrt{118^2 + x^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} = \sqrt{x^2 + 13924} + \sqrt{x^2 - 984x + 479233} \end{aligned}$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 13924} + \sqrt{x^2 - 984x + 479233}$ trên $[0; 492]$.

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 13924}} + \frac{x - 492}{\sqrt{x^2 - 984x + 479233}};$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{58056}{605} \in [0; 492] \\ x = -\frac{472}{3} \notin [0; 492] \end{cases}$$



Có $f(0) \approx 810,3$; $f(4) \approx 807,5$; $f\left(\frac{58056}{605}\right) \approx 779,8$ nên $\min_{[0;492]} f(x) \approx 779,8$.

Vậy đoạn đường ngắn nhất người đó có thể đi là $(AM + BM)_{\min} \approx 779,8(m)$.

DISCOVERY



Ta có thể sử dụng cách làm tương tự để giải bài toán đề xuất bên đây.

Bài toán đề xuất:

Hai chiếc cọc cao $10m$ và $30m$ lần lượt đặt tại hai vị trí A, B . Biết khoảng cách giữa hai cọc bằng $24m$. Người ta chọn một cái chốt ở vị trí M trên mặt đất nằm giữa hai chân cọc để giăng dây nối đến hai đỉnh C và D của cọc. Hỏi ta phải đặt chốt ở vị trí nào trên mặt đất để tổng độ dài của hai sợi dây đó là ngắn nhất.

A. $AM = 6m, BM = 18m$.

B. $AM = 7m, BM = 17m$.

C. $AM = 4m, BM = 20m$.

D. $AM = 12m, BM = 12m$.

Đáp án: A.

Câu 36: Đáp án C.

* Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0), (2;+\infty)$.

Khi đó $f'(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$ và $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x > 2 \end{cases}$

Đặt $y = F(x) = f(-2x+1)$ thì $F'(x) = -2.f'(-2x+1)$. Hàm số $y = f(-2x+1)$ đồng biến khi $F'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(-2x+1) < 0 \Leftrightarrow 0 < -2x+1 < 2 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < \frac{1}{2}$.

Suy ra hàm số $y = f(-2x+1)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

* Ta cũng thấy hàm số $g(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-1), (1;+\infty)$ và hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Suy ra $g'(x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x > 1 \end{cases}$ và $g'(x) > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 1$.

Đặt $y = G(x) = 3g(ax+b)$ thì $G'(x) = 3a.g'(ax+b)$.

Hàm số $y = 3g(ax+b)$ đồng biến khi $G'(x) = 3a.g'(ax+b) > 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ g'(ax+b) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ -1 < ax+b < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \frac{-1-b}{a} < x < \frac{1-b}{a} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ g'(ax+b) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ ax+b < -1 \\ ax+b > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ x > \frac{-1-b}{a} \\ x < \frac{1-b}{a} \end{cases}$$

Suy ra hàm số $y = 3g(ax+b)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{-1-b}{a}; \frac{1-b}{a}\right)$ nếu $a > 0$;

hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; \frac{1-b}{a}\right)$ và $\left(\frac{-1-b}{a}; +\infty\right)$ nếu $a < 0$.

MEMORIZE

Từ bài toán bên, ta rút ra lý thuyết sau:

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và **đồng biến (nghịch biến)** trên khoảng $(a;b)$ thì:

* Hàm số $y = f(mx+n)$ **đồng biến (nghịch biến)**

trên khoảng $\left(\frac{a-n}{m}; \frac{b-n}{m}\right)$

khi $m > 0$.

* Hàm số $y = f(mx+n)$

nghịch biến (đồng biến)

trên khoảng $\left(\frac{b-n}{m}; \frac{a-n}{m}\right)$

khi $m < 0$.

* Do hai hàm số $y = f(-2x+1)$ và $y = 3g(ax+b)$ có cùng khoảng đồng biến là

$$\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right) \text{ nên } \begin{cases} a > 0 \\ \frac{-1-b}{a} = -\frac{1}{2} \\ \frac{1-b}{a} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ a-2b=2 \\ a+2b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=0 \end{cases}. \text{ Vậy } a+2b=2+2.0=2.$$

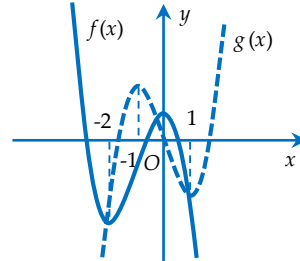
DISCOVERY



Ta áp dụng lý thuyết được rút ra ở phần MEMORIZE để giải bài toán tương tự bên đây.

Bài toán đề xuất:

Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Biết rằng hai hàm số $y = 3f(3x-1)$ và $y = 2g(ax+b)$ có cùng khoảng đồng biến.

Giá trị của biểu thức $2a+b$ là

A. 5.

B. 2.

C. -4.

D. -6.

Câu 37: Đáp án D.

Điều kiện: $x > 0$. Đặt $t = \log_3 x \Leftrightarrow x = 3^t$.

Phương trình đã cho trở thành: $t^2 - 3t + 2m - 7 = 0$ (*)

Để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt $x_1, x_2 \Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt $t_1, t_2 \Leftrightarrow \Delta = 9 - 4(2m - 7) > 0 \Leftrightarrow 37 - 8m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{37}{8}$.

Giả sử (*) có hai nghiệm $t_1 = \log_3 x_1$ và $t_2 = \log_3 x_2$.

Khi đó $x_1 \cdot x_2 = 3^{t_1} \cdot 3^{t_2} = 3^{t_1+t_2} = 3^3 = 27$.

Suy ra $(x_1 + 3)(x_2 + 3) = 72 \Leftrightarrow x_1 x_2 + 3(x_1 + x_2) = 63 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 12$

$\Rightarrow x_1, x_2$ là hai nghiệm của phương trình $x^2 - 12x + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 \\ x = 3 \end{cases}$

* Với $x = 9 \Rightarrow t = \log_3 9 = 2$ thay vào (*) ta được: $2m - 9 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$ (thỏa mãn).

* Với $x = 3 \Rightarrow t = \log_3 3 = 1$ thay vào (*) ta được: $2m - 9 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{9}{2}$ (thỏa mãn).

Vậy $m = \frac{9}{2}$ là giá trị cần tìm.

Câu 38: Đáp án B.

Do hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + 1$ là hàm chẵn và liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ nên ta

có $\int_{-1}^1 (ax^4 + bx^2 + 1) dx = 2 \int_0^1 (ax^4 + bx^2 + 1) dx$.

Suy ra $I = \int_0^1 (ax^4 + bx^2 + 1) dx = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 (ax^4 + bx^2 + 1) dx = \frac{1}{2} \left[\int_{-1}^1 (ax^4 + bx^2) dx + \int_{-1}^1 dx \right]$

$\Rightarrow I = \frac{1}{2} \cdot (1 + 2) = \frac{3}{2}$.

STUDY TIP

Nếu bài toán xuất hiện dữ kiện $a \cdot f^2(x) + b \cdot f(x) + c = 0$ thì ta nên đặt ẩn phụ $t = f(x)$ và đưa về giải phương trình bậc hai ẩn t : $at^2 + bt + c = 0$.

FOR REVIEW

Nếu $f(x)$ là hàm chẵn và liên tục trên đoạn $[-a; a]$

thì $\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx$

$= 2 \int_0^a f(x) dx$.

Câu 39: Đáp án C.

Xét mặt cắt là một hình parabol, chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ bên.

Phương trình parabol (P) có dạng $y = ax^2$ với $a > 0$. Ta thấy (P) đi qua các điểm

$(-4; 8)$ và $(4; 8)$ nên $8 = 16a \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$.

Suy ra phương trình parabol (P) là $y = \frac{1}{2}x^2$.

Diện tích mặt cắt parabol của bồn nước cũng chính là diện tích của hình phẳng được giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{2}x^2$ và $y = 8$.

$$\text{Diện tích đó là: } S = \int_{-4}^4 \left| \frac{1}{2}x^2 - 8 \right| dx = \int_{-4}^4 \left(8 - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = \frac{128}{3} (dm^2).$$

$$\text{Do đó thể tích của bồn nước là: } V = \int_0^{20} S dx = \int_0^{20} \frac{128}{3} dx = \frac{128}{3} x \Big|_0^{20} = \frac{2560}{3} (dm^3).$$

Ghi nhớ:

* Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$. Diện tích của hình phẳng D được tính theo công thức: $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

* Gọi H là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm có hoành độ lần lượt là a và b. Khi cắt vật thể bởi một mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$), ta được một thiết diện có diện tích là $S(x)$, với $S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Thể tích của vật thể (H) là: $V = \int_a^b S(x) dx$.

Câu 40: Đáp án D.

$$\text{Đặt } z = a + bi (a, b \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = a - bi.$$

$$\text{Từ giả thiết } (a + bi)^{2018} = a - bi \text{ ta có: } z^{2018} = \bar{z} \Leftrightarrow z^{2018} = \frac{|z|^2}{z} \Leftrightarrow z^{2019} - |z|^2 = 0 (*)$$

Phương trình (*) (nhân z) có bậc là 2019, nên phương trình (*) có 2019 nghiệm phức dạng $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$.

Vậy có 2019 cặp có thứ tự $(a; b)$ thỏa mãn bài toán.

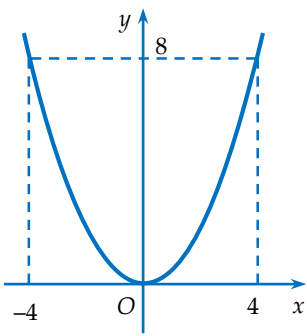
Câu 41: Đáp án D.

Gọi M là trung điểm của BC. Suy ra $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AM)$.

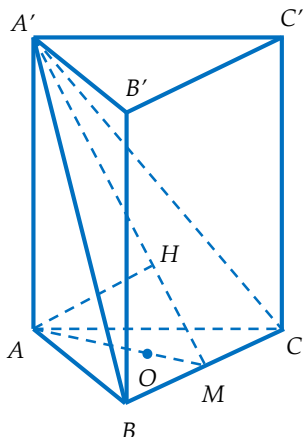
Kẻ $AH \perp A'M (H \in A'M)$. Do $BC \perp (A'AM) \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow AH \perp (A'BC) \Rightarrow AH = d(A; (A'BC))$.

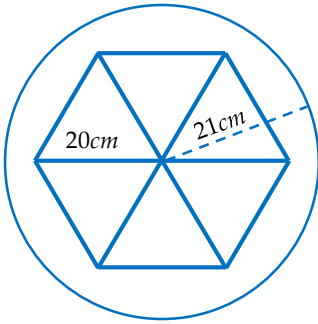
$$\text{Ta có } \frac{d(A; (A'BC))}{d(O; (A'BC))} = \frac{AM}{OM} = 3 \Rightarrow d(A; (A'BC)) = 3d(O; (A'BC)) = 3 \cdot \frac{a}{6} = \frac{a}{2} = AH.$$

$$\Delta A'AM \text{ vuông tại } A, AH \text{ là đường cao nên } \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AM^2}$$

**FOR REVIEW**

Với mọi số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) ta luôn có $|z|^2 = z \cdot \bar{z}$.





STUDY TIP

Nhiều học sinh chọn đáp án B, tuy nhiên nếu chỉ sử dụng 17 bao xi măng thì vẫn còn thiếu một lượng nhỏ xi măng nữa mới có thể hoàn thiện hệ thống cột. Vì vậy ta nên chọn 18 bao xi măng và khi hoàn thiện xong toàn bộ hệ thống cột sẽ còn thừa lại một lượng xi măng.

MEMORIZE

Nếu mặt cầu (S) đi qua ba điểm A, B, C thỏa mãn $\widehat{BAC} = 90^\circ$ thì BC sẽ đi qua I, tức là $BC = 2r$ (trong đó I là tâm của mặt cầu, r là bán kính).

$$\Leftrightarrow \frac{1}{A'A^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AM^2} = \frac{4}{a^2} - \frac{4}{3a^2} = \frac{8}{3a^2} \Leftrightarrow AA' = a\sqrt{\frac{3}{8}} = \frac{\sqrt{6}a}{4}.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ là: } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{6}a}{4} \cdot \frac{\sqrt{3}a^2}{4} = \frac{3\sqrt{2}a^3}{16}.$$

Câu 42: Đáp án C.

Trước khi hoàn thiện, mỗi chiếc cột là một khối bê tông cốt thép hình lăng trụ với đáy là hình lục giác đều có diện tích là $S_1 = 6 \cdot \frac{20^2 \sqrt{3}}{4} = 600\sqrt{3} (cm^2)$.

$$\text{Thể tích mỗi khối lăng trụ lúc đầu là: } V_1 = S_1 \cdot h = 600\sqrt{3} \cdot 400 = 240000\sqrt{3} (cm^3).$$

Thể tích mỗi khối cột hình trụ sau khi hoàn thiện là:

$$V_2 = \pi \cdot 21^2 \cdot 400 = 176400\pi (cm^3).$$

Suy ra thể tích lượng vữa trát thêm vào cho cả 10 cây cột là:

$$V = 10 \cdot (V_2 - V_1) = 10 \cdot (176400\pi - 240000\sqrt{3}) \approx 1384847,503 (cm^3).$$

Do lượng xi măng chiếm 80% lượng vữa nên lượng xi măng cần dùng để xây hệ thống cột là: $V_{xm} \approx 1384847,503 \times 80\% \approx 1107878,002 (cm^3)$.

$$\text{Số bao xi măng loại 50 kg cần dùng là: } \frac{V_{xm}}{64000} \approx 17,3106.$$

Vậy cần ít nhất 18 bao xi măng để hoàn thiện toàn bộ hệ thống cột.

Câu 43: Đáp án A.

Mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm $I(1;1;3)$ và bán kính $R=2$.

Từ giả thiết ta có ba điểm A, M, B nằm trên mặt cầu và thỏa mãn $\widehat{AMB} = 90^\circ$ nên AB đi qua I, hay $AB = 2R = 4$.

$$\text{Lại có } S_{\triangle AMB} = \frac{1}{2} MA \cdot MB \leq \frac{1}{2} \cdot \frac{MA^2 + MB^2}{2} = \frac{AB^2}{4} = 4.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow MA = MB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

Câu 44: Đáp án D.

Bất phương trình tương đương với $m \leq \sqrt{x^2 - 4x + 5} - x^2 + 4x$.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 5} - x^2 + 4x$ trên đoạn $[2;3]$.

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} - 2(x-2) = (x-2) \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} - 2 \right);$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ \sqrt{x^2 - 4x + 5} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ (x-2)^2 + \frac{3}{4} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x=2.$$

Bảng biến thiên:

x		2	3	
f'(x)			-	
f(x)		5		$3 + \sqrt{2}$

Để bất phương trình đã cho có nghiệm thực trên $[2;3]$ khi và chỉ khi $m \leq \max_{[2;3]} f(x) = 5$.

Do $m \in [-2018; 2018]$ và $m \in \mathbb{Z}$ nên tất cả các giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán là $m \in \{-2018; -2017; \dots; 4; 5\}$. Vậy có $5 - (-2018) + 1 = 2024$ giá trị m nguyên thỏa mãn.

Bài toán: Tìm m để bất phương trình chứa tham số $f(x; m) \geq 0$ hoặc $f(x; m) \leq 0$ có nghiệm trên D .

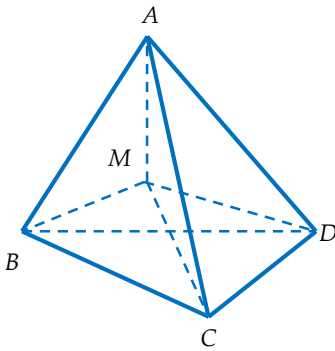
* **Bước 1:** Cô lập (tách) m ra khỏi biến số x và đưa về dạng $f(x) \geq A(m)$ hoặc $f(x) \leq A(m)$.

* **Bước 2:** Lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên D .

* **Bước 3:** Dựa vào bảng biến thiên, xác định giá trị của tham số m để bất phương trình có nghiệm

– Với bất phương trình $f(x) \geq A(m)$ đó là những giá trị m sao cho tồn tại phần đồ thị nằm trên đường thẳng $y = A(m)$, tức là $A(m) \leq \max_D f(x)$ (khi $\max_D f(x)$ tồn tại).

– Với bất phương trình $f(x) \leq A(m)$ đó là những giá trị m sao cho tồn tại phần đồ thị nằm dưới đường thẳng $y = A(m)$, tức là $A(m) \geq \min_D f(x)$ (khi $\min_D f(x)$ tồn tại).



MEMORIZE

Thể tích của khối tứ diện đều cạnh a là $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.

FOR REVIEW

Bất đẳng thức Cauchy áp dụng cho n số thực dương $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($n \geq 2, n \in \mathbb{N}$) là $a_1 + a_2 + \dots + a_n \geq n \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$.
Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

Câu 45: Đáp án B.

Gọi r_1, r_2, r_3, r_4 lần lượt là khoảng cách từ điểm M đến các mặt phẳng $(BCD), (ACD), (ABD), (ABC)$.

Gọi S là diện tích một mặt của tứ diện đều thì $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

Thể tích tứ diện đều $ABCD$ là $V_{ABCD} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.

Ta có $V_{ABCD} = V_{M.BCD} + V_{M.ACD} + V_{M.ABD} + V_{M.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S \cdot r_1 + \frac{1}{3} \cdot S \cdot r_2 + \frac{1}{3} \cdot S \cdot r_3 + \frac{1}{3} \cdot S \cdot r_4$
 $\Rightarrow V_{ABCD} = \frac{S}{3} (r_1 + r_2 + r_3 + r_4)$.

Suy ra $V_{ABCD} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{12} (r_1 + r_2 + r_3 + r_4) = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12} \Leftrightarrow r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = a \sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho các số dương ta có:

$$\frac{a\sqrt{6}}{3} = r_1 + r_2 + r_3 + r_4 \geq 4 \sqrt[4]{r_1 r_2 r_3 r_4} \Leftrightarrow r_1 r_2 r_3 r_4 \leq \left(\frac{a\sqrt{6}}{12} \right)^4 = \frac{a^4}{576}.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = \frac{a\sqrt{6}}{12}$.

Câu 46: Đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Đạo hàm: $y' = \frac{1}{2} + \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$.

Gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(0; m)$ và có hệ số góc là k , phương trình đường thẳng $\Delta: y = kx + m$.

Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \sqrt{x^2 + x + 1} = kx + m \\ k = \frac{1}{2} + \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2 + x + 1}} \end{cases} \Rightarrow \frac{x}{2} + \sqrt{x^2 + x + 1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{2x+1}{2\sqrt{x^2 + x + 1}} \right) x + m$$

$$\Leftrightarrow \frac{x+2}{2\sqrt{x^2 + x + 1}} = m \quad (*)$$

Hệ phương trình trên có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có nghiệm.

Xét hàm số $f(x) = \frac{x+2}{2\sqrt{x^2 + x + 1}}$ trên $\mathbb{R}$.

Đạo hàm $f'(x) = \frac{-3x}{4(x^2 + x + 1)\sqrt{x^2 + x + 1}}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	$-\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Phương trình $(*)$ có nghiệm $\Leftrightarrow -\frac{1}{2} < m \leq 1$ hay $m \in \left(-\frac{1}{2}; 1\right]$. Vậy $a = -\frac{1}{2}; b = 1 \Rightarrow a + b = \frac{1}{2}$.

Bài toán: Tìm điều kiện của tham số để từ điểm $M(x_0; y_0)$ cho trước có thể kẻ được 1, 2, 3,... tiếp tuyến đến đồ thị (C) : $y = f(x)$.

*** Bước 1:** Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua M và có hệ số góc k

$$y = k(x - x_0) + y_0.$$

*** Bước 2:** Δ tiếp xúc với (C) khi hệ phương trình dưới đây có nghiệm

$$\begin{cases} f(x) = k(x - x_0) + y_0 & (1) \\ f'(x) = k & (2) \end{cases}$$

Thế k từ (2) vào (1) ta được: $f(x) = f'(x) \cdot (x - x_0) + y_0 \quad (*)$

*** Bước 3:** Số tiếp tuyến của đồ thị (C) kẻ từ M chính là số nghiệm của phương trình $(*)$.

MEMORIZE

* Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và đồng biến trên đoạn $[a; b]$ thì $f(a) \leq f(x) \leq f(b)$.

* Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục và nghịch biến trên đoạn $[a; b]$ thì $f(b) \leq f(x) \leq f(a)$.

Câu 47: Đáp án A.

Đặt $t = \sin x, t \in [0; 1]$ thì phương trình đã cho trở thành:

$$2^t + 3^{1-t} = m \cdot 3^t \Leftrightarrow m = \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3^{1-2t}$$

Xét hàm số $f(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t + 3^{1-2t}$ trên đoạn $[0; 1]$.

Ta có $f'(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t \cdot \ln \frac{2}{3} - 2 \cdot 3^{1-2t} \cdot \ln 3$ và $f''(t) = \left(\frac{2}{3}\right)^t \cdot \left(\ln \frac{2}{3}\right)^2 + 2 \cdot 3^{1-2t} \cdot (\ln 3)^2 > 0, \forall t$

$\Rightarrow$ Hàm số $f'(t)$ đồng biến trên $[0;1] \Rightarrow f'(t) \leq f'(1) = \frac{2}{3} \cdot \ln \frac{2}{9} < 0$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ nghịch biến trên đoạn $[0;1]$.

$\Rightarrow f(1) \leq f(t) \leq f(0)$ hay $1 \leq f(t) \leq 4$.

Để phương trình đã cho có nghiệm khi và chỉ khi đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(t)$ trên đoạn $[0;1]$. Suy ra $1 \leq m \leq 4$.

Câu 48: Đáp án A.

Từ giả thiết, ta có $f(x) + f'(x) \cdot \tan x = \frac{x}{\cos^3 x} \Leftrightarrow f(x) + f'(x) \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{x}{\cos^3 x}$

$$\Leftrightarrow \sin x \cdot f'(x) + \cos x \cdot f(x) = \frac{x}{\cos^2 x} \Leftrightarrow [\sin x \cdot f(x)]' = \frac{x}{\cos^2 x}$$

Suy ra $f(x) \cdot \sin x = \int \frac{x}{\cos^2 x} dx = x \cdot \tan x + \ln |\cos x| + C$.

* Với $x = \frac{\pi}{3}$ ta có $\frac{\sqrt{3}}{2} \cdot f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{3} \cdot \sqrt{3} + \ln \frac{1}{2} + C \Leftrightarrow \sqrt{3} \cdot f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\sqrt{3}\pi}{3} - 2\ln 2 + 2C$.

* Với $x = \frac{\pi}{6}$ ta có $\frac{1}{2} \cdot f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{6} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3} + \ln \frac{\sqrt{3}}{2} + C \Leftrightarrow f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}\pi}{9} + 2\ln \frac{\sqrt{3}}{2} + 2C$.

Suy ra $\sqrt{3} \cdot f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{5\sqrt{3}\pi}{9} - \ln 3$.

Vậy $a = \frac{5}{9}, b = -1 \Rightarrow P = a + b = -\frac{4}{9}$.

Bài toán tương tự:

1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục và nhận giá trị không âm trên $[1; +\infty)$, thỏa mãn $f(1) = 0$ và $e^{2f(x)} \cdot [f'(x)]^2 = 4x^2 - 4x + 1$ với mọi $x \in [1; +\infty)$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $-1 < f'(4) < 0$. B. $0 < f'(4) < 1$. C. $1 < f'(4) < 2$. D. $2 < f'(4) < 3$.

2. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 15x^4 + 12x$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Giá trị của $f^2(1)$ bằng

A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{9}{2}$. C. 8. D. 10.

3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;4]$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x} \sqrt{2x+1}$ với mọi $x \in [0;4]$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $e^4 f(4) - f(0) = \frac{26}{3}$. B. $e^4 f(4) - f(0) = 3e$.

C. $e^4 f(4) - f(0) = e^4 - 1$. D. $e^4 f(4) - f(0) = 3$.

Đáp án: 1B; 2C; 3A.

Câu 49: Đáp án B.

Từ giả thiết ta có:

$$\sqrt{(x+2)^2 + (y+3)^2} \leq \sqrt{(x-2)^2 + (y+1)^2} \leq 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y + 2 \leq 0 \\ (x-2)^2 + (y+1)^2 \leq 25 \end{cases}$$

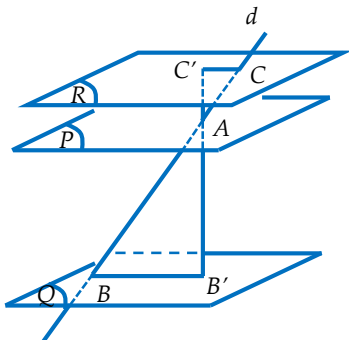
DISCOVERY



Ta sử dụng ý tưởng tương tự để giải các bài toán bên đây.

STUDY TIP

Tập hợp các điểm $(x; y)$ thỏa mãn $2x + y + 2 \leq 0$ là một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $d: 2x + y + 2 = 0$ không chứa điểm $O(0; 0)$ (kể cả bờ là đường thẳng d). Tập hợp các điểm $(x; y)$ thỏa mãn $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 \leq 25$ là hình tròn $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$. Hợp của hai miền này chính là miền mặt phẳng (T) được tô đậm trong hình vẽ bên.



STUDY TIP

Ta áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho ba số dương $9\left(\frac{3}{2} + x^2\right), \frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2} + x^2}}, \frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2} + x^2}}$ để tìm giá trị nhỏ nhất của T (xem lại bất đẳng thức này tại câu 45).

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là miền mặt phẳng (T)

$$\text{thỏa mãn } \begin{cases} 2x + y + 2 \leq 0 \\ (x - 2)^2 + (y + 1)^2 \leq 25 \end{cases}$$

(miền tô đậm trong hình vẽ bên).

Gọi A, B là các giao điểm của đường thẳng $2x + y + 2 = 0$ và đường tròn (C') :

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25. \text{ Ta tìm được } A(2; -6) \text{ và } B(-2; 2).$$

$$\text{Ta có } P = x^2 + y^2 + 8x + 6y \Leftrightarrow (x + 4)^2 + (y + 3)^2 = P + 25.$$

Gọi (C) là đường tròn có tâm $J(-4; -3)$ và bán kính $R = \sqrt{P + 25}$.

Đường tròn (C) cắt miền (T) khi và chỉ khi $JK \leq R \leq JA \Leftrightarrow IJ - IK \leq R \leq JA$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{10} - 5 \leq \sqrt{P + 25} \leq 3\sqrt{5} \Leftrightarrow 40 - 20\sqrt{10} \leq P \leq 20.$$

$$\text{Vậy } M = 20, m = 40 - 20\sqrt{10} \Rightarrow M + m = 60 - 20\sqrt{10}.$$

Câu 50: Đáp án C.

Dễ thấy mặt phẳng (P) nằm giữa hai mặt phẳng (Q) và (R) ; ba mặt phẳng $(P), (Q), (R)$ đôi một song song với nhau.

Trên mặt phẳng (P) lấy điểm $M(1; 0; 0)$.

Gọi B', C' lần lượt là hình chiếu của A trên hai mặt phẳng (Q) và (R) . Ta có:

$$AB' = d(A; (Q)) = d(M; (Q)) = \frac{|1 - 2 \cdot 0 + 0 + 8|}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}.$$

$$AC' = d(A; (R)) = d(M; (R)) = \frac{|1 - 2 \cdot 0 + 0 - 4|}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

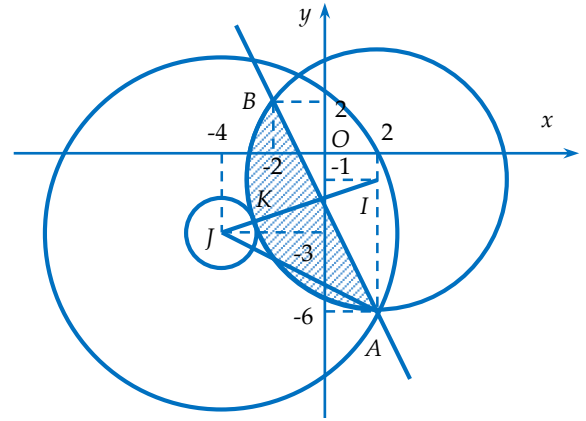
$$\text{Suy ra } AB' = 3AC' \Rightarrow \frac{AB'}{AC'} = 3 = \frac{BB'}{CC'}. \text{ Đặt } CC' = x (x > 0) \Rightarrow BB' = 3x.$$

$$\Rightarrow AB^2 = AB'^2 + BB'^2 = \frac{27}{2} + 9x^2 \text{ và } AC = \sqrt{AC'^2 + CC'^2} = \sqrt{\frac{3}{2} + x^2}.$$

$$\text{Khi đó } T = AB^2 + \frac{144}{AC} = \frac{27}{2} + 9x^2 + \frac{144}{\sqrt{\frac{3}{2} + x^2}} = 9\left(\frac{3}{2} + x^2\right) + \frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2} + x^2}} + \frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2} + x^2}}$$

$$\Rightarrow T \geq 3 \cdot \sqrt[3]{9\left(\frac{3}{2} + x^2\right) \cdot \frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2} + x^2}} \cdot \frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2} + x^2}}} = 108.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } 9\left(\frac{3}{2} + x^2\right) = \frac{72}{\sqrt{\frac{3}{2} + x^2}} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{10}}{2}.$$

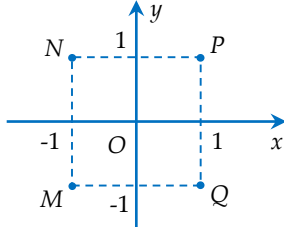


ĐỀ SỐ 3 – THPT CHUYÊN ĐH VINH LẦN 1

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



Câu 1: Cho các số phức $z = -1 + 2i$, $w = 2 - i$. Điểm nào trong hình bên dưới biểu diễn số phức $z + w$?



- A. P. B. N. C. Q. D. M.

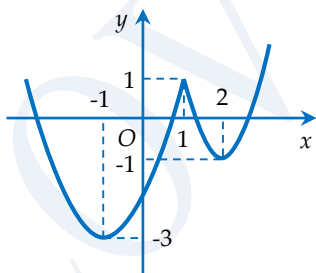
Câu 2: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{-x}$ là

- A. $\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$. B. $-3^{-x} + C$.
C. $-\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C$. D. $3^{-x} \ln 3 + C$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = a$, cạnh bên $SD = 2a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $3a^3$. B. $6a^3$. C. $2a^3$. D. a^3 .

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?



- A. Đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.
B. Nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.
C. Đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
D. Nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 5: Số nghiệm âm của phương trình $\log|x^2 - 3| = 0$ là

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2019

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-1; 0; 2)$ và $F(2; 1; -5)$. Phương trình đường thẳng EF là

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-7}$. B. $\frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-3}$. D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$.

Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) , với $u_1 = -9$, $u_4 = \frac{1}{3}$.

Cộng bội của cấp số nhân đã cho bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. -3 . C. 3 . D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 8: Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Biểu thức $\ln \frac{a}{b^2}$ bằng

- A. $\ln a - 2\ln b$. B. $\ln a + \frac{1}{2}\ln b$.
C. $\ln a + 2\ln b$. D. $\ln a - \frac{1}{2}\ln b$.

Câu 9: Cho k, n ($k < n$) là các số nguyên dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $A_n^k = \frac{n!}{k!}$. B. $A_n^k = k!.C_n^k$.
C. $A_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. D. $A_n^k = n!.C_n^k$.

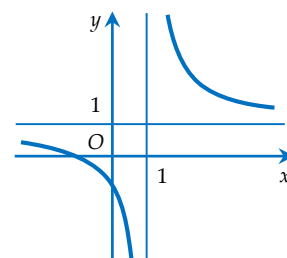
Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên dưới.

x	-3	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	+	0	-	0	+	-

Mệnh đề nào sau đây sai về hàm số đó?

- A. Đạt cực tiểu tại $x = 1$.
B. Đạt cực đại tại $x = -1$.
C. Đạt cực đại tại $x = 2$.
D. Đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 11: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = \frac{x+1}{x-1}$.
C. $y = \frac{x-1}{x+1}$. D. $y = x^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; 4; 0)$ và $\vec{b} = (5; 0; 12)$. Cosin của góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

- A. $\frac{3}{13}$. B. $-\frac{3}{13}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $\frac{5}{6}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -1; 4)$ đồng thời vuông góc với giá của vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$ có phương trình là

- A. $x - y + 2z + 12 = 0$. B. $x - y + 2z - 12 = 0$.
C. $3x - y + 4z - 12 = 0$. D. $3x - y + 4z + 12 = 0$.

Câu 14: Phương trình $\log(x+1) = 2$ có nghiệm là

- A. 11. B. 9. C. 101. D. 99.

Câu 15: Giả sử $f(x)$ là một hàm số bất kỳ liên tục trên khoảng $(\alpha; \beta)$ và $a, b, c, b+c \in (\alpha; \beta)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$.
B. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^{b+c} f(x)dx - \int_a^c f(x)dx$.
C. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^{b+c} f(x)dx + \int_{b+c}^b f(x)dx$.
D. $\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx - \int_b^c f(x)dx$.

Câu 16: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[1; 4]$.

Giá trị của $m+M$ bằng

- A. $\frac{49}{4}$. B. $\frac{65}{4}$. C. 10. D. 16.

Câu 17: Cho hình trụ tròn xoay có độ dài đường sinh bằng đường kính đáy và thể tích của khối trụ bằng 16π . Diện tích toàn phần của khối trụ đã cho bằng

- A. 12π . B. 16π . C. 8π . D. 24π .

Câu 18: Cho hình nón tròn xoay có bán kính đáy bằng 3 và diện tích xung quanh bằng $6\sqrt{3}\pi$. Góc ở đỉnh của hình nón đã cho bằng

- A. 120° . B. 60° . C. 90° . D. 150° .

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f(x)$		↗ 1	↘ -2	↗ 1	↘

Hàm số $y = f(2x)$ đạt cực đại tại

- A. $x = \frac{1}{2}$. B. $x = -2$. C. $x = -1$. D. $x = 1$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x^2 - 1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số $y = 2f(-x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -1)$.
C. $(0; 2)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 21: Cho số phức z thỏa mãn $(1 - \sqrt{3}i)^2 z = 3 - 4i$. Mô đun của z bằng

- A. $\frac{5}{4}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 22: Biết rằng phương trình $\log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Giá trị $x_1 x_2$ bằng

- A. 64. B. 512. C. 128. D. 9.

Câu 23: Đồ thị hàm số $y = \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 24: Biết rằng α, β là các số thực thỏa mãn $2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) = 8(2^{-\alpha} + 2^{-\beta})$. Giá trị của $\alpha + 2\beta$ bằng

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 25: Đạo hàm của hàm số $f(x) = \frac{3^x - 1}{3^x + 1}$ là

- A. $f'(x) = -\frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x$.
B. $f'(x) = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x$.
C. $f'(x) = -\frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \cdot \ln 3$.
D. $f'(x) = \frac{2}{(3^x + 1)^2} \cdot 3^x \cdot \ln 3$.

Câu 26: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45° . Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$.

Câu 27: Cho $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx$.
B. $S = 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right|$.
C. $S = 2 \int_0^2 |f(x)| dx$.
D. $S = 2 \left| \int_0^2 f(x) dx \right|$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0, (Q): x - z + 2 = 0$. Mặt phẳng (α) vuông góc với cả (P) và (Q) đồng thời cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 3. Phương trình của (α) là

- A. $x + y + z - 3 = 0$. B. $x + y + z + 3 = 0$.
C. $-2x + z + 6 = 0$. D. $-2x + z - 6 = 0$.

Câu 29: Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 7 = 0$. Số phức $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2$ bằng

- A. 2. B. 10. C. 2i. D. 10i.

Câu 30: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có I, J tương ứng là trung điểm của BC và BB' . Góc giữa hai đường thẳng AC và IJ bằng

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 120° .

Câu 31: Cho $f(x)$ mà hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $m + x^2 < f(x) + \frac{1}{3}x^3$ nghiệm đúng với mọi $x \in (0; 3)$ là

x	-1	1	3
$f'(x)$	1	3	2

- A. $m \leq f(0)$. B. $m < f(0)$.

- C. $m < f(1) - \frac{2}{3}$. D. $m \leq f(3)$.

Câu 32: Biết rằng:

$$\int_0^1 \frac{dx}{3x + 5\sqrt{3x+1} + 7} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5, \text{ với } a, b, c$$

là các số hữu tỉ. Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. $-\frac{5}{3}$. B. $\frac{10}{3}$. C. $-\frac{10}{3}$. D. $\frac{5}{3}$.

Câu 33: Giải bóng chuyền quốc tế VTV Cup có 8 đội tham gia, trong đó có hai đội Việt Nam. Ban tổ chức bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành hai bảng đấu, mỗi bảng 4 đội. Xác suất để hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng khác nhau bằng

- A. $\frac{3}{7}$. B. $\frac{5}{7}$. C. $\frac{2}{7}$. D. $\frac{4}{7}$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $M(2; 1; 4), N(5; 0; 0), P(1; -3; 1)$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (Oyz) đồng thời đi qua các điểm M, N, P . Tìm c biết rằng $a + b + c < 5$.

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 35: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A . Gọi E là trung điểm AB . Cho biết $AB = 2a, BC = \sqrt{13}a, CC' = 4a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng

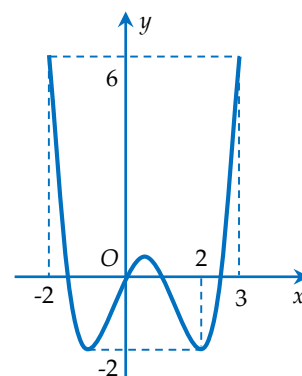
- A. $\frac{4a}{7}$. B. $\frac{12a}{7}$. C. $\frac{3a}{7}$. D. $\frac{6a}{7}$.

Câu 36: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn

$$|z - 1|^2 + |z - \bar{z}|i + (z + \bar{z})i^{2019} = 1?$$

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 6 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$?



A. 2. B. 6. C. 3. D. 7.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và 2 điểm $A(-1;3;1), B(0;2;-1)$. Gọi $C(m;n;p)$ là điểm thuộc d sao cho diện tích của tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$. Giá trị của tổng $m+n+p$ bằng

A. -1. B. 2. C. 3. D. -5.

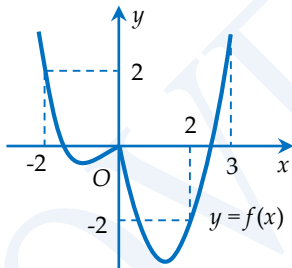
Câu 39: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{\sin^2 x}$ trên khoảng $(0; \pi)$ là

A. $x \cot x - \ln|\sin x| + C$.
B. $-x \cot x + \ln(\sin x) + C$.
C. $-x \cot x - \ln(\sin x) + C$.
D. $x \cot x + \ln|\sin x| + C$.

Câu 40: Bất phương trình $(x^3 - 9x)\ln(x+5) \leq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

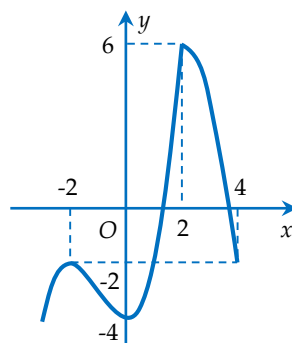
A. 4. B. 7. C. 6. D. Vô số.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $y = \left| f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0) \right|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(-2; 3)$?



A. 5. B. 3. C. 2. D. 6.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\frac{1}{3}f\left(\frac{x}{2} + 1\right) + x = m$ có nghiệm thuộc đoạn $[-2; 2]$?

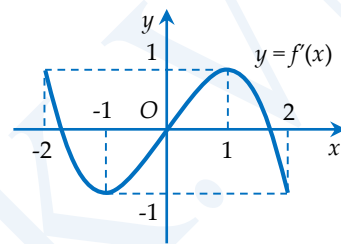


A. 8. B. 11. C. 9. D. 10.

Câu 43: Cho hàm số $f(x) = 2^x - 2^{-x}$. Gọi m_0 là số lớn nhất trong các số nguyên m thỏa mãn $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m_0 \in [1; 505)$. B. $m_0 \in [505; 1009)$.
C. $m_0 \in [1009; 1513)$. D. $m_0 \in [1513; 2019)$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(\cos x) + x^2 - x$ đồng biến trên khoảng



A. $(1; 2)$. B. $(-1; 0)$. C. $(0; 1)$. D. $(-2; -1)$.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$ là

A. $(x-1)e^x + C$.
B. $(x-2)e^x + e^x + C$.
C. $(x+1)e^x + C$.
D. $(x+2)e^{2x} + e^x + C$.

Câu 46: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $SA = \sqrt{11}a$, cosin của góc hợp bởi hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng $\frac{1}{10}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $3a^3$. B. $9a^3$. C. $4a^3$. D. $12a^3$.

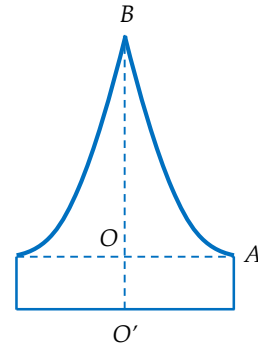
Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$, $\Delta_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$, $\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ vuông góc với d đồng thời cắt Δ_1, Δ_2 tương ứng tại H, K sao cho độ dài HK nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (h; k; 1)$. Giá trị của $h-k$ bằng

A. -2. B. 0. C. 6. D. 4.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -1; 0)$ và hai điểm $A(-4; 7; 3), B(4; 4; 5)$. Giả sử M, N là hai điểm thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ và $MN = 5\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

- A. $\sqrt{17}$. B. $\sqrt{77}$.
C. $7\sqrt{2} - 3$. D. $\sqrt{82} - 5$.

Câu 49: Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho Ông già Noel có hình dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên. Biết rằng $OO' = 5\text{cm}$, $OA = 10\text{cm}$, $OB = 20\text{cm}$, đường cong AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A . Thể tích của chiếc mũ bằng



- A. $\frac{2750\pi}{3}(\text{cm}^3)$. B. $\frac{2050\pi}{3}(\text{cm}^3)$.
C. $\frac{2500\pi}{3}(\text{cm}^3)$. D. $\frac{2250\pi}{3}(\text{cm}^3)$.

Câu 50: Giả sử z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z - 6)(8 + \overline{z}i)$ là số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 4$, giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + 3z_2|$ bằng

- A. $20 - 4\sqrt{22}$. B. $5 - \sqrt{21}$.
C. $20 - 4\sqrt{21}$. D. $5 - \sqrt{22}$.

ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.C	4.C	5.A	6.B	7.D	8.A	9.B	10.D
11.B	12.B	13.B	14.D	15.B	16.D	17.D	18.A	19.D	20.D
21.A	22.C	23.B	24.B	25.D	26.A	27.D	28.A	29.A	30.B
31.A	32.C	33.D	34.C	35.D	36.D	37.A	38.C	39.B	40.C
41.B	42.A	43.C	44.A	45.C	46.C	47.B	48.A	49.C	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

Ta có $z + w = (-1 + 2i) + (2 - i) = 1 + i$ có điểm biểu diễn là $P(1;1)$.

Câu 2: Đáp án C.

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int 3^{-x} dx = \int \frac{3^{-x} d(3^{-x})}{-3^{-x} \cdot \ln 3} = -\frac{3^{-x}}{\ln 3} + C.$$

Câu 3: Đáp án C.

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SD \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} SD \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot 3a \cdot a = 2a^3 \text{ (đvtt)}.$$

Câu 4: Đáp án C.

Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-1;1)$ và $(2;+\infty)$; hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;2)$. Do $(0;1) \subset (-1;1)$ nên hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 5: Đáp án A.

$$\text{Điều kiện: } |x^2 - 3| > 0 \Leftrightarrow x^2 - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{3}.$$

Ta có:

$$\log|x^2 - 3| = 0 \Leftrightarrow |x^2 - 3| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3 = 1 \\ x^2 - 3 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases} \text{ (thỏa mãn).}$$

Vậy phương trình đã cho có 2 nghiệm âm.

Câu 6: Đáp án B.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{EF} = (3;1;-7).$$

Đường thẳng EF đi qua $E(-1;0;2)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (3;1;-7)$ nên

$$\text{có phương trình chính tắc là } \frac{x+1}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-7}.$$

Câu 7: Đáp án D.

$$\text{Ta có } u_4 = u_1 \cdot q^3 \Leftrightarrow \frac{1}{3} = -9 \cdot q^3 \Leftrightarrow q = -\frac{1}{3}.$$

Câu 8: Đáp án A.

$$\text{Với } a > 0, b > 0 \text{ ta có } \ln \frac{a}{b^2} = \ln a - \ln(b^2) = \ln a - 2\ln b.$$

Câu 9: Đáp án B.

$$\text{Ta có } A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = k! \cdot \frac{n!}{(n-k)!k!} = k! \cdot C_n^k.$$

Câu 10: Đáp án D.

Đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua các điểm $x = -1$ và $x = 2$ nên hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1, x = 2$; $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm $x = 1$ hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 11: Đáp án B.

Đồ thị hình vẽ là đồ thị của hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất, đồ thị có hai đường tiệm cận là $x = 1, y = 1$ nên chọn B.

Câu 12: Đáp án B.

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{(-3) \cdot 5 + 4 \cdot 0 + 0 \cdot 12}{\sqrt{(-3)^2 + 4^2} \cdot \sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{-15}{65} = -\frac{3}{13}.$$

Câu 13: Đáp án B.

Phương trình mặt phẳng $(P): (x-3) - (y+1) + 2(z-4) = 0 \Leftrightarrow x - y + 2z - 12 = 0$.

Câu 14: Đáp án D.

$$\text{Ta có } \log(x+1) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 = 10^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow x = 99.$$

Câu 15: Đáp án B.

Dựa vào tính chất của tích phân, ta có

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_b^c f(x) dx. \text{ Vậy A và D đúng.}$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^{b+c} f(x) dx + \int_{b+c}^b f(x) dx. \text{ Phương án C đúng. Vậy B sai.}$$

Câu 16: Đáp án D.

Xét hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[1; 4]$. Ta có $y' = 1 - \frac{9}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \notin [1; 4] \\ x = 3 \in [1; 4] \end{cases}$

$$\text{Tính } y(1) = 10; y(3) = 6; y(4) = \frac{25}{4}. \text{ Suy ra } \begin{cases} m = \min_{[1;4]} y = y(3) = 6 \\ M = \max_{[1;4]} y = y(1) = 10 \end{cases}.$$

Vậy $M + m = 16$.

Câu 17: Đáp án D.

Gọi bán kính đáy của hình trụ là R thì đường sinh là $l = h = 2R$.

$$\text{Khi đó } V = \pi R^2 h = \pi R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3 = 16\pi \Leftrightarrow R = 2.$$

Diện tích toàn phần của khối trụ là

$$S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi R h = 2\pi R^2 + 2\pi R \cdot 2R = 6\pi R^2 = 24\pi \text{ (đvdt)}.$$

Câu 18: Đáp án A.

$$\text{Ta có } S_{xq} = \pi R l = 3\pi l = 6\sqrt{3}\pi \Leftrightarrow l = 2\sqrt{3}.$$

$$\text{Gọi } \alpha \text{ là góc ở đỉnh của hình nón thì } \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{R}{l} = \frac{3}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{\alpha}{2} = 60^\circ.$$

Vậy $\alpha = 120^\circ$.

Câu 19: Đáp án D.

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có $f'(x) > 0, \forall x \in (-\infty; -1) \cup (0; 2)$ và $f'(x) < 0, \forall x \in (-1; 0) \cup (2; +\infty)$.

Đặt $g(x) = f(2x) \Rightarrow g'(x) = 2f'(2x)$.

STUDY TIP

Ta có thể lập bảng xét dấu của $g'(x)$ trên các khoảng

$(-\infty; -\frac{1}{2}), (-\frac{1}{2}; 0), (0; 1)$ và $(1; +\infty)$ để quan sát rõ hơn sự đổi dấu của $g'(x)$.

$$\text{Ta có } g'(x) > 0 \Leftrightarrow f'(2x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < -1 \\ 0 < 2x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{1}{2} \\ 0 < x < 1 \end{cases}$$

$$\text{Và } g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(2x) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < 2x < 0 \\ 2x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < x < 0 \\ x > 1 \end{cases}$$

Ta thấy $g'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua các điểm $x = -\frac{1}{2}$ và $x = 1$

nên hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = -\frac{1}{2}; x = 1$.

Câu 20: Đáp án D.

$$\text{Đặt } g(x) = 2f(-x) \Rightarrow g'(x) = -2f'(-x) = -2x^2(x^2 - 1); g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$ ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1; 1)$.

Câu 21: Đáp án A.

$$\text{Ta có } (1 - \sqrt{3}i)^2 z = 3 - 4i \Leftrightarrow z = \frac{3 - 4i}{(1 - \sqrt{3}i)^2} = \frac{-3 + 4\sqrt{3}}{8} + \frac{4 + 3\sqrt{3}}{8}i$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{\left(\frac{-3 + 4\sqrt{3}}{8}\right)^2 + \left(\frac{4 + 3\sqrt{3}}{8}\right)^2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 22: Đáp án C.

$$\text{Ta có } \log_2^2 x - 7\log_2 x + 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = \frac{7 + \sqrt{13}}{2} \\ \log_2 x = \frac{7 - \sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2^{\frac{7 + \sqrt{13}}{2}} \\ x = 2^{\frac{7 - \sqrt{13}}{2}} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x_1 x_2 = 2^{\frac{7 + \sqrt{13}}{2}} \cdot 2^{\frac{7 - \sqrt{13}}{2}} = 2^{\frac{7 + \sqrt{13}}{2} + \frac{7 - \sqrt{13}}{2}} = 2^7 = 128.$$

Câu 23: Đáp án B.

$$\text{Ta có } y = \frac{x^3 - 4x}{x^3 - 3x - 2} = \frac{x(x - 2)(x + 2)}{(x - 2)(x + 1)^2} = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$$

$$\text{Có } \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2} = -\infty; \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2} = -\infty \Rightarrow \text{Đồ thị hàm số có}$$

một đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 + \frac{2}{x}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2} = 1; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{2}{x}}{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^2} = 1$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y = 1$.

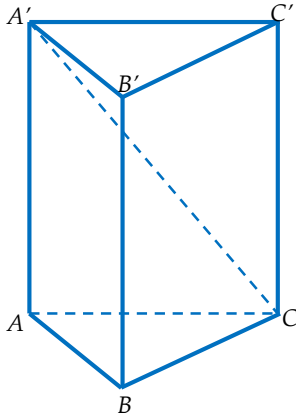
Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận.

Câu 24: Đáp án B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) &= 8(2^{-\alpha} + 2^{-\beta}) \Leftrightarrow 2^\beta (2^\alpha + 2^\beta) = 8 \left(\frac{1}{2^\alpha} + \frac{1}{2^\beta} \right) = 8 \cdot \frac{2^\alpha + 2^\beta}{2^{\alpha+\beta}} \\ \Leftrightarrow 2^\beta &= \frac{8}{2^{\alpha+\beta}} \Leftrightarrow 2^\beta \cdot 2^{\alpha+\beta} = 8 \Leftrightarrow \alpha + 2\beta = 3. \end{aligned}$$

Câu 25: Đáp án D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } f'(x) &= \frac{(3^x - 1)' \cdot (3^x + 1) - (3^x - 1) \cdot (3^x + 1)'}{(3^x + 1)^2} = \frac{3^x (3^x + 1) \cdot \ln 3 - 3^x (3^x - 1) \cdot \ln 3}{(3^x + 1)^2} \\ &= \frac{2 \cdot 3^x \cdot \ln 3}{(3^x + 1)^2}. \end{aligned}$$



Câu 26: Đáp án A.

Chú ý: Lăng trụ tam giác đều là hình lăng trụ đứng, có đáy là tam giác đều.

$$\text{Ta có } A'A \perp (ABC) \Rightarrow (A'C, (ABC)) = (A'C, AC) = A'CA = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta A'AC \text{ vuông cân tại } A \Rightarrow AA' = AC = AB = a.$$

$$\text{Thể tích khối lăng trụ là } V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = a \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 27: Đáp án D.

$$\text{Xét phương trình hoành độ giao điểm } x^4 - 5x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ x = \pm 2 \end{cases}$$

Diện tích hình phẳng cần tính là

$$S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx = \left| \int_{-2}^{-1} f(x) dx \right| + \left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^2 f(x) dx \right|$$

Tập xác định của hàm số đã cho là $D = \mathbb{R} \Rightarrow \forall x \in D$ thì $(-x) \in D$.

Ta có $f(-x) = f(x) \Rightarrow y = f(x)$ là hàm chẵn trên D .

Đặt $x = -t \Rightarrow dx = -dt$ và

$$\int_{-2}^{-1} f(x) dx = - \int_2^1 f(-t) dt = \int_1^2 f(-t) dt = \int_1^2 f(t) dt = \int_1^2 f(x) dx.$$

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = - \int_1^0 f(-t) dt = \int_0^1 f(-t) dt = \int_0^1 f(t) dt = \int_0^1 f(x) dx.$$

$$\Rightarrow S = \left| \int_{-2}^{-1} f(x) dx \right| + \left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^2 f(x) dx \right| = \left| \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right|$$

$$= 2 \left| \int_0^1 f(x) dx \right| + 2 \left| \int_1^2 f(x) dx \right| = 2 \int_0^1 |f(x)| dx + 2 \int_1^2 |f(x)| dx = 2 \int_0^2 |f(x)| dx.$$

Vậy phương án D sai.

Câu 28: Đáp án A.

Mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 1 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_P = (1; -3; 2)$.

Mặt phẳng $(Q): x - z + 2 = 0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q = (1; 0; -1)$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (\alpha) \perp (P) \\ (\alpha) \perp (Q) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{n}_\alpha \perp \vec{n}_P \\ \vec{n}_\alpha \perp \vec{n}_Q \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_\alpha = [\vec{n}_P, \vec{n}_Q] = (3; 3; 3).$$

Mặt phẳng (α) cắt trục hoành Ox tại điểm $(3;0;0)$ và nhận một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_\alpha = (3;3;3)$ nên có phương trình

$$3(x-3)+3y+3z=0 \Leftrightarrow x+y+z-3=0.$$

MEMORIZE

Nếu phương trình $az^2 + bz + c = 0$ ($a \neq 0$) có hai nghiệm phức z_1, z_2 thì $\overline{z_1} = z_2$ và $z_1 = \overline{z_2}$.

Câu 29: Đáp án A.

$$\text{Ta có } z^2 + 4z + 7 = 0 \Leftrightarrow (z+2)^2 = 3i^2$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z+2 = \sqrt{3}i \\ z+2 = -\sqrt{3}i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = -2 + \sqrt{3}i \\ z_2 = -2 - \sqrt{3}i \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} z_1 = \overline{z_2} \\ z_2 = \overline{z_1} \end{cases} \Rightarrow z_1 \overline{z_2} + \overline{z_1} z_2 = z_1^2 + z_2^2 = (-2 + \sqrt{3}i)^2 + (-2 - \sqrt{3}i)^2 = 2.$$

Câu 30: Đáp án B.

Gọi K là trung điểm của AB thì IK là đường trung bình của $\triangle ABC$

$$\Rightarrow IK = \frac{1}{2}AC \text{ và } IK \parallel AC. \text{ Khi đó } (AC, IJ) = (IK, IJ).$$

Lại có IJ, JK lần lượt là đường trung bình của $\triangle B'BC$ và $\triangle ABB'$

$$\Rightarrow IJ = \frac{1}{2}B'C, JK = \frac{1}{2}AB'.$$

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $AB' = AC = B'C \Rightarrow JK = IK = IJ$

$$\Rightarrow \triangle IJK \text{ đều. Vậy } (AC, IJ) = (IK, IJ) = \angle KIJ = 60^\circ.$$

Câu 31: Đáp án A.

$$\text{Ta có } m + x^2 < f(x) + \frac{1}{3}x^3 \Leftrightarrow m < f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2.$$

$$\text{Xét hàm số } g(x) = f(x) + \frac{1}{3}x^3 - x^2 \text{ trên } (0;3) \text{ thì } g'(x) = f'(x) + x^2 - 2x.$$

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $1 < f'(x) \leq 3, \forall x \in (0;3)$.

$$\text{Suy ra } g'(x) = f'(x) + (x^2 - 2x) > 1 + (x^2 - 2x) = (x-1)^2 \Rightarrow g'(x) > 0, \forall x \in (0;3)$$

$\Rightarrow$ Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $(0;3)$.

$$\text{Vậy để } m < g(x), \forall x \in (0;3) \Leftrightarrow m \leq g(0) = f(0).$$

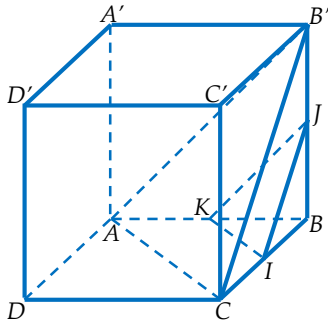
Câu 32: Đáp án C.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow t^2 = 3x+1 \Rightarrow 2tdt = 3dx \Rightarrow dx = \frac{2}{3}tdt.$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x=0 \Rightarrow t=1 \\ x=1 \Rightarrow t=2 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } \int_0^1 \frac{dx}{3x+5\sqrt{3x+1}+7} &= \frac{2}{3} \int_1^2 \frac{tdt}{t^2+5t+6} = \frac{2}{3} \int_1^2 \frac{3(t+2)-2(t+3)}{(t+2)(t+3)} dt \\ &= \frac{2}{3} \int_1^2 \left(\frac{3}{t+3} - \frac{2}{t+2} \right) dt = \frac{2}{3} \left(3\ln|t+3| - 2\ln|t+2| \right) \Big|_1^2 = -\frac{20}{3}\ln 2 + \frac{4}{3}\ln 3 + 2\ln 5. \end{aligned}$$

$$\text{Do } a, b, c \in \mathbb{Q} \text{ nên } a = -\frac{20}{3}; b = \frac{4}{3}; c = 2 \Rightarrow a+b+c = -\frac{10}{3}.$$



Câu 33: Đáp án D.

Số phần tử của không gian mẫu chính là số cách chia ngẫu nhiên 8 đội bóng thành hai bảng đấu. Khi đó $n(\Omega) = C_8^4 \cdot C_4^4 = 70$.

Gọi A là biến cố “hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng đấu khác nhau”.

Bảng 1: Từ 8 đội tham gia, chọn ngẫu nhiên 1 đội Việt Nam và 3 đội nước ngoài có $C_2^1 \cdot C_6^3$ cách chọn.

Bảng 2: Các đội còn lại được xếp vào bảng 2 gồm 1 đội Việt Nam và 3 đội nước ngoài có 1 cách xếp.

Suy ra số cách chia 8 đội khác nhau vào 2 bảng đấu sao cho hai đội của Việt Nam nằm ở hai bảng khác nhau là $n(A) = C_2^1 \cdot C_6^3 \cdot 1 = 40$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{40}{70} = \frac{4}{7}$.

Câu 34: Đáp án C.

Gọi mặt cầu cần xác định là (S) , có tâm $I(a; b; c)$.

Từ giả thiết ta có $IM = IN = IP = d(I; (Oyz)) \Leftrightarrow IM^2 = IN^2 = IP^2 = [d(I; (Oyz))]^2$.

Phương trình mặt phẳng (Oyz) là $x = 0 \Rightarrow d(I; (Oyz)) = |a|$.

$$\text{Và } \begin{cases} IM^2 = (a-2)^2 + (b-1)^2 + (c-4)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 4a - 2b - 8c + 21 \\ IN^2 = (a-5)^2 + b^2 + c^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 10a + 25 \\ IP^2 = (a-1)^2 + (b+3)^2 + (c-1)^2 = a^2 + b^2 + c^2 - 2a + 6b - 2c + 11 \end{cases}$$

$$\text{Ta có hệ phương trình } \begin{cases} IM^2 = IN^2 \\ IN^2 = IP^2 \\ IN^2 = [d(I; (Oyz))]^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -4a - 2b - 8c + 21 = -10a + 25 \\ -10a + 25 = -2a + 6b - 2c + 11 \\ b^2 + c^2 - 10a + 25 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a - b - 4c = 2 \\ 4a + 3b - c = 7 \\ b^2 + c^2 - 10a + 25 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = c + 1 \\ b = 1 - c \\ c^2 - 6c + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2 \Rightarrow a = 3; b = -1 \\ c = 4 \Rightarrow a = 5; b = -3 \end{cases}$$

Do $a + b + c < 5$ nên ta chọn $a = 3, b = -1, c = 2$.

Câu 35: Đáp án D.

ΔABC vuông tại A nên $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{13a^2 - 4a^2} = 3a$.

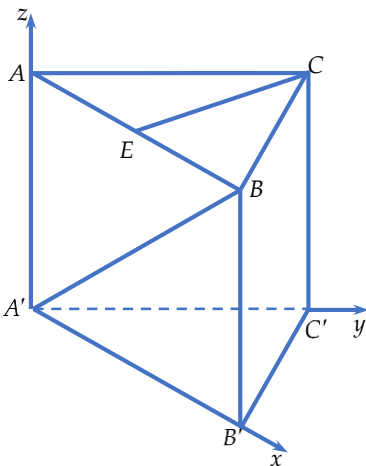
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, trong đó $A' \equiv O(0; 0; 0)$, $B'(2a; 0; 0)$, $C'(0; 3a; 0)$, $A(0; 0; 4a)$, $B(2a; 0; 4a)$, $C(0; 3a; 4a)$.

Do E là trung điểm AB nên $E(a; 0; 4a)$.

Ta có $\overrightarrow{A'B} = (2a; 0; 4a)$, $\overrightarrow{CE} = (a; -3a; 0)$, $\overrightarrow{A'C} = (0; 3a; 4a)$

$$\Rightarrow [\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{CE}] = (12a^2; 4a^2; -6a^2) \text{ và } d(A'B; CE) = \frac{[\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{CE}] \cdot \overrightarrow{A'C}}{[\overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{CE}]}$$

$$\Rightarrow d(A'B; CE) = \frac{|12a^2 \cdot 0 + 4a^2 \cdot 3a - 6a^2 \cdot 4a|}{\sqrt{(12a^2)^2 + (4a^2)^2 + (-6a^2)^2}} = \frac{12a^3}{14a^2} = \frac{6a}{7}.$$



Câu 36: Đáp án D.

Đặt $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$.

Ta có $i^{2019} = i \cdot i^{2018} = i \cdot (i^2)^{1009} = i \cdot (-1)^{1009} = -i$.

Giả thiết $|z - 1|^2 + |z - \bar{z}| \cdot i + (z + \bar{z}) \cdot i^{2019} = 1 \Leftrightarrow |(x - 1) + yi|^2 + |2yi| \cdot i - 2xi = 1$

$$\Leftrightarrow (x - 1)^2 + y^2 + 2(|y| - x)i = 1$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = 1 \\ |y| = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)^2 + x^2 = 1 \\ |y| = x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x(x - 1) = 0 \\ |y| = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \\ x = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \end{cases}$$

Vậy có 3 số phức thỏa mãn yêu cầu bài toán là $z = 0; z = 1 + i; z = 1 - i$.

Câu 37: Đáp án A.

Đặt $t = x^3 - 3x$. Xét hàm số $t(x) = x^3 - 3x$ trên đoạn $[-1; 2]$.

Đạo hàm $t'(x) = 3x^2 - 3; t'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$ (thỏa mãn).

Bảng biến thiên:

x	-1		1		2
$t'(x)$	0	-	0	+	
$t(x)$	2				

Từ bảng biến thiên, ta có với $x \in [-1; 2]$ thì $t \in [-2; 2]$. Với mỗi giá trị $t \in (-2; 2]$ thì cho ta hai giá trị $x \in [-1; 2]$.

Để phương trình $f(x^3 - 3x) = m$ có 6 nghiệm phân biệt $x \in [-1; 2]$ khi và chỉ khi phương trình $f(t) = m$ có 3 nghiệm phân biệt $t \in (-2; 2]$.

Quan sát đồ thị, ta được $-2 < m \leq 0$. Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0\}$.

Vậy có 2 giá trị m nguyên thỏa mãn.

Câu 38: Đáp án C.

Do $C \in d \Rightarrow C(2t - 1; t; 2 - t) \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (2t; t - 3; 1 - t)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; -2)$.

Suy ra $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (3t - 7; -3t - 1; 3t - 3)$.

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]| = \frac{1}{2} \sqrt{(3t - 7)^2 + (3t + 1)^2 + (3t - 3)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{27t^2 - 54t + 59}.$$

Từ giả thiết ta có $S_{\triangle ABC} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \sqrt{27t^2 - 54t + 59} = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow 27t^2 - 54t + 59 = 32$

$$\Leftrightarrow 27t^2 - 54t + 27 = 0 \Leftrightarrow 27(t - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow t = 1. \text{ Khi đó } C(1; 1; 1).$$

Vậy $m = n = p = 1 \Rightarrow m + n + p = 3$.

MEMORIZE

Trong không gian, diện tích của tam giác ABC được tính theo công thức

$$S = \frac{1}{2} |[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]|$$

Câu 39: Đáp án B.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{dx}{\sin^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cot x \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } \int f(x) dx &= \int \frac{x}{\sin^2 x} dx = -x \cot x + \int \cot x dx = -x \cot x + \int \frac{\cos x}{\sin x} dx \\ &= -x \cot x + \int \frac{d(\sin x)}{\sin x} = -x \cot x + \ln(\sin x) + C \text{ do } x \in (0; \pi). \end{aligned}$$

Câu 40: Đáp án C.

Điều kiện: $x+5 > 0 \Leftrightarrow x > -5$.

$$\text{Xét phương trình } (x^3 - 9x) \cdot \ln(x+5) = 0 \Leftrightarrow x(x-3)(x+3) \cdot \ln(x+5) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 3 \\ x = -4 \end{cases}$$

(thỏa mãn điều kiện).

Ta lập bảng xét dấu của biểu thức $f(x) = (x^3 - 9x) \cdot \ln(x+5)$:

x	-5	-4	-3	0	3	$+\infty$
$f(x)$		+	0	-	0	+

Quan sát bảng trên, ta thấy bất phương trình $f(x) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-4; -3] \cup [0; 3]$.

Các nghiệm nguyên là $x \in \{-4; -3; 0; 1; 2; 3\}$. Có 6 nghiệm nguyên.

Câu 41: Đáp án B.

Xét hàm số $h(x) = f(x) + \frac{1}{2}x^2 - f(0)$ trên khoảng $(-2; 3)$.

Ta có $h'(x) = f'(x) + x$; $h'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -x$. Nghiệm phương trình này là hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = -x$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên khoảng $(-2; 3)$.

$$\text{Dựa vào đồ thị suy ra phương trình } f'(x) = -x \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2(L) \\ x = 0 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Quan sát hình vẽ, thấy ngay trên khoảng $(-2; 3)$ hàm số $y = h(x)$ có một điểm cực trị là $x = 2$ (do qua điểm $x = 0$ thì $h'(x)$ không đổi dấu). Do đó đồ thị hàm số $y = h(x)$ cắt trục hoành tại tối đa 2 điểm.

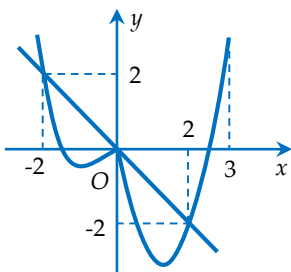
Suy ra hàm số $y = |h(x)|$ có tối đa $2 + 1 = 3$ điểm cực trị trong khoảng $(-2; 3)$.

Câu 42: Đáp án A.

Đặt $t = \frac{x}{2} + 1$, với $x \in [-2; 2]$ thì $t \in [0; 2]$.

Phương trình đã cho trở thành $\frac{1}{3}f(t) + 2t - 2 = m \Leftrightarrow f(t) + 6t - 6 = 3m$ (*)

Xét hàm số $g(t) = f(t) + 6t - 6$ trên đoạn $[0; 2]$.



Ta có $g'(t) = f'(t) + 6$.

Do hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $[0; 2]$ nên hàm số $y = f(t)$ cũng đồng biến trên $[0; 2]$. Suy ra $f'(t) \geq 0, \forall t \in [0; 2] \Rightarrow g'(t) > 0, \forall t \in [0; 2]$.

$\Rightarrow$ Hàm số $y = g(t)$ đồng biến trên $[0; 2]$. Bảng biến thiên:

t	0	2
$g'(t)$	+	
$g(t)$	$g(0)$	$g(2)$

Để phương trình đã cho có nghiệm $x \in [-2; 2] \Leftrightarrow$ Phương trình $g(t) = 3m$ có nghiệm $t \in [0; 2]$ hay đường thẳng $y = 3m$ cắt đồ thị hàm số $y = g(t)$ với $t \in [0; 2]$. Quan sát bảng biến thiên, ta tìm được $g(0) \leq 3m \leq g(2)$

$$\Leftrightarrow f(0) - 6 \leq 3m \leq f(2) + 6 \Leftrightarrow -10 \leq 3m \leq 12 \Leftrightarrow -\frac{10}{3} \leq m \leq 4$$

$$(\text{do } f(0) = -4, f(2) = 6).$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-3; -2; \dots; 3; 4\}$.

Vậy có tất cả $4 - (-3) + 1 = 8$ giá trị m nguyên thỏa mãn bài toán.

Câu 43: Đáp án C.

Tập xác định $D = \mathbb{R}$. Suy ra $\forall x \in D \Rightarrow (-x) \in D$.

Ta có $f(-x) = 2^{-x} - 2^x = -f(x) \Rightarrow y = f(x)$ là hàm số lẻ trên D .

Đạo hàm $f'(x) = 2^x \ln 2 + 2^{-x} \ln 2 = (2^x + 2^{-x}) \ln 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Khi đó $f(m) + f(2m - 2^{12}) < 0 \Leftrightarrow f(2m - 2^{12}) < -f(m) = f(-m)$

$$\Leftrightarrow 2m - 2^{12} < -m \Leftrightarrow 3m < 2^{12} \Leftrightarrow m < \frac{2^{12}}{3} \approx 1365,33. \text{ Vậy } m_0 = 1365 \in [1009; 1513).$$

Câu 44: Đáp án A.

Đặt $g(x) = f(\cos x) + x^2 - x \Rightarrow g'(x) = -\sin x \cdot f'(\cos x) + 2x - 1$.

Hàm số $y = g(x)$ đồng biến khi $g'(x) = -\sin x \cdot f'(\cos x) + (2x - 1) \geq 0$.

Do $-1 \leq \cos x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq f'(\cos x) \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\sin x \cdot f'(\cos x) \leq 1$.

Suy ra $g'(x) \geq (-1) + (2x - 1) = 2x - 2 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

$\Rightarrow$ Hàm số $y = g(x)$ đồng biến trên $[1; +\infty)$. Chỉ có phương án A thỏa mãn.

Câu 45: Đáp án C.

Ta có $f(x) + f'(x) = e^{-x} \Leftrightarrow f(x) \cdot e^x + f'(x) \cdot e^x = 1 \quad (*)$

Để thấy $(e^x \cdot f(x))' = e^x \cdot f(x) + e^x \cdot f'(x)$, khi đó

$$(*) \Leftrightarrow (e^x \cdot f(x))' = 1 \Rightarrow \int (e^x \cdot f(x))' dx = \int 1 dx \Leftrightarrow e^x \cdot f(x) = x + C_1 \Leftrightarrow f(x) = \frac{x + C_1}{e^x}.$$

MEMORIZE

Nếu hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên D thì $\forall u, v \in D$:

$$f(u) < f(v) \Leftrightarrow u < v.$$

Ngược lại, nếu hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên D thì $\forall u, v \in D$:

$$f(u) < f(v) \Leftrightarrow u > v.$$

$$\text{Từ } f(0) = 2 \Rightarrow 2 = \frac{0 + C_1}{e^0} \Leftrightarrow C_1 = 2 \Rightarrow f(x) = \frac{x+2}{e^x} \Rightarrow f(x) \cdot e^{2x} = (x+2)e^x.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = x+2 \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } \int f(x)e^{2x} dx = \int (x+2)e^x dx = (x+2)e^x - \int e^x dx = (x+2)e^x - e^x + C = (x+1)e^x + C.$$

Câu 46: Đáp án C.

Gọi $O = AC \cap BD$, do $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$.

Kẻ $OI \perp SC, (I \in SC)$. Ta có $BD \perp AC, BD \perp SO \Rightarrow BD \perp (SAC) \Rightarrow BD \perp SC$

$$\Rightarrow SC \perp (BDI) \Rightarrow SC \perp BI, SC \perp DI \Rightarrow ((SBC), (SDC)) = (IB, ID).$$

$$\text{Đặt } AB = BC = CD = DA = 2b, (b > 0) \Rightarrow AC = 2b\sqrt{2} \Rightarrow OC = b\sqrt{2}$$

$$\text{Do } OI \perp SC \Rightarrow OC^2 = IC \cdot SC \Leftrightarrow IC = \frac{(b\sqrt{2})^2}{a\sqrt{11}} = \frac{2b^2}{a\sqrt{11}}$$

$$\Rightarrow IB = ID = \sqrt{BC^2 - IC^2} = \sqrt{4b^2 - \frac{4b^4}{11a^2}}$$

Trường hợp 1:

$$0^\circ < BID < 90^\circ \Rightarrow ((SBC), (SDC)) = (IB, ID) = BID \Rightarrow \cos BID = \frac{1}{10}$$

$$\Leftrightarrow \frac{IB^2 + ID^2 - BD^2}{2IB \cdot ID} = \frac{1}{10} \Leftrightarrow 5 \left[2 \left(4b^2 - \frac{4b^4}{11a^2} \right) - 8b^2 \right] = 4b^2 - \frac{4b^4}{11a^2}$$

$$\Leftrightarrow 4b^2 + \frac{36b^4}{11a^2} = 0: \text{ Vô nghiệm do } a > 0, b > 0.$$

Trường hợp 2:

$$90^\circ < BID < 180^\circ \Rightarrow ((SBC), (SDC)) = (IB, ID) = 180^\circ - BID$$

$$\Rightarrow \cos BID = \cos(180^\circ - BID) = -\cos(BID) = -\frac{1}{10}.$$

$$\Leftrightarrow \frac{IB^2 + ID^2 - BD^2}{2IB \cdot ID} = -\frac{1}{10} \Leftrightarrow 5 \left[2 \left(4b^2 - \frac{4b^4}{11a^2} \right) - 8b^2 \right] = -4b^2 + \frac{4b^4}{11a^2}$$

$$\Leftrightarrow -10 \cdot \frac{4b^4}{11a^2} = -4b^2 + \frac{4b^4}{11a^2} \Leftrightarrow 4b^2 - \frac{4b^4}{a^2} = 0 \Leftrightarrow 4b^2(a^2 - b^2) = 0 \Leftrightarrow a = b \Rightarrow AB = 2a$$

$$\Rightarrow AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow OA = a\sqrt{2} \Rightarrow SO = \sqrt{SA^2 - OA^2} = \sqrt{11a^2 - 2a^2} = 3a.$$

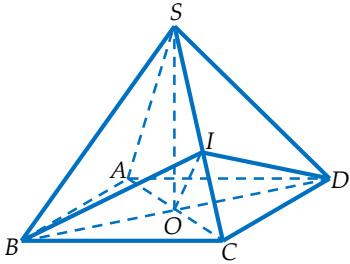
$$\text{Suy ra thể tích khối chóp là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot 4a^2 = 4a^3 \text{ (đvtt)}.$$

Câu 47: Đáp án B.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \Delta \cap \Delta_1 = H \Rightarrow H \in \Delta_1 \Rightarrow H(3+2t_1; t_1; 1+t_1) \\ \Delta \cap \Delta_2 = K \Rightarrow K \in \Delta_2 \Rightarrow K(1+t_2; 2+2t_2; t_2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{HK} = (t_2 - 2t_1 - 2; 2t_2 - t_1 + 2; t_2 - t_1 - 1).$$

$$\text{Lại có } \Delta \perp d \text{ nên } \overrightarrow{HK} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Rightarrow (t_2 - 2t_1 - 2) + (2t_2 - t_1 + 2) - 2(t_2 - t_1 - 1) = 0$$



$$\Leftrightarrow t_2 - t_1 + 2 = 0 \Leftrightarrow t_2 = t_1 - 2 \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (-t_1 - 4; t_1 - 2; -3)$$

$$\Rightarrow HK^2 = (t_1 + 4)^2 + (t_1 - 2)^2 + 9 = 2t_1^2 + 4t_1 + 29 = 2(t_1 + 1)^2 + 27 \geq 27.$$

$$\text{Suy ra min } HK = 3\sqrt{3} \text{ khi } t_1 = -1 \Rightarrow t_2 = -3 \Rightarrow \overrightarrow{HK} = (-3; -3; -3).$$

Vậy đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 1; 1) \Rightarrow h = k = 1 \Rightarrow h - k = 0$.

Câu 48: Đáp án A.

Do $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\vec{a}$ nên $\exists k > 0, k \in \mathbb{R} : \overrightarrow{MN} = k \cdot \vec{a}$

$$\Rightarrow MN = k \cdot |\vec{a}| = k \cdot \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2} = k\sqrt{2}.$$

Mà $MN = 5\sqrt{2}$ nên $k\sqrt{2} = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow k = 5$. Suy ra $\overrightarrow{MN} = (5; -5; 0)$.

Lấy điểm A' thỏa mãn $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{MN} \Rightarrow A'(1; 2; 3)$ và tứ giác $AMNA'$ là hình bình hành $\Rightarrow \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A'N} \Rightarrow AM = A'N$.

Ta thấy hai điểm $A(-4; 7; 3)$ và $B(4; 4; 5)$ nằm cùng một phía so với mặt phẳng (Oxy) nên hai điểm A', B cũng nằm cùng một phía so với mặt phẳng (Oxy) .

Lại có $d(A; (Oxy)) = d(A'; (Oxy)) < d(B; (Oxy)) \Rightarrow A'B$ cắt mặt phẳng (Oxy) . Gọi $P = A'B \cap (Oxy)$.

Có $|AM - BN| = |A'N - BN| \leq A'B = \sqrt{17}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $N \equiv P$ hay $N = A'B \cap (Oxy)$.

Câu 49: Đáp án C.

Thể tích của chiếc mũ là $V = V_1 + V_2$.

Trong đó V_1 là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong AB , hai đường thẳng $x = 0, y = 0$ quanh trục tung Oy ; V_2 là thể tích của hình trụ có đáy là đường tròn bán kính $OA = 10\text{cm}$, chiều cao $OO' = 5\text{cm}$.

Tính V_1 : Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, đường cong AB là một phần của đường Parabol (P) có đỉnh $A(10; 0)$ nên có phương trình dạng $y = a(x - 10)^2$ ($a > 0$).

$$\text{Do } B(0; 20) \in (P) \text{ nên } 20 = a(0 - 10)^2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{5} \Rightarrow (P): y = \frac{1}{5}(x - 10)^2$$

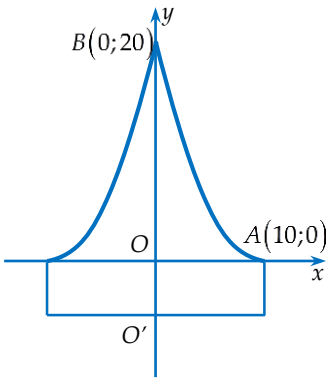
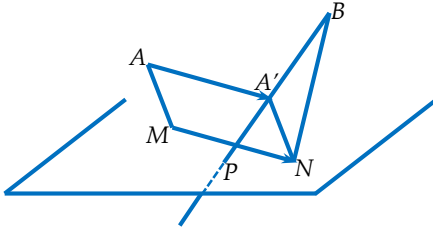
$$\Rightarrow x = 10 - \sqrt{5y} \text{ do } x < 10.$$

$$\text{Suy ra } V_1 = \pi \int_0^{20} x^2 dy = \pi \int_0^{20} (10 - \sqrt{5y})^2 dy = \frac{1000\pi}{3} (\text{cm}^3).$$

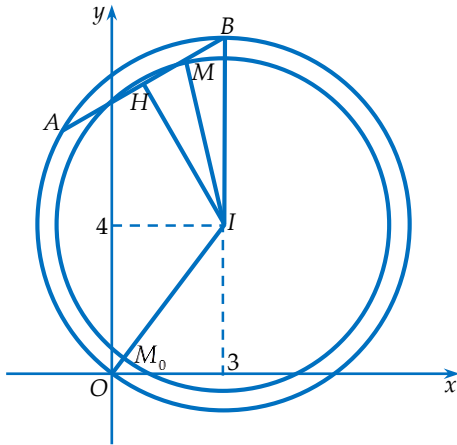
$$\text{Ta có } V_2 = \pi \cdot OA^2 \cdot OO' = \pi \cdot 10^2 \cdot 5 = 500\pi (\text{cm}^3).$$

Vậy thể tích chiếc mũ là

$$V = V_1 + V_2 = \frac{1000\pi}{3} + 500\pi = \frac{2500\pi}{3} (\text{cm}^3).$$



Câu 50: Đáp án A.



Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của hai số phức z_1 và z_2 . Từ giả thiết, ta có $|z_1 - z_2| = 4 \Leftrightarrow AB = 4$.

Giả sử $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } (z - 6)(8 + \bar{z}i) &= (x - 6 + yi)(8 + \overline{(x + yi)}i) \\ &= (x - 6 + yi)(8 - y + xi) = (x - 6 + yi)(8 - y - xi) \\ &= (x - 6)(8 - y) + xy + [y(8 - y) - x(x - 6)]i \\ &= (8x + 6y - 48) - (x^2 + y^2 - 6x - 8y)i \end{aligned}$$

Do $(z - 6)(8 + \bar{z}i)$ là số thực nên $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$. Khi đó tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(3; 4)$, bán kính $R = 5$; hay $A, B \in (C)$.

Lại có $|z_1 + 3z_2| = |\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}|$. Chọn điểm M sao cho $\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$
 $\Leftrightarrow (\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AB}) + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{HB} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{HB} \Rightarrow M$ là trung điểm của HB , với H là trung điểm của AB .

Ta tính được $IH^2 = R^2 - \left(\frac{AB}{2}\right)^2 = 21$ và $IM = \sqrt{IH^2 + HM^2} = \sqrt{22}$. Suy ra điểm M thuộc đường tròn (C') có tâm $I(3; 4)$, bán kính $r = \sqrt{22} < R$.

Khi đó $|z_1 + 3z_2| = |\overrightarrow{OA} + 3\overrightarrow{OB}| = |4\overrightarrow{OM} + (\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB})| = 4|\overrightarrow{OM}| = 4OM$.

Khi A, B di chuyển trên (C) thì điểm M di chuyển trên (C') theo A, B . Để $|z_1 + 3z_2|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi OM nhỏ nhất bằng $OM_0 = |OI - r| = 5 - \sqrt{22}$.

Vậy $|z_1 + 3z_2|_{\min} = 4OM_0 = 20 - 4\sqrt{22}$.

ĐỀ SỐ 4 – THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC LẦN 1

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2019

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

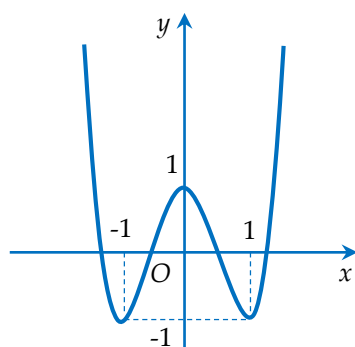
Câu 1: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$

là đường thẳng có phương trình

- A. $y=5$. B. $y=0$. C. $x=1$. D. $x=0$.

Câu 2: Đường cong dưới đây là đồ thị một hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.

Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y=2x^4-4x^2+1$. B. $y=-2x^4+4x^2$.

- C. $y=-2x^4+4x^2+1$. D. $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 3: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Hai mặt bên (SAB) và (SAC) cùng vuông góc với đáy. Tính thể tích khối chóp biết $SC = a\sqrt{3}$.

- A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$. B. $\frac{2a^3\sqrt{6}}{9}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = x^3 - 3x$. Tọa độ của điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. $(2; -2)$. B. $(-1; 2)$. C. $(3; \frac{2}{3})$. D. $(1; -2)$.

Câu 5: Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $mx > 3$ vô nghiệm.

- A. $m < 0$. B. $m > 0$. C. $m = 0$. D. $m \neq 0$

Câu 6: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ là

- A. 3. B. -20. C. 7. D. -25.

Câu 7: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

- A. $V = \frac{1}{3}Bh$. B. $V = \frac{1}{2}Bh$.

- C. $V = Bh$.

- D. $V = \frac{4}{3}Bh$.

Câu 8: Hàm số $y = x^4 - 2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(\frac{1}{2}; +\infty)$.

- B. $(0; +\infty)$.

- C. $(-\infty; 0)$.

- D. $(-\infty; \frac{1}{2})$.

Câu 9: Giá trị của $B = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 3n + 1}{(3n - 1)^2}$ bằng

- A. $\frac{4}{9}$.

- B. $\frac{4}{3}$.

- C. 0.

- D. 4.

Câu 10: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2; 4]$ là:

- A. $\min_{[2; 4]} y = 0$.

- B. $\min_{[2; 4]} y = 5$.

- C. $\min_{[2; 4]} y = 7$.

- D. $\min_{[2; 4]} y = 3$.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{2x+5}{x-3}$. Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- B. Hàm số không xác định khi $x = 3$.

- C. $y' = \frac{-11}{(x-3)^2}$.

D. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M(-\frac{5}{2}; 0)$.

Câu 12: Hình mười hai mặt đều thuộc loại khối đa diện nào sau đây?

- A. $\{3; 5\}$. B. $\{3; 3\}$. C. $\{5; 3\}$. D. $\{4; 3\}$.

Câu 13: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) .

- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{3a}{2}$. D. $2a$.

Câu 14: Phương trình chính tắc của Elip có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

- B. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$

C. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1$.

D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Câu 16: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho $\Delta: x - y + 1 = 0$ và hai điểm $A(2; 1), B(9; 6)$. Điểm $M(a; b)$ nằm trên đường Δ sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a + b$.

A. -9. B. 9. C. -7. D. 7.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{2}x^4 - mx^2 + \frac{3}{2}$ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m \leq 0$. B. $m = -1$. C. $m \geq 1$. D. $m \geq 0$.

Câu 18: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x - \frac{2}{3}$. Tọa độ trung điểm của AB là

A. $(1; 0)$.

B. $(0; 1)$.

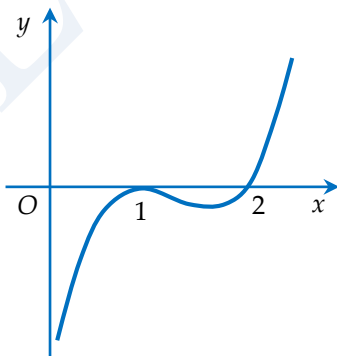
C. $(0; -\frac{2}{3})$.

D. $(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3})$.

Câu 19: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^2 x - 4\sin x - 5$.

A. -20. B. -8. C. -9. D. 0.

Câu 20: Hình dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f'(x)$.



Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 21: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Biết rằng góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là 30° , tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 8. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $8\sqrt{3}$. B. 8. C. $3\sqrt{3}$. D. $8\sqrt{2}$.

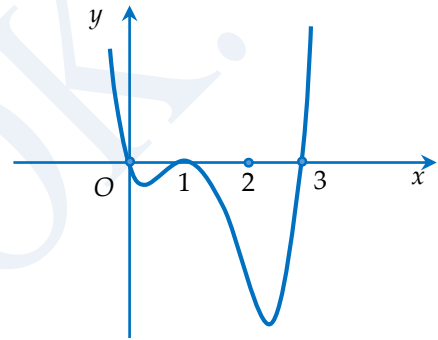
Câu 22: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m sao cho phương trình:

$$(x+1)^3 + 3 - m = 3\sqrt[3]{3x+m}$$

có đúng hai nghiệm thực. Tính tổng tất cả phần tử của tập hợp S .

A. 4. B. 2. C. 6. D. 5.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tìm m để hàm số $y = f(x^2 + m)$ có 3 điểm cực trị.

A. $m \in (3; +\infty)$

B. $m \in [0; 3]$

C. $m \in [0; 3)$

D. $m \in (-\infty; 0)$

Câu 24: Có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó có đúng một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\frac{99}{667}$.

B. $\frac{568}{667}$.

C. $\frac{33}{667}$.

D. $\frac{634}{667}$.

Câu 25: Gọi $S = [a; b]$ là tập tất cả các giá trị của tham số m để với mọi số thực x ta có $\left| \frac{x^2 + x + 4}{x^2 - mx + 4} \right| \leq 2$. Tính tổng $a + b$.

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. 4.

Câu 26: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị nhận hai điểm $A(0; 3)$ và $B(2; -1)$ làm hai điểm cực trị. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = |ax^2|x + bx^2 + c|x| + d|$ là

A. 7. B. 5. C. 9. D. 11.

Câu 27: Cho hình chóp có 20 cạnh. Tính số mặt của hình chóp đó.

A. 20. B. 10. C. 12. D. 11.

Câu 28: Hình lăng trụ có thể có số cạnh là số nào sau đây?

A. 2015. B. 2018. C. 2017. D. 2019.

Câu 29: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là nửa lục giác đều $ABCD$ nội tiếp trong đường tròn đường kính $AD=2a$ và có cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ với $SA=a\sqrt{6}$. Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD) .

A. $a\sqrt{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 30: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ và bán kính $R=5$. Biết rằng đường thẳng $(d): 3x-4y+8=0$ cắt đường tròn (C) tại 2 điểm phân biệt A, B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .

A. $AB=8$. B. $AB=4$. C. $AB=3$. D. $AB=6$.

Câu 31: Xác định đường tiệm cận ngang của đồ thị

$$\text{hàm số } y = \frac{-2x+5}{1-x}.$$

A. $x=-1$. B. $y=-2$. C. $y=2$. D.

$$y=x-1.$$

Câu 32: Tìm m để hàm số $y = \frac{\cos x - 2}{\cos x - m}$ nghịch biến

trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

A. $m \geq 2$ hoặc $m \leq -2$.

B. $m > 2$.

C. $m \leq 0$ hoặc $1 \leq m < 2$.

D. $-1 < m < 1$.

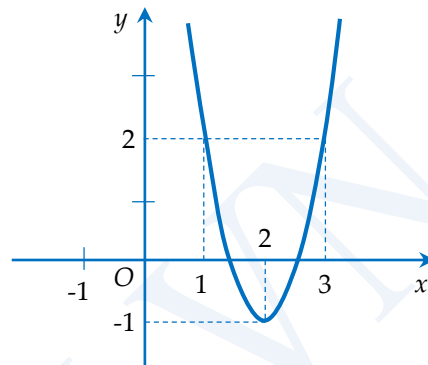
Câu 33: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (m+3)x - 4$ đồng biến trên khoảng $(0; 3)$.

A. $m \geq \frac{1}{7}$. B. $m \geq \frac{4}{7}$. C. $m \geq \frac{8}{7}$. D. $m \geq \frac{12}{7}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=x$, $BC=y$, $AB=AC=SB=SC=1$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ đạt giá trị lớn nhất khi tổng $(x+y)$ bằng

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{4}{\sqrt{3}}$. D. $4\sqrt{3}$.

Câu 35: Cho hàm số $f(x)$, biết rằng hàm số $y = f'(x-2)+2$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



A. $(-\infty; 2)$. B. $\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$. C. $(2; +\infty)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 36: Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2} + \frac{C_n^1}{2.3} + \frac{C_n^2}{3.4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)}$.

A. $n=99$. B. $n=100$. C. $n=98$. D. $n=101$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có $f'(x) = (x+1)^4(x-2)^3(2x+3)^7(x-1)^{10}$.

Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 38: Tập tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình:

$$m(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} + 3) + 2\sqrt{1-x^2} - 5 = 0$$

có đúng hai nghiệm thực phân biệt là một nửa khoảng $(a; b]$. Tính $b - \frac{5}{7}a$.

A. $\frac{6-5\sqrt{2}}{7}$

B. $\frac{6-5\sqrt{2}}{35}$

C. $\frac{12-5\sqrt{2}}{35}$

D. $\frac{12-5\sqrt{2}}{7}$

Câu 39: Cho hàm số $y = x^3 - 2009x$ có đồ thị là (C) . Gọi M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1 = 1$. Tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1 , tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác M_2 , tiếp tuyến của (C) tại điểm M_{n-1} cắt (C) tại điểm M_n khác M_{n-1} ($n=4, 5, \dots$).

Gọi $(x_n; y_n)$ là tọa độ điểm M_n . Tìm n sao cho $2009x_n + y_n + 2^{2013} = 0$.

- A. $n = 627$. B. $n = 672$. C. $n = 675$. D. $n = 685$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a , $AC = a$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và SC , biết góc giữa đường thẳng SD và mặt đáy bằng 60° .

- A. $\frac{a\sqrt{906}}{29}$. B. $\frac{a\sqrt{609}}{29}$.
C. $\frac{a\sqrt{609}}{19}$. D. $\frac{a\sqrt{600}}{29}$.

Câu 41: Cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ có cạnh bằng 1.

Gọi $A_{k+1}, B_{k+1}, C_{k+1}, D_{k+1}$ thứ tự là trung điểm các cạnh $A_kB_k, B_kC_k, C_kD_k, D_kA_k$ (với $k = 1, 2, \dots$).

Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2019}}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1006}}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2^{2018}}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

Câu 42: Biết rằng đồ thị của hàm số $y = \frac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ (m, n là tham số) nhận trục

hoành làm tiệm cận ngang và trục tung làm tiệm cận đứng. Tính tổng $m + n$.

- A. 0. B. -3. C. 3. D. 6.

Câu 43: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C) .

Gọi I là giao điểm 2 đường tiệm cận, $M(x_0, y_0)$, ($x_0 > 0$) là một điểm trên (C) sao cho tiếp tuyến với (C) tại M cắt hai đường tiệm cận lần lượt tại A, B thỏa mãn $AI^2 + IB^2 = 40$. Tính tích $x_0 y_0$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. 1. D. $\frac{15}{4}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$ có đồ thị là (C_m) . Tìm m để đường thẳng $d: y = -1$ cắt đồ thị (C_m) tại 4 điểm phân biệt đều có hoành độ nhỏ hơn 2.

- A. $-\frac{1}{3} < m < 1; m \neq 0$. B. $-\frac{1}{2} < m < 1; m \neq 0$.
C. $-\frac{1}{2} < m < \frac{1}{2}; m \neq 0$. D. $-\frac{1}{3} < m < \frac{1}{2}; m \neq 0$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $AB \perp BC$, gọi I là trung điểm BC . Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) là góc nào sau đây?

- A. Góc SCA . B. Góc SIA .
C. Góc SCB . D. Góc SBA .

Câu 46: Cho một hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Thể tích khối chóp đó là

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{a^3}{12}$. C. $\frac{a^3}{36}$. D. $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 47: Tìm m để phương trình:

$$m = \frac{\cos x + 2\sin x + 3}{2\cos x - \sin x + 4} \text{ có nghiệm.}$$

- A. $-2 \leq m \leq 0$. B. $0 \leq m \leq 1$.
C. $\frac{2}{11} \leq m \leq 2$. D. $-2 \leq m \leq -1$.

Câu 48: Một xe buýt của hãng xe A có sức chứa tối đa là 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Khẳng định nào sau đây

là khẳng định đúng?

A. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 50 hành khách.

B. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất khi có 45 hành khách.

C. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 2.700.000 (đồng).

D. Một chuyến xe buýt thu được số tiền nhiều nhất bằng 3.200.000 (đồng).

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại C , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy, biết $AB = 4a, SB = 6a$. Thể tích khối chóp

$S.ABC$ là V . Tỷ số $\frac{a^3}{3V}$ có giá trị là

- A. $\frac{\sqrt{5}}{80}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{40}$. C. $\frac{\sqrt{5}}{20}$. D. $\frac{3\sqrt{5}}{80}$.

Câu 50: Tìm a để hàm số:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x^2 - x + 1 & \text{khi } x \leq 2 \end{cases} \text{ có giới hạn tại } x = 2$$

- A. 1. B. -1. C. 2. D. -2.

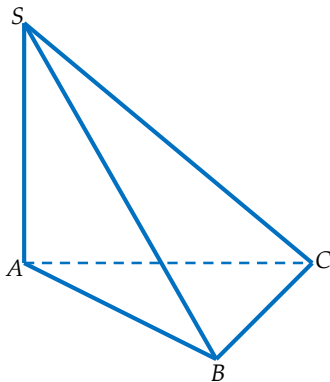
ĐÁP ÁN

1B	2A	3A	4B	5C	6D	7C	8C	9A	10C
11B	12C	13B	14D	15B	16D	17A	18C	19B	20A
21A	22C	23C	24A	25C	26A	27D	28D	29C	30A
31C	32D	33D	34C	35B	36D	37B	38D	39B	40B
41D	42A	43B	44A	45D	46B	47C	48D	49B	50A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

MEMORIZE

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$
 $(ad-bc \neq 0; c \neq 0)$ luôn có
 một đường tiệm cận đứng là
 $x = -\frac{d}{c}$; một đường tiệm
 cận ngang là $y = \frac{a}{c}$.



MEMORIZE

Xét hàm số $y = f(x)$ có đạo
 hàm trên K.
 * Nếu đạo hàm $f'(x)$ đổi
 dấu từ âm sang dương khi x
 đi qua x_0 thì hàm số đạt cực
 tiểu tại điểm x_0 .
 * Nếu đạo hàm $f'(x)$ đổi
 dấu từ dương sang âm khi x
 đi qua x_0 thì hàm số đạt cực
 đại tại điểm x_0 .

Câu 1: Đáp án B.

Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x-1} = 0$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{5}{x-1} = 0$ nên đồ thị hàm số $y = \frac{5}{x-1}$
 có một đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Câu 2: Đáp án A.

Quan sát hình vẽ, ta thấy đây là đồ thị của một hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c$
 với $a > 0$.

Vậy chỉ có hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$ thỏa mãn.

Câu 3: Đáp án A.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAB) \perp (ABC) \\ (SAC) \perp (ABC) \\ (SAB) \cap (SAC) = SA \end{cases} \Rightarrow SA \perp (ABC).$$

ΔSAC vuông tại A nên $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - a^2} = a\sqrt{2}$.

ΔABC đều có cạnh bằng a nên $S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (đvdt).

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$ (đvtt).

Câu 4: Đáp án B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số bậc ba $y = x^3 - 3x$, ta thấy y' đổi dấu từ dương
 sang âm khi x đi qua điểm $x = -1$. Vậy hàm số có điểm cực đại là $x = -1$.

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1; 2)$.

Câu 5: Đáp án C.

Với $m > 0$ thì bất phương trình có tập nghiệm là $\left(\frac{3}{m}; +\infty\right)$.

Với $m < 0$ thì bất phương trình có tập nghiệm là $\left(-\infty; \frac{3}{m}\right)$.

Với $m = 0$ thì bất phương trình trở thành $0x > 3$ (vô lý). Suy ra bất phương trình
 vô nghiệm.

Câu 6: Đáp án D.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

FOR REVIEW

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K .

* Nếu $f'(x) > 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên K .

* Nếu $f'(x) < 0$ với mọi x thuộc K thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên K .

$$\text{Đạo hàm: } y' = 3x^2 - 6x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số bậc ba $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$, ta thấy y' đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua điểm $x = 3$. Suy ra hàm số có điểm cực tiểu là $x = 3$. Vậy giá trị cực tiểu của hàm số là $y = 3^3 - 3 \cdot 3^2 - 9 \cdot 3 + 2 = -25$.

Câu 7: Đáp án C.

Câu 8: Đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = 4x^3; y' = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $y = x^4 - 2$ ta thấy $y' < 0, \forall x \in (-\infty; 0)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

Câu 9: Đáp án A.

$$\text{Ta có } B = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 3n + 1}{(3n - 1)^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 3n + 1}{9n^2 - 6n + 1} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 + \frac{3}{n} + \frac{1}{n^2}}{9 - \frac{6}{n} + \frac{1}{n^2}} = \frac{4}{9}.$$

Câu 10: Đáp án C.

$$\text{Đạo hàm } y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin [2; 4] \\ x = 1 \notin [2; 4] \end{cases}$$

$$\text{Ta có } y(2) = 7; y(4) = 57. \text{ Vậy } \min_{[2; 4]} y = y(2) = 7.$$

Câu 11: Đáp án A.

Câu 12: Đáp án C.

Câu 13: Đáp án B.

Gọi H là trọng tâm của $\triangle BCD$. Do $ABCD$ là tứ diện đều nên $\triangle BCD$ đều và $AH \perp (BCD)$.

$$\text{Gọi } M \text{ là trung điểm của } CD. \text{ Ta có } BM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BH = \frac{2}{3} BM = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

$$\triangle AHB \text{ vuông tại } H \text{ nên } AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

$$\text{Vậy } d(A; (BCD)) = AH = \frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 14: Đáp án D.

$$\text{Độ dài trục lớn là } 2a = 8 \Leftrightarrow a = 4.$$

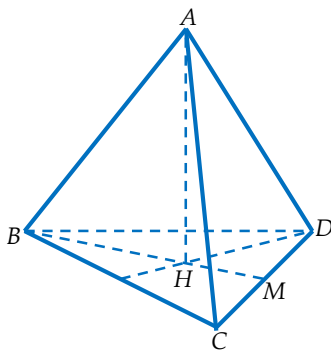
$$\text{Độ dài trục bé là } 2b = 6 \Leftrightarrow b = 3.$$

$$\text{Vậy phương trình chính tắc của Elip có dạng } \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$$

Câu 15: Đáp án B.

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}.$$

$$\text{Đạo hàm } y' = \frac{2}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1 \text{ nên hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng } (-\infty; -1) \text{ và } (-1; +\infty).$$

**FOR REVIEW**

Phương trình chính tắc của

$$\text{Elip có dạng } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Trong đó độ dài trục lớn là $2a$ và độ dài trục bé là $2b$.

STUDY TIP

Khi nói hàm số đơn điệu trên khoảng K , ta chỉ xét K là một đoạn, một khoảng hay một nửa khoảng; chứ không thể nói hàm số đơn điệu trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}, (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ vì đây đều là các khoảng rời rạc.

Câu 16: Đáp án D.

Xét vị trí tương đối của hai điểm $A(2;1), B(9;6)$ so với đường thẳng $\Delta: x - y + 1 = 0$

$$\text{Đặt } f(x; y) = x - y + 1. \text{ Ta xét } \begin{cases} f_A = f(2; 1) = 2 - 1 + 1 = 2 \\ f_B = f(9; 6) = 9 - 6 + 1 = 4 \end{cases}$$

Suy ra $f_A \cdot f_B = 2 \cdot 4 = 8 > 0$ nên hai điểm A, B nằm về cùng một phía so với đường thẳng Δ .

Xác định điểm M trên Δ sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua đường thẳng Δ và H là giao điểm của AA' với Δ, I là giao điểm của $A'B$ với Δ .

Với mọi điểm $M \in \Delta$, ta luôn có $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi A', M, B thẳng hàng, hay $M = A'B \cap \Delta$, hay $M \equiv I$.

Tìm tọa độ điểm M

Phương trình đường thẳng $AA': x + y - 3 = 0$.

$$\text{Tọa độ điểm } H \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} x + y - 3 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow H(1; 2).$$

H là trung điểm của AA' nên $A'(0; 3)$.

$$\text{Phương trình đường thẳng } A'B: \frac{x-0}{9-0} = \frac{y-3}{6-3} \Leftrightarrow x = 3(y-3) \Leftrightarrow x - 3y + 9 = 0.$$

$$\text{Tọa độ điểm } I \text{ là nghiệm của hệ phương trình } \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - 3y + 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow I(3; 4).$$

Vậy $M(3; 4)$ là điểm cần tìm, suy ra $a = 3; b = 4$ và $a + b = 7$.

Câu 17: Đáp án A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = 2x^3 - 2mx = 2x(x^2 - m); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = m \end{cases}$$

+ Với $m > 0$ thì phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt. Do $a = \frac{1}{2} > 0$ nên hàm số có một điểm cực đại, hai điểm cực tiểu.

+ Với $m \leq 0$ thì phương trình $y' = 0$ có một nghiệm $x = 0$. Do $a = \frac{1}{2} > 0$ nên $x = 0$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 18: Đáp án C.

Do A, B là hai điểm cực trị nên trung điểm của AB là điểm uốn của đồ thị hàm số.

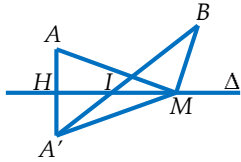
$$\text{Ta có } y' = -x^2 + 1; y'' = -2x; y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

$$\text{Vậy trung điểm của } AB \text{ có tọa độ là } \left(0; -\frac{2}{3}\right).$$

Câu 19: Đáp án B.

$$\text{Đặt } \sin x = t, t \in [-1; 1] \text{ thì hàm số đã cho trở thành } y = f(t) = t^2 - 4t - 5.$$

Bài toán trở thành: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(t) = t^2 - 4t - 5$ trên đoạn $[-1; 1]$.



FOR REVIEW

Hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$ luôn có cực tiểu. Như vậy để hàm số không có cực đại thì hàm số này phải có duy nhất 1 điểm cực trị (là cực tiểu), điều này xảy ra khi và chỉ khi $ab \geq 0$.

MEMORIZE

Điểm uốn của đồ thị hàm số bậc ba là tâm đối xứng của đồ thị, vậy nên nếu đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì hai điểm đó sẽ đối xứng với nhau qua điểm uốn.

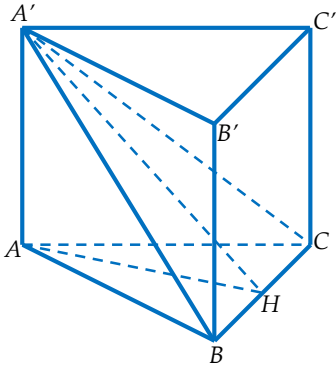
Đạo hàm $f'(t) = 2t - 4$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2 \notin [-1; 1]$.

Xét $f(-1) = 0$; $f(1) = -8$ nên $\min_{[-1; 1]} f(t) = f(1) = -8$.

Câu 20: Đáp án A.

Quan sát đồ thị hình vẽ, ta thấy $f'(x) > 0, \forall x \in (2; +\infty)$ nên hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 21: Đáp án A.



Gọi H là trung điểm của BC . Do $\triangle ABC$ đều nên $AH \perp BC$.

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp AH \\ BC \perp AA' \\ AH \cap AA' = A \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AH) \Rightarrow BC \perp A'H.$$

Khi đó $((A'BC), (ABC)) = (A'H, AH) = A'HA = 30^\circ$.

Đặt $AB = a (a > 0)$ thì $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $\triangle A'HA$ vuông tại A nên $AH = A'H \cdot \cos A'HA = A'H \cdot \cos 30^\circ \Leftrightarrow \frac{a\sqrt{3}}{2} = A'H \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\Leftrightarrow A'H = a. \text{ Suy ra } S_{\triangle A'BC} = \frac{1}{2} \cdot A'H \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^2}{2} = 8 \Leftrightarrow a = 4.$$

Lại có $AA' = \sqrt{A'H^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a}{2}$ và $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ (đvdt).

Thể tích khối lăng trụ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8} = 8\sqrt{3}$ (đvtt).

Câu 22: Đáp án C.

Phương trình đã cho tương đương với:

$$(x+1)^3 + 3(x+1) = (3x+m) + 3\sqrt[3]{3x+m} \quad (*)$$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'(t) = 3t + 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Phương trình $(*)$ tương đương với $f(x+1) = f(\sqrt[3]{3x+m}) \Leftrightarrow x+1 = \sqrt[3]{3x+m}$

$$\Leftrightarrow m = x^3 + 3x^2 + 1$$

Để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = g(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ tại đúng hai điểm.

Bảng biến thiên của hàm số $y = g(x) = x^3 + 3x^2 + 1$

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$-\infty$	5	1	$+\infty$	

Quan sát bảng biến thiên, suy ra đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = g(x)$

tại hai điểm khi $\begin{cases} m = 1 \\ m = 5 \end{cases}$

FOR REVIEW

Hàm số chẵn luôn nhận Oy làm trục đối xứng, vậy nên hàm số chẵn luôn có một điểm cực trị là $x = 0$.

MEMORIZE

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D. Hàm số là hàm số chẵn khi và chỉ khi thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

$$\begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow (-x) \in D \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$$

Câu 23: Đáp án C.

Nhận xét thấy hàm số $y = f(x^2 + m)$ là hàm số chẵn nên có đồ thị nhận Oy làm trục đối xứng và hàm số luôn có một điểm cực trị là $x = 0$.

Để hàm số có ba điểm cực trị thì hàm số phải có đúng một điểm cực trị dương.

Đặt $g(x) = f(x^2 + m)$ thì $g'(x) = 2x \cdot f'(x^2 + m)$;

$$\text{Ta có } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f'(x^2 + m) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 + m = 0 \\ x^2 + m = 1 \\ x^2 + m = 3 \end{cases}$$

Lại có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 1$ nên nếu $x = x_0$ là nghiệm của phương trình $x^2 + m = 1$ thì $f'(x^2 + m)$ sẽ không đổi dấu khi x đi qua x_0 .

Khi đó các điểm cực trị của hàm số $y = g(x) = f(x^2 + m)$ chỉ có thể là nghiệm của hai phương trình $x^2 + m = 0$ và $x^2 + m = 3$.

Để hàm số $y = g(x)$ có đúng một điểm cực trị dương khi và chỉ khi chỉ một trong hai phương trình $x^2 + m = 0$ và $x^2 + m = 3$ có nghiệm dương.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -m > 0 \\ 3 - m \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 3.$$

Câu 24: Đáp án A.

Xét phép thử T : “Chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ” thì số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{30}^{10}$.

Gọi A là biến cố “Lấy ra 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một số chia hết cho 10”. Ta có các cách lấy như sau:

+ Số cách để lấy ra 5 tấm thẻ mang số lẻ (trong số 15 tấm mang số lẻ) là: C_{15}^5 .

+ Số cách để lấy ra 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 (trong số 15 tấm thẻ mang số chẵn) là: $C_3^1 \cdot C_{12}^4$.

Số kết quả của biến cố A là: $n(A) = C_3^1 \cdot C_{12}^4 \cdot C_{15}^5$.

$$\text{Vậy xác suất cần tính là } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_3^1 \cdot C_{12}^4 \cdot C_{15}^5}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}.$$

Câu 25: Đáp án C.

Do $\left| \frac{x^2 + x + 4}{x^2 - mx + 4} \right| \leq 2$ đúng với mọi x nên $x^2 - mx + 4 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Tức là

$$x^2 - mx + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta = m^2 - 16 < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 4.$$

$$\text{Với } -4 < m < 4 \text{ thì } \left| \frac{x^2 + x + 4}{x^2 - mx + 4} \right| \leq 2 \Leftrightarrow \frac{x^2 + x + 4}{x^2 - mx + 4} \leq 2 \Leftrightarrow x^2 + x + 4 \leq 2x^2 - 2mx + 8$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (2m + 1)x + 4 \geq 0$$

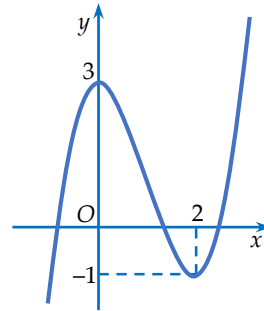
Từ yêu cầu bài toán ta cũng có $x^2 - (2m + 1)x + 4 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \Delta = (2m+1)^2 - 16 \leq 0 \Leftrightarrow -4 \leq 2m+1 \leq 4 \Leftrightarrow -\frac{5}{2} \leq m \leq \frac{3}{2}.$$

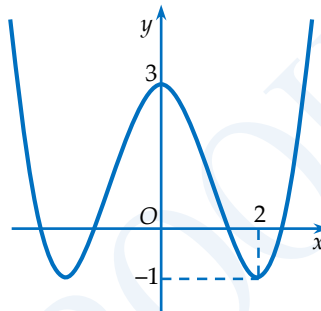
$$\text{Vậy } S = \left[-\frac{5}{2}; \frac{3}{2}\right] \Rightarrow a = -\frac{5}{2}; b = \frac{3}{2} \Rightarrow a+b = -1.$$

Câu 26: Đáp án A.

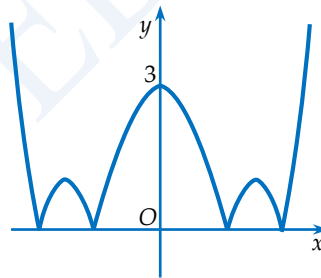
Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Đồ thị nhận $A(0;3)$ và $B(2;-1)$ làm hai điểm cực trị nên ta có thể định hình được hình dáng của đồ thị $y = f(x)$ như hình vẽ dưới:



Biến đổi đồ thị hàm số $y = f(x)$ thành đồ thị hàm số $y = f(|x|)$:



Biến đổi đồ thị $y = f(|x|)$ thành đồ thị hàm số $y = |f(|x|)| = |ax^3 + bx^2 + c|x| + d|$:



Suy ra hàm số $y = |f(|x|)| = |ax^3 + bx^2 + c|x| + d|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 27: Đáp án D.

Giả sử đa giác đầy có n cạnh thì số cạnh của hình chóp tương ứng là $2n = 20 \Leftrightarrow n = 10$.

Vậy số mặt của hình chóp là $n+1 = 11$.

Câu 28: Đáp án D.

Giả sử đa giác đầy có n cạnh. Khi đó hình lăng trụ có $3n$ cạnh. Vậy số cạnh của hình lăng trụ phải chia hết cho 3.

Câu 29: Đáp án C.

Gọi I là trung điểm của CD .

Từ giả thiết ta có $IA = IB = IC = ID = AB = BC = CD = a$. Suy ra $\triangle ACD$ vuông tại C hay $AC \perp CD$.

STUDY TIP

Dựa vào giả thiết bài toán, nhiều bạn sẽ đi tìm các giá trị a, b, c, d cụ thể để từ đó vẽ được chính xác đồ thị (hoặc bảng biến thiên) của hàm số bậc ba $y = f(x)$. Tuy nhiên điều đó là không cần thiết và khá mất thời gian. Với hai điểm cực trị A, B ta định hình được hình dáng của đồ thị bậc ba $y = f(x)$, từ đó ta vẽ được đồ thị của hàm số $y = |f(|x|)|$ qua một số phép biến đổi:

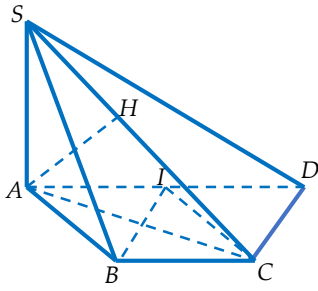
$$f(x) \rightarrow f(|x|) \rightarrow |f(|x|)|.$$

FOR REVIEW

Dạng toán liên quan tới các phép biến đổi đồ thị quý độc giả vui lòng xem lại tại cuốn Công Phá Toán 3

FOR REVIEW

Hình chóp là hình có 1 đỉnh và đáy là 1 đa giác lồi. Nếu như đáy có n đỉnh ($n \in \mathbb{N}, n \geq 3$) thì số mặt của hình chóp gồm 1 mặt đáy và n mặt bên, tức là hình chóp có $n+1$ mặt. Số cạnh của hình chóp gồm n cạnh đáy và n cạnh bên, tức tổng số cạnh là $2n$.



Lại có $\begin{cases} CD \perp AC \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAC) \Rightarrow (SCD) \perp (SAC).$

Trong mặt phẳng (SAC) kẻ $AH \perp SC, (H \in SC)$ suy ra $AH \perp (SCD)$ hay $AH = d(A; (SCD)).$

Mặt khác $\frac{d(A; (SCD))}{d(I; (SCD))} = \frac{AD}{ID} = 2 \Rightarrow d(A; (SCD)) = 2d(I; (SCD)) = 2d(B; (SCD))$

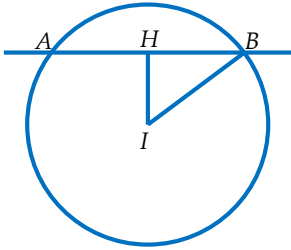
do $BI \parallel (SCD)$. Nên $d(B; (SCD)) = \frac{1}{2} d(A; (SCD)) = \frac{1}{2} AH.$

$\triangle ACD$ vuông tại C nên $AC = \sqrt{AD^2 - CD^2} = a\sqrt{3}.$

$\triangle SAC$ vuông tại A, AH là đường cao nên $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{(a\sqrt{6})^2} + \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow AH = a\sqrt{2}.$ Vậy $d(B; (SCD)) = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$

Câu 30: Đáp án A.



Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d là $d(I; d) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) + 8|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3.$

Gọi H là trung điểm của AB thì $IH \perp AB$ và $IH = d(I; d) = 3.$

Áp dụng định lý Pytago ta có: $AH = HB = \sqrt{IB^2 - IH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$

Vậy $AB = 2AH = 8.$

Câu 31: Đáp án C.

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x+5}{1-x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2+\frac{5}{x}}{\frac{1}{x}-1} = 2 \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x+5}{1-x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2+\frac{5}{x}}{\frac{1}{x}-1} = 2$$

Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{-2x+5}{1-x}$ có đường tiệm cận ngang là $y = 2.$

Câu 32: Đáp án C.

Đạo hàm $y' = \frac{2-m}{(\cos x - m)^2} \cdot (-\sin x);$ do $\sin x > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên để hàm số

nghịch biến trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi $y' < 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$$\Leftrightarrow \frac{2-m}{(\cos x - m)^2} > 0, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m > 0 \\ m \neq \cos x, \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \notin (0; 1) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m \geq 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq m < 2 \\ m \leq 0 \end{cases} \end{cases}$$

Câu 33: Đáp án D.

FOR REVIEW

Đây là một dạng toán quen thuộc về xét tính đơn điệu của hàm hợp đã được tác giả giới thiệu một cách chi tiết trong cuốn Công phá Toán 3. Chú ý rằng hàm số

$$y = f(x) = \frac{a \cdot u(x) + b}{c \cdot u(x) + d} \quad \text{với}$$

$$c \neq 0, ad - bc \neq 0 \quad \text{thì có}$$

$$f'(x) = \frac{ad - bc}{(c \cdot u(x) + d)^2} \cdot u'(x).$$

Ở bài toán này ta có

$u(x) = \cos x$ nên

$u'(x) = -\sin x.$

Đạo hàm $y' = -x^2 + 2(m-1)x^2 + m + 3$. Do phương trình $y' = 0$ có nhiều nhất hai nghiệm nên để hàm số đồng biến trên $(0;3)$ thì $y' \geq 0, \forall x \in (0;3)$.

$$\Leftrightarrow -x^2 + 2(m-1)x + m + 3 \geq 0, \forall x \in (0;3) \Leftrightarrow m(2x+1) \geq x^2 + 2x - 3, \forall x \in (0;3)$$

$$\Leftrightarrow m \geq \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1}, \forall x \in (0;3) \Leftrightarrow m \geq \max_{[0;3]} f(x) \quad (*) \text{ với } f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1}$$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{2x + 1}$ trên $[0;3]$.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{(2x+2)(2x+1) - 2(x^2 + 2x - 3)}{(2x+1)^2} = \frac{2x^2 + 2x + 8}{(2x+1)^2} > 0, \forall x \in [0;3].$$

Suy ra hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $[0;3]$ và $\max_{[0;3]} f(x) = f(3) = \frac{12}{7}$.

$$\text{Vậy } (*) \Leftrightarrow m \geq \frac{12}{7}.$$

Câu 34: Đáp án D.

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC . Ta có $AB = AC = SB = SC = 1$ nên $\triangle ABC$ cân tại A và $\triangle SBC$ cân tại S .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} BC \perp AN \\ BC \perp SN \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAN) \Rightarrow BC \perp MN \text{ và } BC \perp SA.$$

Ta có $\triangle SBC = \triangle ABC \Rightarrow SN = AN \Rightarrow \triangle SNA$ cân tại N và $MN \perp SA$.

Suy ra $MN = d(SA; BC)$ và $(SA, BC) = 90^\circ$.

$$\triangle ABC \text{ cân nên } AN \perp BC \Rightarrow AN = \sqrt{AB^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}}.$$

$$\triangle AMN \text{ vuông tại } M \text{ nên } MN = \sqrt{AN^2 - AM^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}.$$

$$\text{Áp dụng công thức } V_{S.ABC} = \frac{1}{6} \cdot SA \cdot BC \cdot d(SA; BC) \cdot \sin(SA, BC) = \frac{1}{6} xy \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}}.$$

$$\text{Có } V^2 = \frac{1}{36} x^2 y^2 \left(1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}\right) = \frac{4}{9} \cdot \frac{x^2}{4} \cdot \frac{y^2}{4} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}\right)$$

$$\leq \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{4} + 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4}}{3}\right)^3 = \frac{4}{243}.$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \frac{x^2}{4} = \frac{y^2}{4} = 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{4} \Leftrightarrow x = y = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

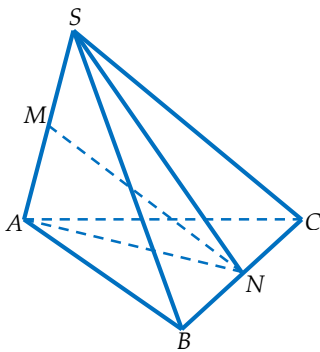
$$\text{Vậy } x + y = \frac{4}{\sqrt{3}}.$$

Câu 35: Đáp án D.

Ta sử dụng các phép tịnh tiến để biến đổi đồ thị hàm số $y = f'(x-2) + 2$ thành đồ thị hàm số $y = f'(x)$.

MEMORIZE

$$\begin{aligned} g(m) &\geq f(x), \forall x \in D \\ &\Leftrightarrow g(m) \geq \max_D f(x) \\ g(m) &\leq f(x), \forall x \in D \\ &\Leftrightarrow g(m) \leq \min_D f(x) \end{aligned}$$



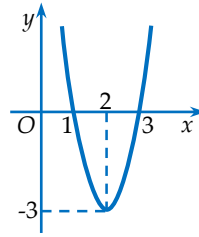
MEMORIZE

Cho tứ diện ABCD thì thể tích của nó được tính theo công thức: $V =$

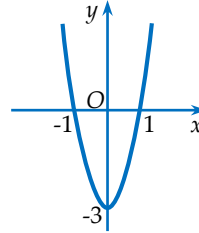
$$= \frac{1}{6} \cdot AB \cdot CD \cdot d(AB; CD) \cdot \sin \alpha$$

với α là góc giữa hai đường thẳng AB và CD.

* Tịnh tiến đồ thị $y = f'(x-2) + 2$ xuống dưới 2 đơn vị, ta được đồ thị hàm số $y = f'(x-2)$ như hình vẽ dưới



* Tịnh tiến đồ thị $y = f'(x-2)$ sang trái 2 đơn vị, ta được đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình dưới



Ta thấy $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1)$ nên hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 36: Đáp án C.

$$\begin{aligned} \text{Xét số hạng tổng quát } \frac{C_n^k}{(k+1)(k+2)} &= \frac{1}{(k+2)(k+1)} \cdot \frac{n!}{(n-k)!k!} \\ &= \frac{1}{(n+2)(n+1)} \cdot \frac{(n+2)!}{(n-k)!(k+2)!} = \frac{1}{(n+2)(n+1)} C_{n+2}^{k+2}. \end{aligned}$$

Suy ra

$$\frac{C_n^0}{1 \cdot 2} + \frac{C_n^1}{2 \cdot 3} + \frac{C_n^2}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{(n+2)(n+1)} (C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + C_{n+2}^{n+2})$$

Xét khai triển $(1+x)^{n+2} = C_{n+2}^0 + C_{n+2}^1 x + C_{n+2}^2 x^2 + \dots + C_{n+2}^{n+2} x^{n+2}$. Với $x=1$ ta có

$$C_{n+2}^2 + C_{n+2}^3 + C_{n+2}^4 + \dots + C_{n+2}^{n+2} = 2^{n+2} - C_{n+2}^0 - C_{n+2}^1$$

$$\text{Khi đó } \frac{C_n^0}{1 \cdot 2} + \frac{C_n^1}{2 \cdot 3} + \frac{C_n^2}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)} = \frac{1}{(n+2)(n+1)} (2^{n+2} - n - 3).$$

$$\text{Từ giả thiết ta có } \frac{1}{(n+2)(n+1)} (2^{n+2} - n - 3) = \frac{2^{100} - n - 3}{(n+1)(n+2)} \Leftrightarrow n+2 = 100 \Leftrightarrow n = 98$$

Câu 37: Đáp án B.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{3}{2} \\ x = -1 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Qua các điểm $x = -1$ và $x = 1$ thì $f'(x)$ không đổi dấu; qua $x = -\frac{3}{2}$ và $x = 2$ thì $f'(x)$ đổi dấu nên hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

FOR REVIEW

Đây là một dạng toán về sử dụng phép tịnh tiến để biến đổi đồ thị. Quý độc giả vui lòng đọc Công phá Toán 3 để có thể hiểu bài toán một cách chi tiết hơn.

FOR REVIEW

Nếu $f'(x)$ là một hàm đa thức và phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm x_0 , x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ khi và chỉ khi x_0 là nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$, vì khi đó $f'(x)$ sẽ đổi dấu khi x đi qua x_0 .

Câu 38: Đáp án D.

Điều kiện: $-1 \leq x \leq 1$. Đặt $t = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x} \geq 0$

* Xét hàm số $t(x) = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$ trên đoạn $[-1; 1]$

Đạo hàm: $t'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+x}} - \frac{1}{2\sqrt{1-x}}$; $t'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1+x} = \sqrt{1-x} \Leftrightarrow x = 0 \notin [-1; 1]$.

Bảng biến thiên của hàm số $t(x)$:

x	-1	0	1
$t'(x)$		+	-
$t(x)$	$\sqrt{2}$	2	$\sqrt{2}$

Từ bảng biến thiên suy ra $\sqrt{2} \leq t(x) \leq 2$, tức là $t \in [\sqrt{2}; 2]$.

* Ta có $t^2 = 2 + 2\sqrt{1-x^2} \Rightarrow 2\sqrt{1-x^2} = t^2 - 2$. Phương trình đã cho trở thành:

$$m(t+3) + t^2 - 7 = 0 (*) \Leftrightarrow m = \frac{7-t^2}{t+3} \quad (1)$$

Để phương trình đã cho (ẩn x) có đúng hai nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình $(*)$ có một nghiệm $t \in [\sqrt{2}; 2]$.

* Xét hàm số $f(t) = \frac{7-t^2}{t+3}$ trên $[\sqrt{2}; 2]$.

Đạo hàm $f'(t) = \frac{-2t(t+3) - (7-t^2)}{(t+3)^2} = \frac{-t^2 - 6t - 7}{(t+3)^2} < 0, \forall t \in [\sqrt{2}; 2]$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(t)$:

t	$\sqrt{2}$	2
$f'(t)$		-
$f(t)$	$\frac{15-5\sqrt{2}}{7}$	$\frac{3}{5}$

Để phương trình $(*)$ có một nghiệm $t \in [\sqrt{2}; 2] \Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(t)$ tại một điểm có hoành độ thuộc $[\sqrt{2}; 2]$.

Từ bảng biến thiên suy ra $\frac{3}{5} < m \leq \frac{15-5\sqrt{2}}{7}$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} a = \frac{3}{5} \\ b = \frac{15-5\sqrt{2}}{7} \end{cases} \Rightarrow b - \frac{5}{7}a = \frac{15-5\sqrt{2}}{7} - \frac{3}{7} = \frac{12-5\sqrt{2}}{7}.$$

Câu 39: Đáp án B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 2009$.

Phương trình tiếp tuyến Δ_i của (C) tại điểm $M_i(x_i; y_i)$ là:

$$y = (3x_i^2 - 2009)(x - x_i) + x_i^3 - 2009x_i.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và Δ_i :

$$\begin{aligned} (3x_i^2 - 2009)(x - x_i) + x_i^3 - 2009x_i &= x^3 - 2009x \\ \Leftrightarrow (x - x_i)(x^2 + x.x_i + x_i^2) - 2009(x - x_i) - (3x_i^2 - 2009)(x - x_i) &= 0 \\ \Leftrightarrow (x - x_i)(x^2 + x_i.x - 2x_i^2) = 0 &\Leftrightarrow (x - x_i)^2(x + 2x_i) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_i \text{ (L)} \\ x = -2x_i \end{cases} \end{aligned}$$

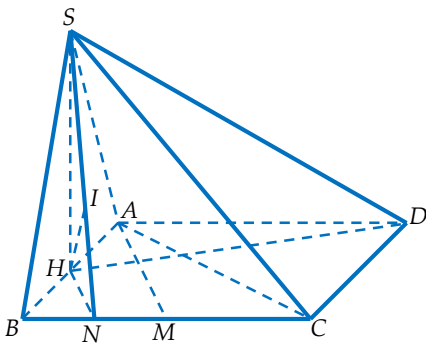
Do đó tiếp tuyến của (C) tại điểm M_i cắt (C) tại điểm thứ hai là M_{i+1} có hoành độ $x_{i+1} = -2x_i$.

$$\text{Ta có } x_n = -2x_{n-1} = (-2)^2 x_{n-2} = (-2)^3 x_{n-3} = \dots = (-2)^{n-1} x_1.$$

$$\text{Do } x_1 = 1 \text{ nên } x_n = (-2)^{n-1}.$$

$$\begin{aligned} \text{Suy ra } 2009x_n + y_n + 2^{2013} &= 0 \Leftrightarrow 2009x_n + x_n^3 - 2009x_n = (-2)^{2013} \\ \Leftrightarrow (-2)^{3n-3} &= (-2)^{2013} \Leftrightarrow 3n-3 = 2013 \Leftrightarrow n = 672. \end{aligned}$$

Câu 40: Đáp án B.



Gọi H là trung điểm AB . Do ΔSAB cân tại S nên $SH \perp AB$. Mà $(SAB) \perp (ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Do $AB = BC = AC = a \Rightarrow \Delta ABC$ đều. Gọi M là trung điểm BC thì $AM \perp BC$ và $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi N là trung điểm BM thì $HN \parallel AM$ và

$$HN = \frac{1}{2} AM = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \text{ Suy ra } HN \perp BC.$$

$$\text{Ta có } BC \perp SH, BC \perp HN \Rightarrow BC \perp (SHN) \Rightarrow (SBC) \perp (SHN).$$

Trong mặt phẳng (SHN) , kẻ $HI \perp SN, (I \in SN) \Rightarrow HI \perp (SBC)$

$$\Rightarrow HI = d(H; (SBC)).$$

$$\text{Lại có } \frac{d(A; (SBC))}{d(H; (SBC))} = \frac{AH}{HN} = 2 \Rightarrow d(A; (SBC)) = 2d(H; (SBC)) = 2HI.$$

$$\text{Mặt khác } AD \parallel (SBC) \Rightarrow d(AD; SC) = d(A; (SBC)) = 2HI.$$

$$\text{Từ } SH \perp (ABCD) \Rightarrow (SD, (ABCD)) = (SD, HD) = SDH = 60^\circ.$$

$$\text{Có } BAD = 2BAC = 120^\circ \Rightarrow DH = \sqrt{AH^2 + AD^2 - 2AH \cdot AD \cdot \cos 120^\circ} = \frac{\sqrt{7}a}{2}.$$

$$\Delta SHD \text{ vuông tại } H \text{ nên } SH = HD \cdot \tan SDH = \frac{\sqrt{7}a}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{21}a}{2}.$$

$$\Delta SHN \text{ vuông tại } H, HI \text{ là đường cao nên } \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HN^2} = \frac{116}{21a^2}$$

$$\Rightarrow HI = \frac{\sqrt{609}a}{58}.$$

$$\text{Vậy } d(AD; SC) = 2HI = \frac{\sqrt{609}a}{29}.$$

Câu 41: Đáp án D.

Cạnh của hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là $A_2B_2 = A_1B_1 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$.

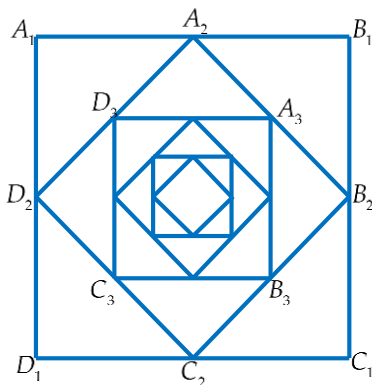
Cạnh của hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là $A_3B_3 = A_2B_2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = A_1B_1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$.

Cạnh của hình vuông $A_4B_4C_4D_4$ là $A_4B_4 = A_3B_3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = A_1B_1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^3$.

Tương tự, ta tính được cạnh của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ là

$$A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018} = A_1B_1 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017}.$$

Chu vi của hình vuông $A_{2018}B_{2018}C_{2018}D_{2018}$ bằng $4 \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2017} = \frac{4 \cdot 2^{1008} \cdot \sqrt{2}}{2^{2017}} = \frac{\sqrt{2}}{2^{1007}}$.

**Câu 42: Đáp án A.**

Đồ thị hàm số $y = \frac{(n-3)x + n - 2017}{x + m + 3}$ có dạng bậc nhất trên bậc nhất, nên nếu đồ thị có tiệm cận thì tiệm cận đứng sẽ là đường thẳng $x = -m - 3$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = n - 3$.

$$\text{Từ giả thiết ta có } \begin{cases} -m-3=0 \\ n-3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-3 \\ n=3 \end{cases} \Rightarrow m+n=0.$$

Câu 43: Đáp án B.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -1$; đường tiệm cận ngang là $y = 2$. Suy ra $I(-1; 2)$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Đạo hàm $y' = \frac{3}{(x+1)^2}$. Tiếp tuyến Δ của đồ thị (C)

tại $M(x_0; y_0)$ có phương trình là: $y = \frac{3}{(x_0+1)^2}(x-x_0) + \frac{2x_0-1}{x_0+1}$

$$\Leftrightarrow y = \frac{3}{(x_0+1)^2} \cdot x + \frac{2x_0^2 - 2x_0 - 1}{(x_0+1)^2}.$$

Điểm A là giao điểm của Δ với tiệm cận đứng nên $A\left(-1; \frac{2x_0-4}{x_0+1}\right)$.

Điểm B là giao điểm của Δ với tiệm cận ngang nên $B(2x_0+1; 2)$.

$$\text{Ta có: } IA^2 = \left(\frac{2x_0-4}{x_0+1} - 2\right)^2 = \frac{36}{(x_0+1)^2}; \quad IB^2 = (2x_0+2)^2 = 4(x_0+1)^2.$$

$$\text{Để } IA^2 + IB^2 = 40 \Leftrightarrow \frac{36}{(x_0+1)^2} + 4(x_0+1)^2 = 40 \Leftrightarrow 4(x_0+1)^4 - 40(x_0+1)^2 + 36 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_0+1)^2 = 1 \\ (x_0+1)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0+1 = -1 \\ x_0+1 = 1 \\ x_0+1 = -3 \\ x_0+1 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = -2 \\ x_0 = 0 \\ x_0 = -4 \\ x_0 = 2 \end{cases}. \text{ Do } x_0 > 0 \text{ nên } x_0 = 2.$$

Suy ra $y_0 = \frac{2x_0 - 1}{x_0 + 1} = 1$. Vậy $x_0 y_0 = 2$.

Câu 44: Đáp án A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d với đồ thị (C_m) :

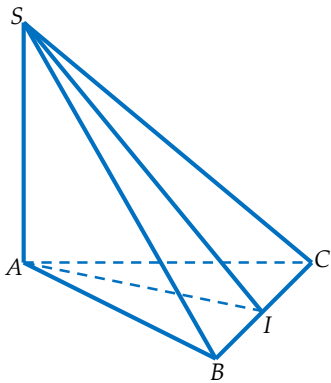
$$x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m = -1 \Leftrightarrow x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = 3m + 1 \end{cases}$$

Để d cắt (C_m) tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases} 3m + 1 > 0 \\ 3m + 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{3} \\ m \neq 0 \end{cases}$

Khi đó hoành độ của 4 điểm này là: $x = \pm 1; x = \pm \sqrt{3m + 1}$.

Để hoành độ của 4 điểm trên nhỏ hơn 2 thì $\sqrt{3m + 1} < 2 \Leftrightarrow 3m + 1 < 4 \Leftrightarrow m < 1$.

$$\text{Vậy } \begin{cases} -\frac{1}{3} < m < 1 \\ m \neq 0 \end{cases}$$



Câu 45: Đáp án D.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$.

Khi đó $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \subset (SBC), BC \perp SB \\ AB \subset (ABC), BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (SB, AB) = SBA$.

Câu 46: Đáp án B.

Gọi H là trọng tâm của $\triangle ABC$, M là trung điểm của BC . Do $\triangle ABC$ đều có cạnh

bằng a nên $AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = \frac{2}{3} AM = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SH \perp (ABC)$

$\Rightarrow (SA, (ABC)) = (SA, HA) = \angle SHA = 45^\circ \Rightarrow \triangle SHA$ vuông cân tại H .

$\Rightarrow SH = AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Thể tích khối chóp là: $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3}{12}$ (đvtt).

Câu 47: Đáp án C.

Ta có $2\cos x - \sin x + 4 = 2(\cos x + 1) + (1 - \sin x) + 1 \geq 1 > 0$ do $-1 \leq \sin x \leq 1, \forall x$ và $-1 \leq \cos x \leq 1, \forall x$.

Phương trình đã cho tương đương với: $m(2\cos x - \sin x + 4) = \cos x + 2\sin x + 3$

$$\Leftrightarrow (m + 2) \cdot \sin x + (1 - 2m) \cdot \cos x = 4m - 3$$

Phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $(m + 2)^2 + (1 - 2m)^2 \geq (4m - 3)^2$

$$\Leftrightarrow 11m^2 - 24m + 4 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{2}{11} \leq m \leq 2.$$

Câu 48: Đáp án D.

Từ giả thiết ta có: $0 \leq x \leq 50$ và $x \in \mathbb{N}$.

MEMORIZE

Phương trình
 $a \sin x + b \cos x = c$ có
nghiệm khi và chỉ khi
 $a^2 + b^2 \geq c^2$.

Khi xe buýt chở x hành khách thì số tiền thu được là $f(x) = 20x \left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng).

MEMORIZE

Với các số thực dương a, b, c thì ta có:

$$abc \leq \left(\frac{a+b+c}{3}\right)^3.$$

$$\text{Ta có } f(x) = 400 \cdot \frac{x}{20} \cdot \left(3 - \frac{x}{40}\right) \cdot \left(3 - \frac{x}{40}\right) \leq 400 \cdot \left[\frac{\frac{x}{20} + \left(3 - \frac{x}{40}\right) + \left(3 - \frac{x}{40}\right)}{3}\right]^3 = 3200.$$

Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $\frac{x}{20} = 3 - \frac{x}{40} \Leftrightarrow x = 40$.

Vậy một xe buýt thu được số tiền nhiều nhất là 3200 (nghìn đồng), tức là 3200000 đồng. Khi đó trên xe có 40 hành khách.

Câu 49: Đáp án B.

$\triangle SAB$ vuông tại A nên $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2\sqrt{5}a$.

$\triangle ABC$ vuông cân tại C nên $CA\sqrt{2} = CB\sqrt{2} = AB \Leftrightarrow CA = CB = \frac{AB}{\sqrt{2}} = \frac{4a}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}a$.

$$\text{Suy ra } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AC^2 = \frac{1}{2} (2\sqrt{2}a)^2 = 4a^2.$$

$$\text{Thể tích khối chóp là: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{5}a \cdot 4a^2 = \frac{8\sqrt{5}a^3}{3}.$$

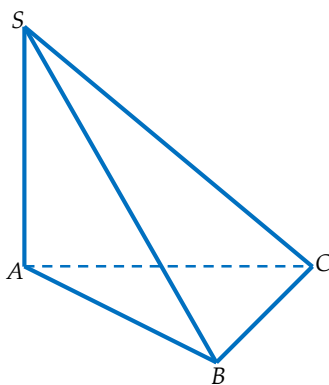
$$\text{Vậy } \frac{a^3}{3V} = \frac{1}{8\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{40}.$$

Câu 50: Đáp án A.

$$\text{Ta có } \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x^2 + ax + 1) = 5 + 2a \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (2x^2 - x + 1) = 7 \end{cases}$$

Để hàm số có giới hạn tại $x = 2$ thì

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \Leftrightarrow 2a + 5 = 7 \Leftrightarrow a = 1.$$



MEMORIZE

Hàm số $y = f(x)$ có giới hạn tại điểm x_0 thì

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

Điều này có sự khác biệt một chút so với hàm liên tục: Hàm số $y = f(x)$ liên tục tại điểm x_0 khi và chỉ khi

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

ĐỀ SỐ 5 – THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC LẦN 2

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2019

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Tìm giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$.

- A. $y_{CT} = -6$. B. $y_{CT} = -1$.
C. $y_{CT} = -2$. D. $y_{CT} = 1$.

Câu 2: Phương trình: $\log_3(3x-2)=3$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{25}{3}$. B. $x = 87$. C. $x = \frac{29}{3}$. D. $x = \frac{11}{3}$.

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 4: Một người mỗi tháng đều đặn gửi vào ngân hàng một khoản tiền T theo hình thức lãi kép với lãi suất 0,6% mỗi tháng. Biết sau 15 tháng, người đó có số tiền là 10 triệu đồng. Hỏi số tiền T gần với số tiền nào nhất trong các số sau.

- A. 613.000 đồng. B. 645.000 đồng.
C. 635.000 đồng. D. 535.000 đồng.

Câu 5: Cho hàm số:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018}} & \text{khi } x \neq 1 \\ k & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Tìm k để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$.

- A. $k = 2\sqrt{2019}$. B. $k = \frac{2017 \cdot \sqrt{2018}}{2}$.
C. $k = 1$. D. $k = \frac{20016}{2017} \sqrt{2019}$.

Câu 6: Cho biểu thức $P = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x}$, với $x > 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = x^{\frac{1}{2}}$. B. $P = x^{\frac{7}{12}}$. C. $P = x^{\frac{5}{8}}$. D. $P = x^{\frac{7}{24}}$.

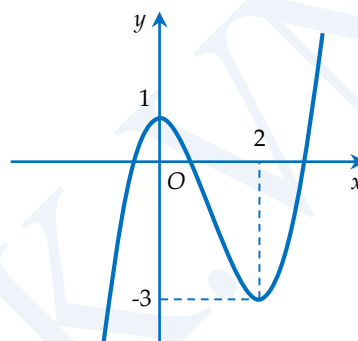
Câu 7: Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để hàm số $y = |x-1| + |x+3|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 8: Tính thể tích của khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

- A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 9: Đường cong trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$.
C. $y = x^3 + 3x^2 + 1$. D. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

Câu 10: Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào trong các hàm số sau đây?

- A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. B. $y = \frac{3x-4}{x-2}$.
C. $y = \frac{x+1}{x-2}$. D. $y = \frac{-x+1}{-2x+1}$.

Câu 11: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị.

- A. 16. B. 44. C. 26. D. 27.

Câu 12: Biết rằng tập các giá trị của tham số m để phương trình $(m-3)9^x + 2(m+1)3^x - m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là một khoảng $(a;b)$. Tính tích $a.b$.

- A. 4. B. -3. C. 2. D. 3.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=a$, $SB=2a$, $SC=4a$ và góc $ASB=BSC=CSA=60^\circ$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$ theo a .

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{8a^3\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 14: Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng

A. 48.

B. 56.

C. 36.

D. $8\log_2 256$.

Câu 15: Kí hiệu $\max\{a; b\}$ là số lớn nhất trong hai số a, b . Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\max\left\{\log_2 x; \log_{\frac{1}{3}} x\right\} < 1$.

A. $S = \left(\frac{1}{3}; 2\right)$.B. $S = (0; 2)$.C. $S = \left(0; \frac{1}{3}\right)$.D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 16: Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) = \frac{1}{3}\log a$.B. $\log a^3 = \frac{1}{3}\log a$.C. $\log a^3 = 3\log a$.D. $\log(3a) = 3\log a$.

Câu 17: Gọi M, N là hai điểm di động trên đồ thị (C) của hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - x + 4$ sao cho tiếp tuyến của (C) tại M và N luôn song song với nhau. Hỏi khi M, N thay đổi, đường thẳng MN luôn đi qua nào trong các điểm dưới đây?

A. Điểm $N(-1; -5)$.B. Điểm $M(1; -5)$.C. Điểm $Q(1; 5)$.D. Điểm $P(-1; 5)$.

Câu 18: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho điểm $M(-3; 1)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$. Gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) . Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2 .

A. 5.

B. $\sqrt{5}$.C. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.D. $2\sqrt{2}$.

Câu 19: Hình hộp chữ nhật có ba kích thước đôi một khác nhau có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

B. 9.

C. 3.

D. 6.

Câu 20: Đường thẳng Δ có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ trong đó $x_B < x_A$. Tìm $x_B + y_B$?

A. $x_B + y_B = -5$ B. $x_B + y_B = -2$ C. $x_B + y_B = 4$ D. $x_B + y_B = 7$

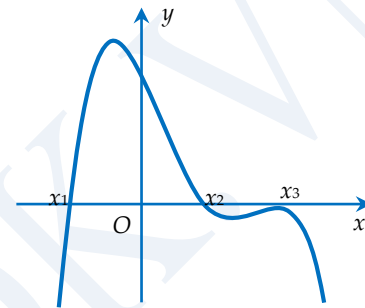
Câu 21: Hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ nghịch biến trên các khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; -1)$ và $(0; +\infty)$ B. $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.C. $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ D. $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 22: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 2$ trên đoạn $[-1; 2]$ thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(3; 8)$.B. $(-7; 8)$.C. $(2; 14)$.D. $(12; 20)$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên.



Trong các khẳng định sau, có tất cả bao nhiêu khẳng định **đúng**?

(I) Trên K , hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.(II) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_3 .(III) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại x_1 .

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Câu 24: Với n là số tự nhiên lớn hơn 2, đặt

$$S_n = \frac{1}{C_3^n} + \frac{1}{C_4^n} + \frac{1}{C_5^n} + \dots + \frac{1}{C_n^n}. \text{ Tính } \lim S_n$$

A. 1.

B. $\frac{3}{2}$.

C. 3.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 25: Tập nghiệm S của bất phương trình

$$5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x} \text{ là}$$

A. $S = (-\infty; 2)$.B. $S = (-\infty; 1)$.C. $S = (1; +\infty)$ D. $S = (2; +\infty)$.

Câu 26: Khối cầu bán kính $R = 2a$ có thể tích là

A. $\frac{32\pi a^3}{3}$.B. $6\pi a^3$.C. $16\pi a^2$.D. $\frac{8\pi a^3}{3}$.

Câu 27: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính diện tích xung quanh của hình nón đỉnh S , đáy là hình tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

A. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}$. C. $\frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{4}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{10}}{8}$.

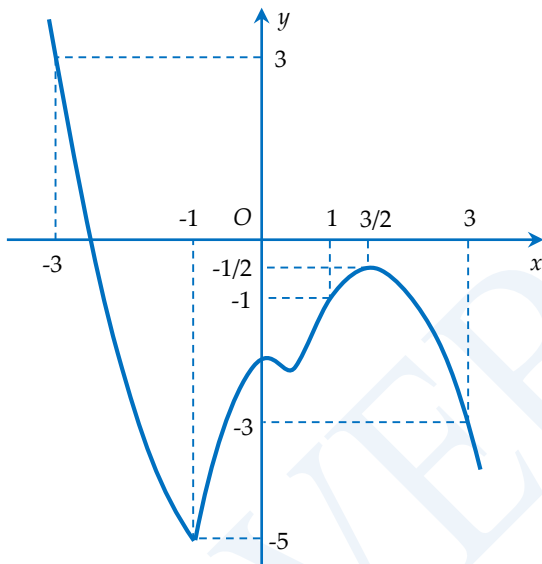
Câu 28: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Điểm $M \in (E)$ sao cho góc $F_1MF_2 = 90^\circ$. Tìm bán kính đường tròn nội tiếp tam giác MF_1F_2 .

A. 2. B. 4. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 29: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để phương trình $(m+1)\sin^2 x - \sin 2x + \cos 2x = 0$ có nghiệm?

A. 4036. B. 2020. C. 4037. D. 2019.

Câu 30: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-2; 0)$. B. $(-3; 1)$. C. $(3; +\infty)$. D. $(1; 3)$.

Câu 31: Tìm tất cả các giá trị tham số m để bất phương trình $6x + \sqrt{(2+x)(8-x)} \leq x^2 + m - 1$ nghiệm đúng với mọi $x \in [-2; 8]$.

A. $m \geq 16$. B. $m \geq 15$.
C. $m \geq 8$. D. $-2 \leq m \leq 16$.

Câu 32: Tìm tập xác định D của hàm số $y = (3x^2 - 1)^{\frac{1}{3}}$.

A. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\pm \frac{1}{\sqrt{3}}\right\}$.

D. $D = \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

Câu 33: Số cạnh của hình mười hai mặt đều là

A. Mười sáu. B. Ba mươi.
C. Hai mươi. D. Mười hai.

Câu 34: Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.

A. $\frac{12}{5}a$. B. $2a$. C. $\frac{3}{2}a$. D. $\frac{9}{4}a$.

Câu 35: Biết rằng phương trình $e^x - e^{-x} = 2\cos ax$ (a là tham số) có 3 nghiệm thực phân biệt. Hỏi phương trình $e^x + e^{-x} = 2\cos ax + 4$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 5. B. 10. C. 6. D. 11.

Câu 36: Cho khối nón có bán kính đáy $r = \sqrt{3}$ và chiều cao $h = 4$. Tính thể tích V của khối nón đã cho.

A. $V = 16\pi\sqrt{3}$. B. $V = \frac{16\pi\sqrt{3}}{3}$.
C. $V = 12\pi$. D. $V = 4\pi$.

Câu 37: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2\sin x + 3}{\sin x + 1}$ trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là

A. 5. B. 2. C. 3. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và $A'C$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.
C. $a\sqrt{5}$. D. $\frac{2\sqrt{17}}{17}a$.

Câu 39: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , giả sử điểm $A(a; b)$ thuộc đường thẳng $d: x - y - 3 = 0$ và cách $\Delta: 2x - y + 1 = 0$ một khoảng bằng $\sqrt{5}$. Tính $P = ab$ biết $a > 0$.

A. 4. B. -2. C. 2. D. -4.

Câu 40: Một hình trụ có bán kính đáy bằng r và có thiết diện qua trục là một hình vuông. Tính diện tích toàn phần của hình trụ đó.

- A. $4\pi r^2$. B. $6\pi r^2$. C. $8\pi r^2$. D. $2\pi r^2$.

Câu 41: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số

$y = \left| \frac{x^2 + mx + m}{x + 1} \right|$ trên $[1; 2]$ bằng 2. Số phần tử của tập S là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 42: Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $b > 1$ và $\sqrt{a} \leq b < a$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu

thức $P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b} \right)$.

- A. 6. B. 7. C. 5. D. 4.

Câu 43: Một hình trụ có độ dài đường cao bằng 3, các đường tròn đáy lần lượt là $(O; 1)$ và $(O'; 1)$.

Giả sử AB là đường kính cố định của $(O; 1)$ và CD là đường kính thay đổi trên $(O'; 1)$. Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối tứ diện $ABCD$.

- A. $V_{\max} = 2$. B. $V_{\max} = 6$.

- C. $V_{\max} = \frac{1}{2}$. D. $V_{\max} = 1$.

Câu 44: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0; 10), N(100; 10), P(100; 0)$ Gọi S là tập hợp tất cả các điểm $A(x; y)$ với $x, y \in \mathbb{Z}$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của hình chữ nhật $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên một điểm $A(x; y) \in S$. Tính xác suất để $x + y \leq 90$.

- A. $\frac{169}{200}$. B. $\frac{473}{500}$. C. $\frac{845}{1111}$. D. $\frac{86}{101}$.

Câu 45: Tập xác định của $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ là

- A. $[2; 3]$. B. $(2; 3)$.
C. $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$. D. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$.

Câu 46: Cho $f(x) = x.e^{-3x}$. Tập nghiệm của bất phương trình $f'(x) > 0$ là

- A. $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$.
C. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. D. $(0; 1)$.

Câu 47: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $2a^3$ và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết diện tích tam giác SAB bằng a^2 . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD .

- A. a . B. $\frac{3a}{2}$. C. $3a$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 48: Đạo hàm của hàm số $y = e^{1-2x}$ là

- A. $y' = 2e^{1-2x}$. B. $y' = -2e^{1-2x}$.
C. $y' = -\frac{e^{1-2x}}{2}$. D. $y' = e^{1-2x}$.

Câu 49: Tập nghiệm của bất phương trình $2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1$ là

- A. $[3; 5]$. B. $(1; 3]$. C. $[1; 3]$. D. $(1; 5)$.

Câu 50: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + 4x + 2$ đồng biến trên tập xác định của nó?

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.D	4.C	5.A	6.C	7.B	8.B	9.B	10.A
11.D	12.B	13.D	14.C	15.A	16.C	17.C	18.C	19.C	20.A
21.D	22.D	23.A	24.B	25.D	26.A	27.B	28.C	29.B	30.A
31.B	32.A	33.B	34.A	35.C	36.D	37.D	38.D	39.B	40.B
41.D	42.C	43.A	44.D	45.B	46.A	47.C	48.B	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Đáp án A.

Ta có $y' = -3x^2 + 3$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

Do $a = -1 < 0$ nên $x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số $y = -x^3 + 3x - 4$

$$\Rightarrow y_{CT} = y(-1) = 6.$$

Câu 2: Đáp án C.

$$\log_3(3x - 2) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ (3x - 2) = 3^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x = \frac{29}{3} \end{cases}$$

Câu 3: Đáp án D.

1. Tiệm cận đứng.

$$\text{Đặt } g(x) = x + 1.$$

$$\text{Ta có } \sqrt{4 - x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Mà $g(2) \neq 0$; $g(-2) \neq 0$ do đó đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng

$$x = 2; x = -2.$$

2. Tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{\sqrt{4-x^2}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{\sqrt{\frac{4}{x^2}-1}} \Rightarrow \text{đồ thị hàm số không có đường tiệm cận ngang.}$$

Câu 4: Đáp án C.

Trong sách Công phá Toán 3 có đề cập đến dạng toán này Phần IV. Ứng dụng của hàm số mũ hàm số logarit trong thực tế. Dạng a.3 (xem chứng minh tham khảo Công phá Toán 3).

Sau 15 tháng số tiền người đó có được tính theo công thức

$$T \cdot \left(1 + \frac{0,6}{100}\right) \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,6}{100}\right)^{15} - 1}{\frac{0,6}{100}} = 10\,000\,000 \Rightarrow T \approx 635\,000 \text{ đồng.}$$

Câu 5: Đáp án A.

Ta có

$$\frac{x^{2016} + x - 2}{\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018}} = \frac{(x^{2016} - 1 + x - 1)(\sqrt{2018x+1} + \sqrt{x+2018})}{(\sqrt{2018x+1} - \sqrt{x+2018})(\sqrt{2018x+1} + \sqrt{x+2018})}$$

FOR REVIEW

Dạng toán: Mỗi tháng đều gửi vào ngân hàng số tiền là a đồng theo thể thức lãi kép với lãi suất là $x\% = r$ mỗi tháng. Số tiền thu được sau n tháng là

$$A_n = a \cdot (1+r) \cdot \frac{(1+r)^n - 1}{r}.$$

STUDY TIP

Với các hàm phân thức chưa rút gọn (tử thức và mẫu thức đều có nhân tử chung) thì ta cần rút gọn để tìm giới hạn chính xác.

$$\begin{aligned} & \frac{(x-1)\left(\sum_{k=1}^{2015} x^k + 1\right)\left(\sqrt{2018x+1} + \sqrt{x+2018}\right)}{2017 \cdot (x-1)} \\ &= \frac{\left(\sum_{k=1}^{2015} x^k + 2\right)\left(\sqrt{2018x+1} + \sqrt{x+2018}\right)}{2017}. \end{aligned}$$

Ta có

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\left(\sum_{k=1}^{2015} x^k + 2\right)\left(\sqrt{2018x+1} + \sqrt{x+2018}\right)}{2017} = \frac{2017 \cdot 2\sqrt{2019}}{2017} = 2\sqrt{2019}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\left(\sum_{k=1}^{2015} x^k + 2\right)\left(\sqrt{2018x+1} + \sqrt{x+2018}\right)}{2017} = \frac{2017 \cdot 2\sqrt{2019}}{2017} = 2\sqrt{2019}.$$

Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x=1$ thì $k=2\sqrt{2019}$.

Câu 6: Đáp án C.

$$P = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^3} \sqrt{x}} = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^3} x^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{x \cdot \sqrt[4]{x^{\frac{7}{2}}}} = \sqrt[3]{x \cdot x^{\frac{7}{8}}} = \sqrt[3]{x^{\frac{15}{8}}} = x^{\frac{5}{8}}.$$

Câu 7: Đáp án B.

$$\text{Ta có } y = |x-1| + |x+3| = |1-x| + |x+3| \geq 1-x+x+3=4.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } |x-1| + |x+3| = 4 \Leftrightarrow x=0; x=1; x=-3; x=-2; x=-1$$

Câu 8: Đáp án B.

Khối lăng trụ có đáy là tam giác đều cạnh a , chiều cao $h=a$ nên có thể tích là

$$V = B.H = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3 \sqrt{3}}{4}.$$

Câu 9: Đáp án B.

Đồ thị hàm số có dạng N nên hệ số $a > 0$, từ đó ta loại A và D. (Xem sách Công phá toán 3 phần dạng đồ thị hàm số).

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(2; -3)$ nên ta chọn B.

Câu 10: Đáp án A.

Ta thấy chỉ có phương án A có $\frac{a}{d} = 2$ nên ta chọn A.

Câu 11: Đáp án D.

$$\text{Đặt } f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2.$$

$$f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x.$$

$$\text{Khi đó } y = |f(x) + m| \Rightarrow y' = \frac{f'(x) \cdot (f(x) + m)}{|f(x) + m|}.$$

Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$; y' không xác định khi $f(x) = -m$ (*)

Hàm số đã cho có 7 điểm cực trị $\Leftrightarrow y' = 0$ có 5 nghiệm phân biệt.

Mà $f'(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Rightarrow f(x) = -m$ có 2 nghiệm phân biệt.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$

STUDY TIP

Ta tìm y' bằng cách chuyển

$$|f(x) + m| = \sqrt{(f(x) + m)^2}.$$

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-5	0	-32	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy để (*) có hai nghiệm phân biệt thì

$$\begin{cases} -m > 0 \\ -5 > -m > -32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ 5 < m < 32 \end{cases}$$

Kết hợp với điều kiện m nguyên dương ta kết luận có 27 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 12: Đáp án B.

$$\text{Ta có } (m-3) \cdot 9^x + 2(m+1)3^x - m - 1 = 0 \Leftrightarrow (m-3)3^{2x} + 2(m+1)3^x - m - 1 = 0 (*)$$

Đặt $t = 3^x; t > 0$.

$$\text{Khi đó phương trình } (*) \text{ trở thành } (m-3)t^2 + 2(m+1)t - m - 1 = 0 \quad (1)$$

Ta thấy cứ một giá trị dương của t ta sẽ nhận được một giá trị của x .

Do đó để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn $t_1 > t_2 > 0$.

Với $m = 3$ không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{(1)} > 0 \\ t_1 t_2 > 0 \\ t_1 + t_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 + (m+1)(m-3) > 0 \\ \frac{-m-1}{m-3} > 0 \\ \frac{m-3}{m-3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m < 3m \in (-1; 3).$$

Suy ra $a = -1; b = 3 \Rightarrow ab = -3$.

Câu 13: Đáp án D.

Gọi $B'; C'$ lần lượt là hai điểm thuộc SB, SC sao cho $SB = SC = a$.

Khối chóp $S.AB'C'$ có $ASB = BSC = CSA = 60^\circ$ và $SA = SB' = SC' = a$

$$\text{Suy ra } S.AB'C' \text{ là tứ diện đều cạnh } a \Rightarrow V_{S.AB'C'} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}.$$

$$\text{Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có } \frac{V_{S.AB'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{1}{1} \cdot \frac{a}{2a} \cdot \frac{a}{4a} = \frac{1}{8}.$$

$$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{2a^3 \sqrt{2}}{3}.$$

Câu 14: Đáp án C.

$$\text{Ta có } M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$$

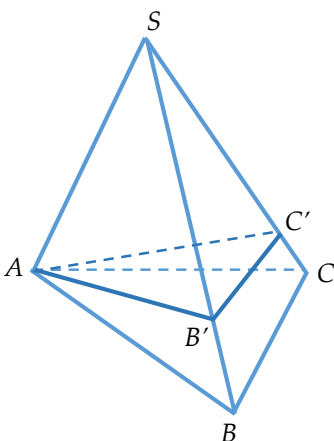
$$= \log_2 2 + \log_2 2^2 + \log_2 2^3 + \dots + \log_2 2^8 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36.$$

Câu 15: Đáp án A.

$$\text{Với } x \geq 1 \text{ ta có } \max \left\{ \log_2 x, \log_{\frac{1}{3}} x \right\} < 1 \Leftrightarrow \log_2 x < 1 \Leftrightarrow x < 2 \Rightarrow 1 \leq x < 2$$

MEMORIZE

Với các bài toán đặt ẩn, ta phải đặc biệt lưu ý điều kiện của ẩn mới đặt cần chính xác, từ đó mới đưa ra kết quả đúng.



STUDY TIP

Ta lưu ý do cơ sở $0 < \frac{1}{3} < 1$ nên ta cần chia hai trường hợp của x để tìm nghiệm đúng của bất phương trình.

Với $0 < x < 1$ ta có $\max \left\{ \log_2 x, \log_{\frac{1}{3}} x \right\} < 1 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}} x < 1 \Leftrightarrow x > \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} < x < 1$

Kết hợp 2 trường hợp ta suy ra $S = \left(\frac{1}{3}, 2 \right)$.

Câu 16: Đáp án C.

Áp dụng công thức $\log a^n = n \log a$.

Câu 17: Đáp án C.

Ta có $y' = -3x^2 + 6x - 1$.

Gọi k là hệ số góc của tiếp tuyến tại M, N (do hai tiếp tuyến song song với nhau nên hệ số góc bằng nhau) thì $x_M; x_N$ là nghiệm của phương trình

$$f'(x) = k \Leftrightarrow -3x^2 - 6x - 1 - k = 0$$

Để tồn tại hai tiếp điểm M, N thì phải có $\Delta'_y > 0 \Leftrightarrow (-3)^2 - 3(1+k) > 0 \Leftrightarrow k < 2$.

$$\text{Ta có } y = f'(x) \cdot \left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{3} \right) + \frac{4}{3}x + \frac{11}{3}.$$

Do $f'(x_M) = f'(x_N) = k$ nên phương trình đường thẳng MN là

$$y = \left(\frac{k}{3} + \frac{4}{3} \right)x + \frac{11}{3} - \frac{k}{3} \Leftrightarrow \frac{k}{3}(x-1) + \frac{11}{3} + \frac{4}{3}x - y = 0$$

Khi M, N thay đổi, thì đường thẳng MN luôn đi qua điểm có tọa độ $(x_0; y_0)$

$$\text{thỏa mãn } \begin{cases} x_0 - 1 = 0 \\ \frac{11}{3} + \frac{4}{3}x_0 - y_0 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 5 \end{cases}$$

Câu 18: Đáp án C.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$ bán kính $R=2$.

Do MT_1 và MT_2 là hai tiếp tuyến của đường tròn (C) nên

$$MT_1 \perp IT_1; MT_2 \perp IT_2.$$

Suy ra $T_1; T_2$ thuộc đường tròn đường kính MI .

Gọi J là trung điểm của MI suy ra $J(-1;2)$

$$JI = \sqrt{5}.$$

Phương trình đường tròn tâm J bán kính $R = \sqrt{5}$ là $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0.$$

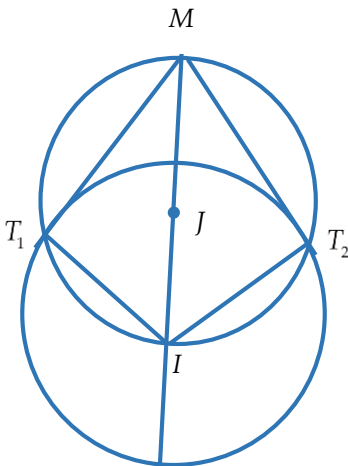
Do $T_1; T_2$ là giao điểm của hai đường tròn (C) và đường tròn tâm J vừa viết phương trình phía trên nên tọa độ giao điểm $T_1; T_2$ thỏa mãn

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = x^2 + y^2 + 2x - 4y \Leftrightarrow 2x + y - 3 = 0.$$

Khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2 là $d = \frac{|-3|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}.$

Câu 19: Đáp án C.

Với hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có 3 kích thước đôi một khác nhau sẽ có ba mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng trung trực của các cạnh AB, AD, AA' .

Câu 20: Đáp án A.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y = 2x + 1$ và

$$y = x^3 - x + 3 \text{ ta có: } x^3 - x + 3 = 2x + 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } B(-2; -3) \Rightarrow x_B + y_B = -5.$$

Câu 21: Đáp án D.

$$\text{Ta có } y' = 4x^3 - 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}.$$

Do hệ số $a > 0$ nên đồ thị hàm số có “dạng chữ W” (tham khảo phần dạng đồ thị sách Công phá toán 3), từ đây ta suy ra được hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$.

Câu 22: Đáp án D.

$$\text{Ta có } y' = 6x^2 + 6x - 12; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}.$$

$$\text{Từ đây ta suy ra } \max_{[-1; 2]} y = \max\{f(-1); f(1); f(2)\} = f(-1) = 15 \in (12; 20).$$

Câu 23: Đáp án A.

Với (I) ta thấy đây là khẳng định đúng vì nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt Ox tại 3 điểm nhưng chỉ có hai điểm $x = x_1; x = x_2$ làm đổi dấu của $f'(x)$ do đó hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

Với (II) ta thấy đây là khẳng định sai do $f'(x)$ không đổi dấu qua $x = x_3$.

Với (III) ta thấy đây là khẳng định đúng, do qua điểm $x = x_1$ thì $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương.

Vậy có 2 khẳng định đúng trong ba khẳng định.

Câu 24: Đáp án B.

$$\text{Ta có } C_n^3 = \frac{n!}{3!(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{1}{C_n^3} &= \frac{6}{n(n-1)(n-2)} = \frac{6}{n-1} \cdot \left(\frac{1}{n(n-2)} \right) \\ &= \frac{3}{n-1} \cdot \left(\frac{1}{n-2} - \frac{1}{n} \right) = 3 \cdot \left(\frac{1}{(n-1)(n-2)} - \frac{1}{n(n-1)} \right) \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } S_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3} - \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4} - \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(n-2) \cdot (n-1)} - \frac{1}{n(n-1)} \right)$$

$$S_n = 3 \cdot \left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{n(n-1)} \right) = \frac{3}{2} - \frac{3}{n(n-1)} = \frac{3}{2} - \frac{3}{n-1} + \frac{3}{n}.$$

$$\text{Vậy } \lim S_n = \lim \left(\frac{3}{2} - \frac{3}{n-1} + \frac{3}{n} \right) = \frac{3}{2}.$$

Câu 25: Đáp án D.

Điều kiện $x \in \mathbb{R}$. 3

$$\text{Ta có } 5^{x+2} < \left(\frac{1}{25} \right)^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < (5^{-2})^{-x} \Leftrightarrow 5^{x+2} < 5^{2x} \Leftrightarrow x+2 < 2x \Leftrightarrow x > 2.$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S = (2; +\infty)$.

Câu 26: Đáp án A.

Thể tích của khối cầu bán kính $R = 2a$ là $V = \frac{4\pi(2a)^3}{3} = \frac{32}{3}\pi a^3$.

Câu 27: Đáp án B.

Hình nón đỉnh S và đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có bán kính

$$\text{đường tròn đáy } r = AG = \frac{2}{3}AN = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Đường sinh

$$l = SA = \sqrt{SG^2 + AG^2} = \sqrt{(GN \cdot \tan 60^\circ)^2 + AG^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{7}{12}}a.$$

$$\text{Diện tích xung quanh cần tìm là } S_{xq} = \pi r l = \frac{\pi a^2 \sqrt{7}}{6}.$$

Câu 28: Đáp án C.

Theo đề bài ta có $F_1 M F_2 = 90^\circ \Rightarrow$ tọa độ điểm M thỏa mãn

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = c^2 = 16 \\ \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1 \end{cases} \Rightarrow x = \pm \frac{5\sqrt{7}}{4}; y = \pm \frac{9}{4} \Rightarrow M\left(\pm \frac{5\sqrt{7}}{4}; \pm \frac{9}{4}\right).$$

$$\text{Tam giác } M F_1 F_2 \text{ có } p = \frac{M F_1 + M F_2 + F_1 F_2}{2} = a + c = 9; S = \frac{d(M; O x) \cdot F_1 F_2}{2} = 9.$$

$$\text{Suy ra bán kính đường tròn nội tiếp tam giác } M F_1 F_2 \text{ là } r = \frac{S}{p} = 1.$$

Câu 29: Đáp án B.

Phương trình đã cho tương đương với

$$(m+1)\frac{1-\cos 2x}{2} - \sin 2x + \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \sin 2x + \frac{m-1}{2}\cos 2x = \frac{m+1}{2}.$$

$$\text{Phương trình có nghiệm} \Leftrightarrow 1^2 + \left(\frac{m-1}{2}\right)^2 \geq \left(\frac{m+1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow m \leq 1.$$

Vì $m \in [-2018; 2018] \Rightarrow$ có 2020 giá trị nguyên của m .

Câu 30: Đáp án A.

$$\text{Đặt } g(x) = f(1-x) + \frac{x^2}{2} - x; \quad g'(x) = -f'(1-x) + x - 1.$$

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến khi

$$g'(x) \leq 0 \Leftrightarrow f'(1-x) \geq x - 1 \quad (*)$$

Đặt $t = 1 - x \Rightarrow x - 1 = -t$, bất phương trình $(*)$ trở thành $f'(t) \geq -t$.

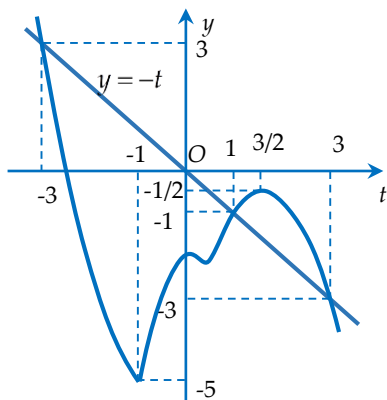
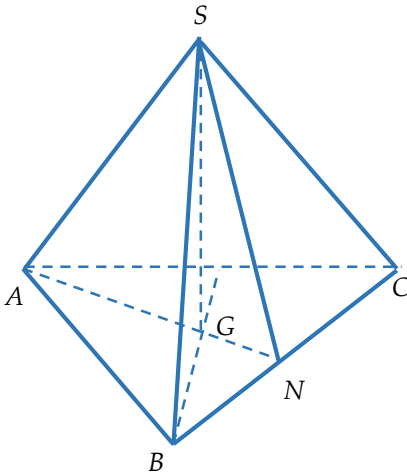
Để tìm được nghiệm của bất phương trình $f'(t) \geq -t$ ta sẽ xét tương giao giữa hai đồ thị hàm số $y = f'(t)$ và đồ thị hàm số $y = -t$.

Đồ thị hàm số $y = f'(t)$ có dạng đồ thị hàm số $y = f'(x)$.

$$\text{Nhìn vào đồ thị ta thấy } f'(t) \geq -t \Leftrightarrow \begin{cases} t \leq -3 \\ 1 \leq t \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-x \leq -3 \\ 1 \leq 1-x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ -2 \leq x \leq 0 \end{cases}.$$

Câu 31: Đáp án B.

Điều kiện $x \in [-2; 8]$.



Bất phương trình

$$6x + \sqrt{(2+x)(8-x)} \leq x^2 + m - 1 \Leftrightarrow -x^2 + 6x + 1 + \sqrt{-x^2 + 6x + 16} \leq m$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 6x + 16 + \sqrt{-x^2 + 6x + 16} \leq m + 15 \quad (*)$$

Đặt $\sqrt{-x^2 + 6x + 16} = t; t \in [0; 5]$

Bất phương trình $(*)$ trở thành $t^2 + t \leq m + 15 \Leftrightarrow t^2 + t - 15 \leq m$.

Xét hàm số $h(t) = t^2 + t - 15$ trên $[0; 5]$. $y' = 2t + 1; y' = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{2}$.

Ta có BBT

t	0	5
$h'(t)$		+
$h(t)$	-15	15

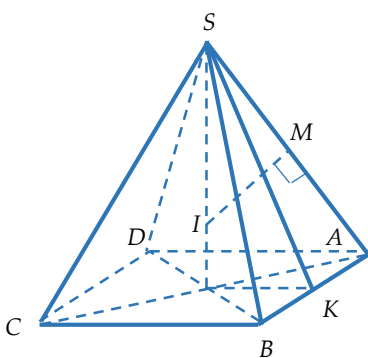
Để $h(t) \leq m, \forall t \in [0; 5]$ thì $m \geq 15$. Vậy $m \geq 15$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 32: Đáp án A.

Hàm số xác định khi $3x^2 - 1 > 0 \Leftrightarrow x \in \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; +\infty\right)$.

Câu 33: Đáp án B.

Câu 34: Đáp án A.



Gọi K là trung điểm của AB , $AC \cap BD = O$. Theo đề bài ta có góc giữa mặt bên và đáy là góc $60^\circ \Rightarrow SKO = 60^\circ$.

Gọi M là trung điểm của SA .

Dựng đường thẳng trung trực IM của SA , $I \in SO$.

Suy ra I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp tứ giác.

Giả sử $AB = x \Rightarrow OK = \frac{x}{2}; OA = \frac{x\sqrt{2}}{2}$.

$SO = OK \cdot \tan 60^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{2}; SA = \sqrt{SO^2 + OA^2} = \frac{x\sqrt{5}}{2}$.

Hai tam giác SMI và SOA đồng dạng nên $SI = \frac{SM \cdot SA}{SO} = \frac{\frac{1}{2}SA^2}{SO} = \frac{5\sqrt{3}}{12}x$.

Theo giả thiết $\frac{5\sqrt{3}}{12}x = a\sqrt{3} \Rightarrow x = \frac{12}{5}a$.

Câu 35: Đáp án C.

Ta có

$$e^x + e^{-x} = 2\cos ax + 4 \Leftrightarrow \left(e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}}\right)^2 = 2(\cos ax + 1) \Leftrightarrow \begin{cases} e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}} = 2\cos \frac{ax}{2} & (1) \\ e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}} = -2\cos \frac{ax}{2} & (2) \end{cases}$$

Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt, suy ra phương trình 2 cũng có ba nghiệm phân biệt và không có nghiệm nào trùng với nghiệm của phương trình (1). Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm thực phân biệt.

Câu 36: Đáp án D.

Thể tích của khối nón là $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3 \cdot 4 = 4\pi$.

Câu 37: Đáp án D.

Đặt $t = \sin x \Rightarrow [0; 1]$.

Hàm số đã cho trở thành $f(t) = \frac{2t+3}{t+1} \Rightarrow f'(t) = \frac{-1}{(t+1)^2} < 0, \forall t \in [0; 1]$.

Vậy $\min_{[0;1]} f(t) = f(1) = \frac{5}{2}$.

Câu 38: Đáp án D.

Gọi D là điểm đối xứng với B qua $A \Rightarrow A'D \parallel AB'$.

Suy ra $AB' \parallel (A'CD) \Rightarrow d(AB'; A'C) = d(A; (A'CD)) = d$.

Kẻ AM vuông góc với CD ($M \in CD$) $\Rightarrow AM = AC \cdot \cos 60^\circ = \frac{a}{2}$.

Kẻ AH vuông góc với $A'M$ suy ra $AH \perp (A'CD) \Rightarrow d = AH$.

Tam giác $AA'M$ vuông tại A , có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AM^2}$.

$$\frac{1}{d^2} = \frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a}{2}\right)^2} \Leftrightarrow d = \frac{2a\sqrt{17}}{17}.$$

Câu 39: Đáp án B.

Do $A(a; b)$ thuộc đường thẳng d nên $a - b - 3 = 0 \Leftrightarrow a = 3 + b$.

$$\text{Ta có } d(A; \Delta) = \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|2(3+b) - b + 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \sqrt{5}$$

$$\Leftrightarrow |b+7| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} b+7=5 \\ b+7=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2 \Rightarrow a=1 \\ b=-12 \Rightarrow a=-9 \end{cases}$$

Vì $a > 0$ nên $a = 1; b = -2$. Do đó $P = ab = -2$.

Câu 40: Đáp án B.

Từ đề bài ta suy ra chiều cao của hình trụ bằng $2r$.

Vậy diện tích toàn phần của hình trụ đã cho là $S_{tp} = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 6\pi r^2$.

Câu 41: Đáp án D.

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + mx + m}{x+1}$ trên $[1; 2]$.

$f'(x) = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2} > 0, \forall x \in [1; 2]$. Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[1; 2]$.

Suy ra $\max_{[1;2]} f(x) = f(2) = \frac{4+3m}{3}; \min_{[1;2]} f(x) = f(1) = \frac{1+2m}{2}$.

Do đó $\max_{[1;2]} |f(x)| = \max\{|f(1)|; |f(2)|\}$

$$\text{TH1: } \max_{[1;2]} |f(x)| = |f(2)| \text{ thì } \begin{cases} |f(2)| = 2 \\ |f(1)| \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left| \frac{4+3m}{3} \right| = 2 \\ \left| \frac{1+2m}{2} \right| \leq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = -\frac{10}{3} \\ -\frac{5}{2} \leq m \leq \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m = \frac{2}{3}.$$

TH2: $\max_{[1;2]} |f(x)| = |f(1)|$ thì

$$\left\{ \begin{array}{l} |f(1)| = 2 \\ |f(2)| \leq 2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left| \frac{4+3m}{3} \right| \leq 2 \\ \left| \frac{1+2m}{2} \right| = 2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} m = \frac{3}{2} \\ m = -\frac{5}{2} \\ -\frac{10}{3} \leq m \leq \frac{2}{3} \end{array} \right\} \Leftrightarrow m = -\frac{5}{3}.$$

Vậy có hai giá trị của tham số m thỏa mãn.

Câu 42: Đáp án C.

Do $b > 1$ và $0 < \sqrt{a} \leq b < a$ nên $\log_b \sqrt{a} \leq 1 < \log_b a$ hay $1 < \log_b a \leq 2$.

$$\text{Ta có } P = \log_{\frac{a}{b}} a + 2 \log_{\sqrt{b}} \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{\log_b a}{\log_b \frac{a}{b}} + 2 \log_{\frac{1}{b^2}} \left(\frac{a}{b} \right) = \frac{\log_b a}{\log_b a - 1} + 4(\log_b a - 1).$$

Đặt $\log_b a = x$.

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $P = \frac{x}{x-1} + 4(x-1)$ với $x \in (1; 2]$.

$$\text{Đặt } f(x) = \frac{x}{x-1} + 4(x-1); f'(x) = 4 - \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \in (1; 2] \\ x = \frac{1}{2} \notin (1; 2] \end{cases}$$

$$\min P = \min_{[1;2]} f(x) = \min \left\{ f(2); f\left(\frac{3}{2}\right) \right\} = f\left(\frac{3}{2}\right) = 5.$$

Câu 43: Đáp án A.

Câu này đề bài có nhầm lẫn, do CD không xuất hiện trong dữ kiện, tuy nhiên để lại hỏi $V_{\max}$ của khối tứ diện $ABCD$. Do đó ta sửa đề bài như sau

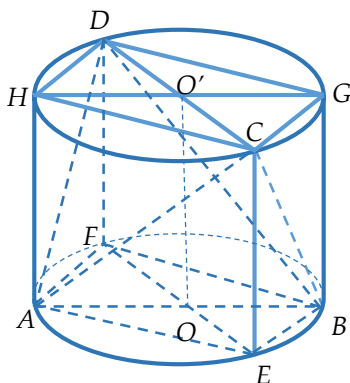
Câu 43: Một hình trụ có độ dài đường cao bằng 3, các đường tròn đáy lần lượt là $(O; 1)$ và $(O'; 1)$. Giả sử AB là đường kính cố định của $(O; 1)$ và CD là đường kính thay đổi trên $(O'; 1)$. Tìm giá trị lớn nhất $V_{\max}$ của thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $V_{\max} = 2$.

B. $V_{\max} = 6$.

C. $V_{\max} = \frac{1}{2}$.

D. $V_{\max} = 1$.



Dựng hình hộp chữ nhật $AEBF.HCGD$ có thể tích V như hình vẽ. Kí hiệu như hình vẽ, đặt $AF = x$, với $x \in (0; 2)$ ta có $AE = \sqrt{AB^2 - AF^2} = \sqrt{4 - x^2}$.

$$\text{Suy ra } V = AE \cdot AF \cdot AH = 3x\sqrt{4 - x^2}.$$

$$\text{Thể tích khối tứ diện } ABCD \text{ là } V_{ABCD} = \frac{V}{3} = x\sqrt{4 - x^2} \leq \frac{x^2 + 4 - x^2}{2} = 2 \text{ (BĐT Cauchy)}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } x = \sqrt{4 - x^2} \Leftrightarrow x = \sqrt{2}.$$

Vậy $V_{\max} = 2$ khi $AEBF$ là hình vuông.

Câu 44: Đáp án D.

Điểm $A(x; y)$ nằm bên trong (kể cả trên cạnh) của hình chữ nhật $OMNP$

$$\Rightarrow 0 \leq x \leq 100; 0 \leq y \leq 10,$$

Có 101 cách chọn x , 11 cách chọn y . Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 101.11$.

Gọi P là biến cố "Các điểm $A(x; y)$ thỏa mãn $x + y \leq 90$ ".

Vì $x \in [0; 100]; y \in [0; 10]$ và $x + y \leq 90$ nên

$y = 0$ thì có 91 cách chọn x .

$y = 1$ có 90 cách chọn x .

...

$y = 10$ có 81 cách chọn x .

Khi đó có $91 + 90 + \dots + 81 = \frac{(81 + 91) \cdot 11}{2} = 946$ cặp $(x; y)$ thỏa mãn $\Rightarrow n(P) = 946$

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{n(P)}{n(\Omega)} = \frac{946}{101.11} = \frac{86}{101}$.

Câu 45: Đáp án B.

Hàm số $y = \ln(-x^2 + 5x - 6)$ xác định khi $-x^2 + 5x - 6 > 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$.

Câu 46: Đáp án A.

$$f'(x) = e^{-3x} - 3e^{-3x} \cdot x = e^{-3x} \cdot (1 - 3x).$$

$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow 1 - 3x > 0 \Leftrightarrow x < \frac{1}{3}.$$

Câu 47: Đáp án C.

$$\text{Ta có } V_{C.SAB} = \frac{V_{S.ABCD}}{2} = a^3.$$

$$CD \parallel AB \Rightarrow CD \parallel (SAB) \Rightarrow d(CD; SB) = d(CD; (SAB)) = d(C; (SAB)) = \frac{2V_{C.SAB}}{S_{SAB}} = 3a.$$

Câu 48: Đáp án B.

$$y' = -2e^{1-2x}.$$

Câu 49: Đáp án B.

Điều kiện xác định $x \in (1; 5)$.

$$2\log_2(x-1) \leq \log_2(5-x) + 1 \Leftrightarrow \log_2(x-1)^2 \leq \log_2(7-x)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 \leq 7-x \Leftrightarrow x^2 - x - 6 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3.$$

Kết hợp với điều kiện xác định ta có tập nghiệm của bất phương trình là $(1; 3]$.

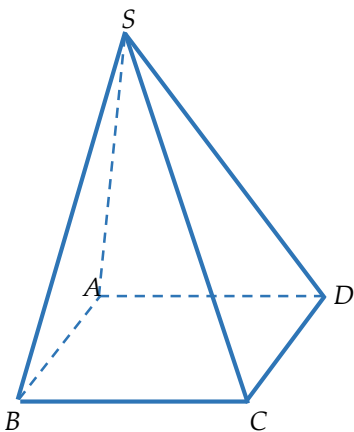
Câu 50: Đáp án C.

$$y' = x^2 - 2mx + 4.$$

Để hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định thì $y' \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow \Delta'_y \leq 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 \leq 0 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.



ĐỀ SỐ 6 – THPT CHUYÊN VĨNH PHÚC LẦN 3

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là

- A. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. B. $\sqrt{14}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99} .

- A. 401. B. 404. C. 403. D. 402.

Câu 3: Tìm a để hàm số:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{khi } x \neq 1 \\ a & \text{khi } x = 1 \end{cases} \text{ liên tục tại điểm } x_0 = 1.$$

- A. $a = 0$. B. $a = -1$. C. $a = 2$. D. $a = 1$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B . Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. a . C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$.

Câu 5: Gọi x_0 là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình $3\sin^2 x + 2\sin x \cos x - \cos^2 x = 0$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $x_0 \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. B. $x_0 \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.
C. $x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. D. $x_0 \in \left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 6: Hàm số $y = x^4 - x^3 - x + 2019$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 2. B. 3. C. 0. D. 1.

Câu 7: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x}{x+3}$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. -2. B. $\frac{1}{2}$. C. 3. D. 2.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2019

Môn: Toán

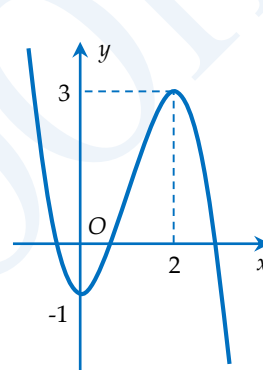
Thời gian làm bài: 90 phút

x	$-\infty$	-1		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 2		↘ -1		↗ $+\infty$

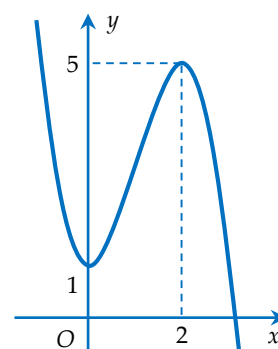
Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

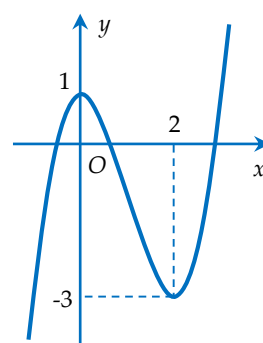
Câu 9: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



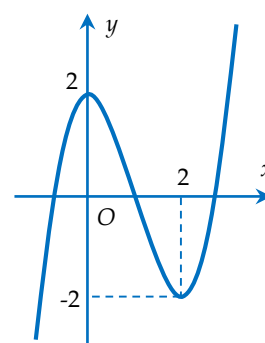
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

- A. Hình 3. B. Hình 1.
C. Hình 2. D. Hình 4.

Câu 10: Gọi n là số nguyên dương sao cho:

$$\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$$

đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

- A. $P = 23$. B. $P = 41$. C. $P = 43$. D. $P = 32$.

Câu 11: Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x-3)^{2018}$ thành đa thức

- A. 2019. B. 2020. C. 2018. D. 2017.

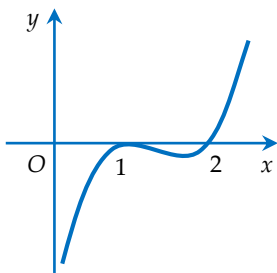
Câu 12: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích bằng V . Tính thể tích khối đa diện $ABCB'C'$.

- A. $\frac{V}{2}$. B. $\frac{V}{4}$. C. $\frac{3V}{4}$. D. $\frac{2V}{3}$.

Câu 13: Một người gửi tiết kiệm số tiền 80 000 000 đồng với lãi suất là 6,9%/ năm. Biết rằng tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền gốc, hỏi sau đúng 5 năm người đó có rút được cả gốc và lãi số tiền gần với con số nào nhất sau đây?

- A. 107 667 000 đồng. B. 105 370 000 đồng.
C. 111 680 000 đồng. D. 116 570 000 đồng.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ có đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(0;1)$. B. $(2;+\infty)$.
C. $(1;2)$. D. $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 15: Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 120° .

Câu 16: Cho:

$$\int 2x(3x-2)^6 dx = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$$

với $A, B, C \in \mathbb{R}$. Tính giá trị của biểu thức $12A+7B$.

- A. $\frac{23}{252}$. B. $\frac{241}{252}$. C. $\frac{52}{9}$. D. $\frac{7}{9}$.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình

$$\left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > 1 \text{ (với } a \text{ là tham số, } a \neq 0) \text{ là}$$

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $(-\infty; 0)$.
C. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	↗ 3	↘ -2	↗ $+\infty$	

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $x = -2$. B. $x = 3$. C. $x = 2$. D. $x = 4$.

Câu 19: Tìm tập nghiệm của phương trình $3^{x^2+2x} = 1$.

- A. $S = \{-1; 3\}$. B. $S = \{0; -2\}$.
C. $S = \{1; -3\}$. D. $S = \{0; 2\}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{a}$.

- A. $(2; -3; -1)$. B. $(-3; 2; -1)$.
C. $(-1; 2; -3)$. D. $(2; -1; -3)$.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \log_{\sqrt{3}} x$. B. $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$.
C. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. D. $y = \log_2(\sqrt{x} + 1)$.

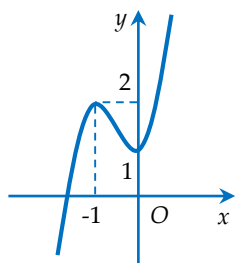
Câu 22: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác cân tại A , $AB = AC = a$, góc $BAC = 120^\circ$. Tam giác SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{a^3}{2}$.
C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{a^3}{8}$.

Câu 23: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trên đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

- A. 2018. B. 1009. C. 2019. D. 2017.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên $\mathbb{R}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực tiểu và không có cực đại.

B. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và không có cực tiểu.

C. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 2 điểm cực tiểu.

D. Hàm số $y = f(x)$ có 1 điểm cực đại và 1 điểm cực tiểu.

Câu 25: Cho hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. $S = 4\pi a^2$.

B. $S = 8\pi a^2$.

C. $S = 24\pi a^2$.

D. $S = 16\pi a^2$.

Câu 26: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4.

B. 8.

C. 6.

D. 2.

Câu 27: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	$-\infty$	2	-1	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=3$.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

Câu 28: Tìm nguyên hàm của hàm số

$$y = x^2 - 3x + \frac{1}{x}.$$

A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$.

B. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \frac{1}{x^2} + C$.

C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln x + C$.

D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn

$[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^6 f(x) dx = 3$. Tính

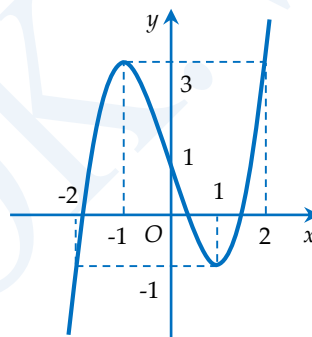
$$P = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx.$$

A. $P = -4$. **B.** $P = 10$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = 4$.

Câu 30: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + m$ trên đoạn $[-1; 1]$ bằng 0.

A. $m = 6$. **B.** $m = 4$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = 2$.

Câu 31: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



A. 9.

B. 7.

C. 6.

D. 8.

Câu 32: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số

$$f(x) = \frac{x - \cos x}{x^2}.$$

Hỏi đồ thị của hàm số $y = F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1.

B. vô số điểm.

C. 2.

D. 0.

Câu 33: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số được viết từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số đó chia hết cho 15?

A. 432

B. 234.

C. 132.

D. 243.

Câu 34: Cho hình trụ có đáy là hai đường tròn tâm O và O' , bán kính đáy bằng chiều cao và bằng $2a$. Trên đường tròn đáy có tâm O lấy điểm A , trên đường tròn tâm O' lấy điểm B . Đặt α là góc giữa AB và đáy. Tính $\tan \alpha$ khi thể tích khối tứ diện $OO'AB$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $\tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

B. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

C. $\tan \alpha = 1$.

D. $\tan \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 35: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5}.$$

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là $\triangle ABC$ vuông cân ở B , $AC = a\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$, $SA = a$.

Gọi G là trọng tâm của $\triangle SBC$, $mp(\alpha)$ đi qua AG và song song với BC chia khối chóp thành hai phần. Gọi V là thể tích của khối đa diện không chứa đỉnh S . Tính V .

- A. $\frac{5a^3}{54}$. B. $\frac{4a^3}{9}$. C. $\frac{2a^3}{9}$. D. $\frac{4a^3}{27}$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABC$ có các cạnh $SA = BC = 3$; $SB = AC = 4$; $SC = AB = 2\sqrt{5}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{\sqrt{390}}{12}$. B. $\frac{\sqrt{390}}{6}$. C. $\frac{\sqrt{390}}{8}$. D. $\frac{\sqrt{390}}{4}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, lấy điểm C trên tia Oz sao cho $OC = 1$. Trên hai tia Ox, Oy lần lượt lấy hai điểm A, B thay đổi sao cho $OA + OB = OC$. Tìm giá trị nhỏ nhất của bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $O.ABC$?

- A. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 39: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = 1\text{cm}$, $AC = \sqrt{3}\text{cm}$. Tam giác SAB, SAC lần lượt vuông tại B và C . Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}\text{cm}^3$. Tính khoảng cách từ C tới (SAB)

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\text{cm}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{2}\text{cm}$.
C. $\frac{\sqrt{3}}{4}\text{cm}$. D. $\frac{\sqrt{5}}{4}\text{cm}$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn $f(0) = 0$. Biết $\int_0^1 f^2(x)dx = \frac{9}{2}$ và $\int_0^1 f'(x)\cos\frac{\pi x}{2}dx = \frac{3\pi}{4}$. Tích phân $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

- A. $\frac{6}{\pi}$. B. $\frac{2}{\pi}$. C. $\frac{4}{\pi}$. D. $\frac{1}{\pi}$.

Câu 41: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình:

$$e^{3m} + e^m = 2\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)\left(1 + x\sqrt{1-x^2}\right) \text{ có nghiệm.}$$

- A. $\left[\frac{1}{2}\ln 2; +\infty\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{2}\ln 2\right)$.
C. $\left(-\infty; \frac{1}{2}\ln 2\right]$. D. $\left(0; \frac{1}{e}\right)$.

Câu 42: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) = 3$, $f'(2) = -2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = f(x + 2017) + 2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(-\infty; -2017)$.
C. $(-2017; 0)$. D. $(2017; +\infty)$.

Câu 43: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc khoảng $(-2019; 2019)$ để hàm số $y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m\sin x - 1$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

- A. 2020. B. 2019. C. 2028. D. 2018.

Câu 44: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

- A. 0,079. B. 0,055. C. 0,014. D. 0,0495.

Câu 45: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2)$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P = x + 3y$.

- A. $P_{\min} = \frac{17}{2}$. B. $P_{\min} = 8$.
C. $P_{\min} = 9$. D. $P_{\min} = \frac{25\sqrt{2}}{4}$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(2x) = 3f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $\int_0^1 f(x)dx = 1$.

Tính tích phân $I = \int_1^2 f(x)dx$.

- A. $I = 3$. B. $I = 5$. C. $I = 2$. D. $I = 6$.

Câu 47: Tìm tập S tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất cặp số $(x; y)$ thỏa mãn:

$$\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$$

$$\text{và } x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0.$$

A. $S = \{-5; 5\}$ **B.** $S = \{-7; -5; -1; 1; 5; 7\}$.

C. $S = \{-5; -1; 1; 5\}$ **D.** $S = \{-1; 1\}$.

Câu 48: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số a thuộc khoảng $(0; 2019)$ để

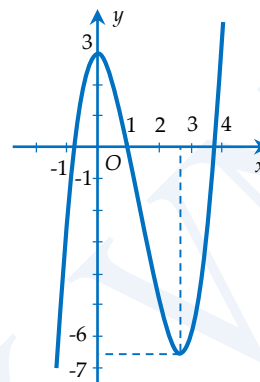
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187}?$$

A. 2018. **B.** 2011. **C.** 2012. **D.** 2019.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , $SA \perp (ABC)$, góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB .

A. $\frac{a\sqrt{15}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{7}}{7}$. **D.** $2a$.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới. Đặt $g(x) = f[f(x)]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x) = 0$.



A. 8. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 2.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow \tan x = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \arctan \frac{1}{3} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

$(2) \Leftrightarrow \tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$.

Kết hợp hai trường hợp ta thấy nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình đã cho là $x_0 = \arctan \frac{1}{3} \Rightarrow x_0 \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 6: Đáp án D.

$$y' = 4x^3 - 3x^2 - 1; y' = 0 \Leftrightarrow (x-1)(4x^2 + x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Ta thấy qua điểm $x = 1$ thì y' đổi dấu từ âm sang dương. Suy ra hàm số $y = x^4 - x^3 - x + 2019$ có một điểm cực trị.

Câu 7: Đáp án B.

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{3}{(x+3)^2} > 0, \forall x \neq -3.$$

Vậy hàm số luôn đồng biến trên $(-\infty; -3)$ và $(-3; +\infty)$.

Suy ra hàm số luôn đồng biến trên đoạn $[-2; 3] \Rightarrow \max_{[-2; 3]} f(x) = f(3) = \frac{1}{2}$.

Câu 8: Đáp án B.

Quan sát bảng biến thiên, ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(-1; 1)$. Lại có $(-\infty; -2) \subset (-\infty; -1)$ nên hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 9: Đáp án B.

$$y' = -3x^2 + 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow (0; -1)$ và $(2; 3)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số. Vậy ta chọn hình 1.

Câu 10: Đáp án B.

$$\text{Ta có } \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\log_3 x} + \frac{2}{\log_3 x} + \frac{3}{\log_3 x} + \dots + \frac{n}{\log_3 x} = \frac{190}{\log_3 x}$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n = 190 \Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 190 \Leftrightarrow n = 19.$$

Vậy $P = 2n + 3 = 41$.

Câu 11: Đáp án A.

$$\text{Ta có } (2x-3)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k \cdot (2x)^{2018-k} \cdot (-3)^k.$$

Vậy có 2019 số hạng trong khai triển nhị thức $(2x-3)^{2018}$ thành đa thức.

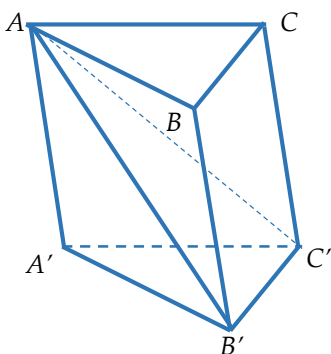
Câu 12: Đáp án D.

$$\text{Ta có } V_{AA'B'C'} = \frac{1}{3}V, \text{ mà } V_{AAB'C'} + V_{ABCB'C'} = V \Rightarrow V_{ABCB'C'} = \frac{2}{3}V.$$

Câu 13: Đáp án C.

FOR REVIEW

Ghi nhớ: $\log_{a^n} x = \frac{1}{n} \log_a x$



Số tiền sau đúng 5 năm người đó rút được là $80000000 \cdot \left(1 + \frac{6,9}{100}\right)^5 \approx 111680000$

đồng.

Câu 14: Đáp án B.

Nhìn vào đồ thị ta thấy $f'(x) > 0$ khi $x > 2$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 15: Đáp án C.

Gọi E là trung điểm của AB .

Do hai tam giác ABC và ABD là hai tam giác đều nên $\begin{cases} DE \perp AB \\ CE \perp AB \end{cases}$.

Suy ra $AB \perp (DEC) \Rightarrow AB \perp CD$.

Câu 16: Đáp án D

Ta có $\int 2x(3x-2)^6 dx$

Đặt $3x-2=u \Rightarrow 3dx=du$.

Lúc này ta có

$$\begin{aligned} \int 2x(3x-2)^6 dx &= \int \frac{2}{3} \cdot \frac{u+2}{3} \cdot u^6 \cdot du \\ &= \frac{2}{9} \int (u^7 + 2u^6) du = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot u^8 + \frac{2}{9} \cdot \frac{2}{7} \cdot u^7 + C \Rightarrow A = \frac{1}{36}; B = \frac{4}{63}. \end{aligned}$$

Suy ra $12A + 7B = \frac{7}{9}$.

Câu 17: Đáp án A.

Ta có $a^2 + 1 > 1, \forall a \neq 0 \Rightarrow 0 < \frac{1}{1+a^2} < 1$.

Điều kiện $x \in \mathbb{R}$.

Từ đây ta có bất phương trình $\Leftrightarrow \left(\frac{1}{1+a^2}\right)^{2x+1} > \left(\frac{1}{1+a^2}\right)^0 \Leftrightarrow 2x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$.

Câu 18: Đáp án C.

Từ BBT ta thấy y' đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm $x=2$ nên $x=2$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 19: Đáp án B.

Điều kiện: $x \in \mathbb{R}$.

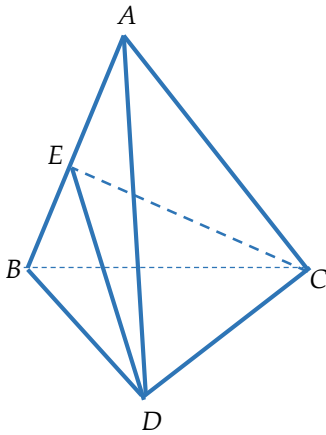
$$3^{x^2+2x} = 1 \Leftrightarrow 3^{x^2+2x} = 3^0 \Leftrightarrow x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=-2 \end{cases}.$$

Câu 20: Đáp án C.

Ta có $\vec{i}(1;0;0); \vec{j}(0;1;0); \vec{k}(0;0;1)$

$$\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \begin{cases} x_a = -1 \\ y_a = 2 \\ z_a = -3 \end{cases} \Rightarrow \vec{a} = (-1; 2; -3).$$

Câu 21: Đáp án B.



Ta có $0 < \frac{\pi}{4} < 1 \Rightarrow$ hàm số $y = \log_{\frac{\pi}{4}} x$ nghịch biến trên tập xác định.

Câu 22: Đáp án D.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot \sin BAC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}.$$

Gọi H là trung điểm của AB suy ra $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}; SH \perp AB$.

Lại có $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$.

$$\text{Khi đó } V = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{a^3}{8}.$$

Câu 23: Đáp án A.

Hàm số $y = \ln(x^2 - 2x - m + 1)$ xác định khi và chỉ khi

$$x^2 - 2x - m + 1 > 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 > m \Leftrightarrow (x - 1)^2 > m.$$

Mà $(x - 1)^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, do đó để $(x - 1)^2 > m, \forall x \in \mathbb{R}$ thì $m < 0$.

Từ đề bài ta có $m \in [-2018; 2018]$ và m nguyên suy ra

$$m \in \{-2018; -2017; -2016; \dots; -1\}.$$

Vậy có 2018 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 24: Đáp án A.

Từ đồ thị hàm số ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương tại duy nhất một điểm.

Suy ra hàm số $y = f(x)$ có duy nhất một điểm cực tiểu và không có cực đại.

Câu 25: Đáp án D.

Hình trụ có thiết diện đi qua trục là một hình vuông có cạnh bằng $4a$ suy ra hình trụ có chiều cao $4a$; và đáy hình trụ là hình tròn có bán kính $2a$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 2a \cdot 4a = 16\pi a^2$.

Câu 26: Đáp án A.

Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có 4 mặt phẳng đối xứng là

$(SAC), (SBD), (SEF)$ và (SMN) với E, F lần lượt là trung điểm của AB, CD và M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC .

Câu 27: Đáp án C.

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 3$ (Do y' đổi dấu từ dương sang âm khi qua điểm $x = 1$ và y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 3$.)

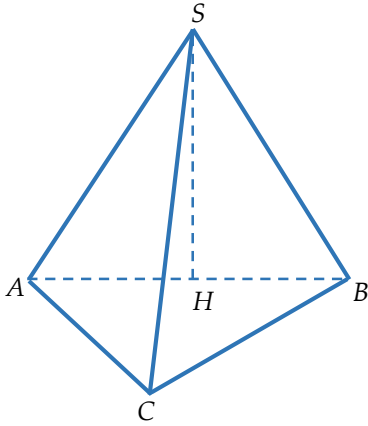
Câu 28: Đáp án D.

$$\int \left(x^2 - 3x + \frac{1}{x} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + \ln|x| + C.$$

Câu 29: Đáp án D.

$$\text{Ta có } \int_0^{10} f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx + \int_2^6 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx$$

$$\Leftrightarrow 7 = \int_0^2 f(x) dx + \int_6^{10} f(x) dx + 3 \Leftrightarrow P = 4.$$



STUDY TIP

Để ý kĩ đề bài cho đồ thị hàm $y = f'(x)$ nên ta xét số giao điểm của đồ thị với trục Ox .

Câu 30: Đáp án B.

$$\text{Ta có } y' = -3x^2 - 6x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \end{cases}.$$

Ta có BBT

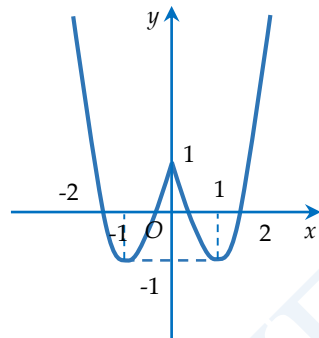
x	-1	0	1
y'	+	0	-
y	$m-2$	m	$m-4$

Từ BBT ta thấy $\min_{[-1;1]} y = y(1) = m - 4$

Để $\min_{[-1;1]} y = 0$ thì $m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 4$.

Câu 31: Đáp án B.

Suy diễn đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ từ đồ thị hàm số $y = f(x)$.



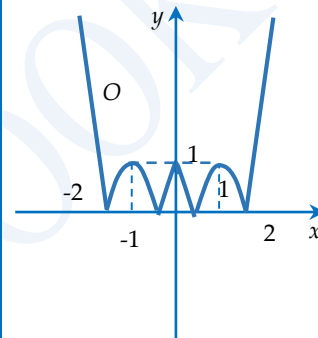
Do đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ là hàm số chẵn nên đồ thị hàm số đối xứng qua trục tung.

- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ nằm bên phải trục tung ta được (C_1) .

- Lấy đối xứng qua trục tung phần đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta được (C_2) .

Đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ là $(C_1) \cup (C_2)$ (hình trên).

Suy diễn đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ từ đồ thị hàm số $y = f(|x|)$.



- Giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y = f(|x|)$ nằm phía trên trục hoành ta được (C'_1) .

- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị $y = f(|x|)$ nằm dưới trục hoành ta được (C'_2) .

Đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ là $(C'_1) \cup (C'_2)$.

Từ đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ ta thấy đồ thị hàm số có 7 điểm cực trị.

Câu 32: Đáp án A.

Ta có $\int f(x) dx = F(x) \Rightarrow F'(x) = f(x)$ hay

$$F'(x) = \frac{x - \cos x}{x^2}; F'(x) = 0 \Leftrightarrow x - \cos x = 0.$$

Xét hàm số $g(x) = x - \cos x$, ta có $g'(x) = 1 + \sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $g(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Suy ra phương trình $g(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm $x = x_0$ trên $\mathbb{R}$. Vậy hàm số $y = F(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 33: Đáp án D.

Gọi số cần tìm là $N = \overline{a_1 a_2 a_3 a_4}$.

Vì $N:15$ nên $a_4 = 5$ có một cách chọn.

Mỗi số $a_1; a_2$ có 9 cách chọn.

* Nếu $a_1 + a_2 + a_4 = 3k$ thì $a_3 \in \{3; 6; 9\}$ có 3 cách chọn.

* Nếu $a_1 + a_2 + a_4 = 3k + 1$ thì $a_3 \in \{2; 5; 8\}$ có 3 cách chọn.

* Nếu $a_1 + a_2 + a_4 = 3k + 2$ thì $a_3 \in \{1; 4; 7\}$ có 3 cách chọn.

Vậy trong mọi trường hợp thì a_3 có 3 cách chọn.

Vậy có tất cả $1.9^2.3 = 243$ số thỏa mãn.

Câu 34: Đáp án A.

Kẻ đường sinh AA' , gọi D là điểm đối xứng với A' qua tâm O' .

Kẻ BH vuông góc với $A'D \Rightarrow BH \perp (AOO'A') \Rightarrow V_{OO'AB} = \frac{1}{3} \cdot BH \cdot S_{OO'A'}$.

Mà $S_{OO'A'} = \frac{1}{2} \cdot OO' \cdot OA = 2a^2 \Rightarrow V_{OO'AB} = \frac{2a^2}{3} \cdot BH$

$V_{OO'AB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow BH = BO' (H \equiv O') \Rightarrow A'B = 2a\sqrt{2}$.

Tam giác $AA'B$ vuông tại A' , có $\tan ABA' = \frac{AA'}{A'B} = \frac{2a}{2a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Vậy $(AB, (O')) = (AB, A'B) = ABA' = \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 35: Đáp án C.

1. Tiệm cận đứng.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } y &= \frac{x-1}{4\sqrt{3x+1}-3x-5} = \frac{x-1}{-(\sqrt{3x+1}-2)^2} = \frac{(x-1)(\sqrt{3x+1}+2)^2}{-(\sqrt{3x+1}-2)^2(\sqrt{3x+1}+2)^2} \\ &= \frac{-(\sqrt{3x+1}+2)^2}{9(x-1)}. \end{aligned}$$

Đặt $g(x) = -(\sqrt{3x+1}+2)^2$.

Ta có $\begin{cases} 9(x-1) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \\ g(1) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow x = 1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

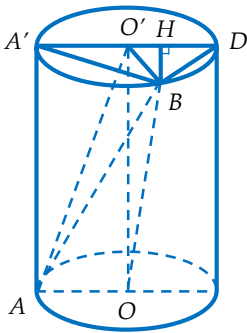
số.

2. Tiệm cận ngang.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{4\sqrt{\frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - 3 - \frac{5}{x}} = -\frac{1}{3};$$

STUDY TIP

Tổng quát: Số các số có n chữ số được lập thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 và là một số chia hết cho 15 là $9^{n-2} \cdot 3 = 3^{2n-3}$.



$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1 - \frac{1}{x}}{-4\sqrt{\frac{3}{x} + \frac{1}{x^2}} - 3 - \frac{5}{x}} = -\frac{1}{3}.$$

Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang $y = -\frac{1}{3}$.

Câu 36: Đáp án A.

Tam giác ABC vuông cân tại B nên $AB = BC$ và

$$AC = a\sqrt{2} = \sqrt{AB^2 + BC^2} \Rightarrow AB = BC = a.$$

Vậy diện tích tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} a^2 \cdot a = \frac{a^3}{6}$.

$$\text{Ta có } \frac{SN}{SB} = \frac{SM}{SC} = \frac{SG}{SD} = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ta có } \frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{4}{9} \Rightarrow V_{AMN} = \frac{5}{9} V_{S.ABC} = \frac{5}{9} \cdot \frac{a^3}{6} = \frac{5}{54} a^3.$$

Câu 37: Đáp án D.

Nhắc lại công thức tính thể tích tứ diện đều ta có.

Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$; $AC = BD = b$; $AD = BC = c$.

Thể tích của tứ diện $ABCD$ là

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(-a^2 + b^2 + c^2)(a^2 + b^2 - c^2)(a^2 - b^2 + c^2)}.$$

Áp dụng công thức vào bài toán ta tính được $V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{390}}{4}$.

Câu 38: Đáp án A.

Đặt $OA = a$; $OB = b$ với $a, b > 0$.

Từ giả thiết ta có $a + b = 1$.

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ (OA ; OB ; OC đôi một vuông góc) là

$$R = \frac{\sqrt{OA^2 + OB^2 + OC^2}}{2} = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + (1-a)^2 + 1} = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 - 2a + 2}.$$

$$\text{Để thấy } a^2 - a + 1 = \left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} \geq \frac{3}{4} \Rightarrow \sqrt{a^2 - a + 1} \geq \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow R \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4}.$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a = b = \frac{1}{2}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất cần tìm là $\frac{\sqrt{6}}{4}$.

Câu 39: Đáp án A.

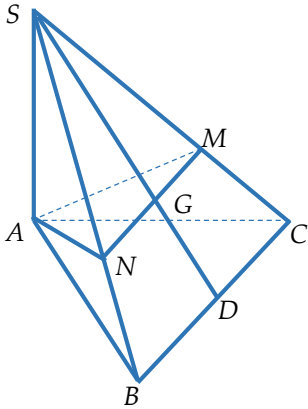
$\sqrt{2}$ Tam giác ABC vuông tại A suy ra $BC = \sqrt{AC^2 + AB^2} = \sqrt{3+1} = 2$.

Gọi I là trung điểm của SA .

Hai tam giác SAB và SAC lần lượt vuông tại B và C suy ra $IA = IS = IB = IC$.

Suy ra I là tâm đường tròn ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ có thể tích bằng $\frac{5\sqrt{5}}{6} \pi$.



MEMORIZE

Cho tứ diện $ABCD$ có
 $AB = CD = a$; $AC = BD = b$;
 $AD = BC = c$. Thể tích của
 tứ diện $ABCD$ là

$$V = \frac{1}{6\sqrt{2}} \cdot \sqrt{mnq}; \text{ trong đó}$$

$$m = -a^2 + b^2 + c^2;$$

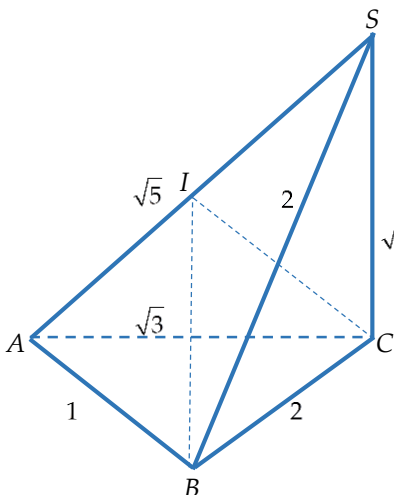
$$n = a^2 + b^2 - c^2;$$

$$q = a^2 - b^2 + c^2.$$

MEMORIZE

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp
 tứ diện $SABC$ với SA ; SB ;
 SC đôi một vuông góc là

$$R = \frac{\sqrt{SA^2 + SB^2 + SC^2}}{2}.$$



$$\Leftrightarrow \frac{5\sqrt{5}}{6}\pi = \frac{4}{3}\pi R^3 \Leftrightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

Suy ra $SA = 2R = \sqrt{5}$.

$$SB = \sqrt{SA^2 - AB^2} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 1^2} = 2; \quad SC = \sqrt{SA^2 - AC^2} = \sqrt{5 - 3} = \sqrt{2}.$$

Do đã biết tất cả các cạnh của khối chóp $S.ABC$ nên ta sẽ sử dụng công thức tính V_{SABC} theo cạnh như sau.

Đặt $ASB = \alpha; BSC = \beta; CSA = \gamma$

$$\Rightarrow V_{SABC} = \frac{SA \cdot SB \cdot SC}{6} \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha - \cos^2 \beta - \cos^2 \gamma + 2 \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma}$$

Áp dụng định lý hàm cosin cho các tam giác $SAB; SBC; SCA$ lần lượt ta tính

$$\text{được: } \cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}; \cos \beta = \frac{\sqrt{2}}{4}; \cos \gamma = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

Suy ra

$$V_{SABC} = \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{3} \cdot d(C; (SAB)) \cdot S_{SAB} = \frac{1}{3} \cdot d(C; (SAB)) \cdot 1 \Rightarrow d(C; (SAB)) = \frac{\sqrt{3}}{2} (cm).$$

Câu 40: Đáp án A.

$$\text{Ta có } \begin{cases} u = \cos \frac{\pi x}{2} \\ dv = f'(x) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = -\frac{\pi}{2} \sin \frac{\pi x}{2} dx \\ v = f(x) \end{cases}.$$

Áp dụng tích phân từng phần ta có

$$\int_0^1 f'(x) \cos \frac{\pi x}{2} dx = \cos \frac{\pi x}{2} \cdot f(x) \Big|_0^1 + \frac{\pi}{2} \int_0^1 f(x) \cdot \sin \frac{\pi x}{2} dx$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{\pi}{2} \int_0^1 f(x) \cdot \sin \frac{\pi x}{2} dx.$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f(x) \cdot \sin \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Từ đây ta có } \begin{cases} \int_0^1 f^2(x) dx = \frac{9}{2} \\ \int_0^1 f(x) \cdot \sin \frac{\pi x}{2} dx = \frac{3}{2} \\ \int_0^1 \sin^2 \frac{\pi x}{2} dx = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Sử dụng đồng nhất thức ta có } \int_0^1 \left[f(x) - k \sin \frac{\pi x}{2} \right]^2 dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_0^1 f^2(x) dx - 2k \int_0^1 f(x) \cdot \sin \frac{\pi x}{2} dx + k^2 \int_0^1 \sin^2 \frac{\pi x}{2} dx = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{2} - 2k \cdot \frac{3}{2} + k^2 \cdot \frac{1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow k^2 - 6k + 9 = 0 \Leftrightarrow k = 3.$$

$$\text{Vậy } \int_0^1 \left[f(x) - 3 \sin \frac{\pi x}{2} \right]^2 dx = 0$$

$$\Rightarrow f(x) = 3 \sin \frac{\pi x}{2}.$$

$$\int_0^1 f(x) dx = 3 \int_0^1 \sin \frac{\pi x}{2} dx = \frac{6}{\pi} \cdot \int_0^1 \sin \frac{\pi x}{2} d\left(\frac{\pi x}{2}\right) = \frac{6}{\pi} \cdot \left(-\cos \frac{\pi x}{2}\right) \Big|_0^1 = \frac{6}{\pi}.$$

Câu 41: Đáp án C.

Cách 1: Ta thấy do m là tham số nên đặt $e^{3m} + e^m = t$ (với t là tham số) thì bài toán trở thành tìm tất cả các giá trị thực của tham số t để phương trình

$$2\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)\left(1 + x\sqrt{1-x^2}\right) = t \text{ có nghiệm.}$$

Khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = f(x) = 2\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)\left(1 + x\sqrt{1-x^2}\right)$ cắt đồ thị hàm số $y = t$ (cùng phương với Ox) tại ít nhất một điểm. (*)

Xét hàm số $y = f(x) = 2\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)\left(1 + x\sqrt{1-x^2}\right)$ xác định trên $[-1; 1]$.

Để thỏa mãn điều kiện (*) thì $\min_{[-1;1]} f(x) \leq t \leq \max_{[-1;1]} f(x)$.

$$\text{Hay } \min_{[-1;1]} f(x) \leq e^{3m} + e^m \leq \max_{[-1;1]} f(x).$$

Từ điều kiện $-1 \leq x \leq 1$ ta suy ra được $f(x) \geq -2$, mặt khác $e^{3m} + e^m > 0$ do vậy $e^{3m} + e^m > \min_{[-1;1]} f(x), \forall x \in [-1; 1]$.

Ta đi tìm $\max_{[-1;1]} f(x)$.

* Chứng minh bất đẳng thức phụ:

Với mọi $a, b \in \mathbb{R}$ ta có

$$(a-b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \geq 2ab(**) \Leftrightarrow (a+b)^2 \leq 2(a^2 + b^2) \Leftrightarrow |a+b| \leq \sqrt{2(a^2 + b^2)}$$

Mà $(a+b) \leq |a+b|$ do đó $a+b \leq \sqrt{2(a^2 + b^2)}$. Dấu bằng xảy ra khi $a=b$. (1)

Áp dụng bất đẳng thức (1) ta có $x + \sqrt{1-x^2} \leq \sqrt{2(x^2 + 1-x^2)} = \sqrt{2}$.

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } x = \sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (3)$$

$$\text{Áp dụng (**)} \text{ ta có } x\sqrt{1-x^2} \leq \frac{x^2 + 1-x^2}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 1 + x\sqrt{1-x^2} \leq \frac{3}{2}.$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } x = \sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{2}}{2}. \quad (4)$$

Từ (3) và (4) suy ra $2\left(x + \sqrt{1-x^2}\right)\left(1 + x\sqrt{1-x^2}\right) \leq 3\sqrt{2}$.

$$\text{Vậy } \max_{[-1;1]} f(x) = 3\sqrt{2} = f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right).$$

Vậy để thỏa mãn yêu cầu đề bài thì

$$e^{3m} + e^m \leq 3\sqrt{2} \Leftrightarrow e^m \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow m \leq \ln \sqrt{2} = \frac{1}{2} \ln 2.$$

$$\text{Vậy } m \in \left(-\infty; \frac{1}{2} \ln 2\right].$$

Cách 2: Điều kiện: $1-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

STUDY TIP

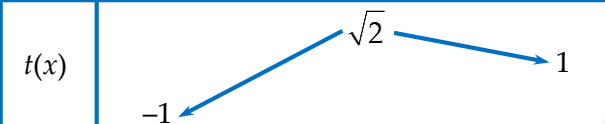
Trong bài toán này ta chú ý VT của phương trình ban đầu do m là tham số nên đồ thị của hàm số $y = e^{3m} + e^m$ là đường thẳng cùng phương với Ox . Từ đây ta có hướng giải bài toán dễ dàng hơn. Nhiều độc giả "hiểu lầm" hàm số $y = e^{3m} + e^m$ là hàm số mũ nên không tìm được hướng giải bài toán.

Đặt

$$t = x + \sqrt{1-x^2} \Rightarrow t^2 = x^2 + (1-x^2) + 2x\sqrt{1-x^2} = 1 + 2x\sqrt{1-x^2} \Rightarrow x\sqrt{1-x^2} = \frac{t^2-1}{2}.$$

Xét hàm số $t(x) = x + \sqrt{1-x^2}$ trên $[-1;1]$. Ta có $t'(x) = 1 - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

$$t'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < x < 1 \\ \sqrt{1-x^2} = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ 1-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{2}}. \text{ Bảng biến thiên:}$$

x	-1	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1
$t'(x)$	+ 0 -		
$t(x)$			

Từ bảng biến thiên suy ra $-1 \leq t(x) \leq \sqrt{2}$ hay $t \in [-1; \sqrt{2}]$.

$$\text{Phương trình đã cho trở thành: } e^{3m} + e^m = 2t \left(1 + \frac{t^2-1}{2} \right) \Leftrightarrow e^{3m} + e^m = 2t + t(t^2-1)$$

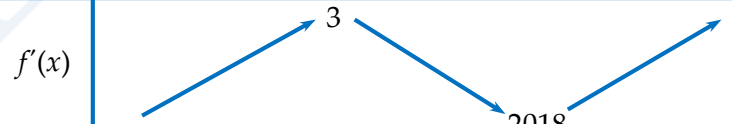
$$\Leftrightarrow (e^{3m} - t^3) + (e^m - t) = 0 \Leftrightarrow (e^m - t) \left(\underbrace{e^{2m} + e^m + t^2 + 1}_{>0} \right) = 0 \Leftrightarrow e^m = t \quad (*)$$

Số nghiệm của phương trình (*) chính là số giao điểm của đường thẳng $y = e^m$ (song song với Ox) và đường thẳng $y = t$ với $t \in [-1; \sqrt{2}]$.

Để phương trình đã cho có nghiệm $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = e^m$ cắt đường thẳng $y = t$ với $t \in [-1; \sqrt{2}]$. Suy ra $-1 \leq e^m \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow e^m \leq \sqrt{2} \Leftrightarrow m \leq \frac{1}{2} \ln 2$.

Câu 42: Đáp án B.

Từ giả thiết, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f''(x)$	+	0	-	0	+
$f'(x)$					

$$\text{Đặt } g(x) = f(x+2017) + 2018x \Rightarrow g'(x) = f'(x+2017) + 2018;$$

Xét hai trường hợp dưới đây:

Trường hợp 1: Nếu $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = a$ với $-2018 \leq a < 3$ thì $f'(x) \geq -2018, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Rightarrow g'(x) = f'(x+2017) + 2018 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow \text{Hàm số } y = g(x) \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

Khi đó hàm số $y = g(x)$ không đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất.

Trường hợp 2: Nếu $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = -\infty$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x) = b < -2018$ thì ta có

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x+2017) = -2018$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2017=2 \\ x+2017=x_1, (x_1 < 0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2015 \\ x=x_1-2017, (x_1 < 0) \end{cases}$$

Do đồ thị hàm số $y=f'(x)$ tiếp xúc với đường thẳng $y=-2018$ nên $x=-2015$ là nghiệm bội chẵn của phương trình $g'(x)=0$, suy ra qua $x=-2015$ thì $g'(x)$ không đổi dấu. Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$x_1 - 2017$	-2015	$+\infty$	
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$g(x)$					

Khi đó hàm số $y=g(x)$ có thể đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0 = x_1 - 2017 < -2017$ do $x_1 < 0$. Vậy $x_0 \in (-\infty; -2017)$.

Câu 43: Đáp án B.

Đặt $\sin x = t \Rightarrow t \in [0; 1]$ do $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t^2 - mt - 4$ có $f'(t) = 3t^2 + 6t - m$

Để hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0; 1]$ thì $f'(t) \geq 0, \forall t \in [0; 1]$

$$\Leftrightarrow 3t^2 + 6t - m \geq 0, \forall t \in [0; 1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t \geq m, \forall t \in [0; 1].$$

Xét hàm số $g(t) = 3t^2 + 6t; g'(t) = 6t + 6; g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$.

Ta có $g(0) = 0; g(1) = 9 \Rightarrow \min_{[0; 1]} g(t) = 0$

Do đó $m \leq 0$ thì hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0; 1]$ khi đó hàm số

$y = \sin^3 x - 3\cos^2 x - m\sin x - 1$ đồng biến trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Vậy có 2019 giá trị của m

thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 44: Đáp án B.

Gọi A là biến cố "số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$."

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 9000$.

Cách 1:

Xét các số $x = a + 1; y = b + 1; z = c + 2; t = d + 3$.

Vì $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9 \Rightarrow 1 \leq x$.

Mỗi bộ 4 số $(x; y; z; t)$ được chọn từ tập hợp $\{1; 2; 3; \dots; 12\}$ ta đều thu được bộ số thỏa mãn điều kiện ban đầu. Do đó số cách chọn 4 số trong 12 số là $C_{12}^4 = 495$ số.

Do đó $n(A) = 495$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{495}{9000} = \frac{11}{200} = 0,055.$$

Cách 2:

STUDY TIP

Mỗi cách chọn ra k phần tử trong n phần tử khác nhau (trong đó mỗi phần tử có thể được chọn lại nhiều lần) được gọi là tổ hợp lặp chập k của n phần tử. Số các tổ hợp lặp chập k của n được kí hiệu là $\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k$

Mỗi cách chọn ra k phần tử trong n phần tử khác nhau (trong đó mỗi phần tử có thể được chọn lại nhiều lần) được gọi là tổ hợp lặp chập k của n phần tử. Số các tổ hợp lặp chập k của n được kí hiệu là $\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k$

Chọn 4 số trong 9 số (một số có thể được chọn nhiều lần), sau đó sắp xếp theo thứ tự từ nhỏ đến lớn ta được số các số thỏa mãn yêu cầu đề bài

$$n(A) = \overline{C}_9^4 = C_{9+4-1}^4 = 495.$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{495}{9000} = \frac{11}{200} = 0,055.$$

Câu 45: Đáp án C.

Từ giả thiết

$$\log_{\frac{1}{2}} x + \log_{\frac{1}{2}} y \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}} (xy) \leq \log_{\frac{1}{2}} (x + y^2) \Leftrightarrow xy \geq x + y^2$$

$$\Leftrightarrow x(y-1) \geq y^2. \text{ Do } x > 0, y > 0 \text{ nên } y-1 > 0 \Leftrightarrow y > 1 \text{ và } x \geq \frac{y^2}{y-1}.$$

$$\text{Suy ra } P = x + 3y \geq \frac{y^2}{y-1} + 3y = 4y + 1 + \frac{1}{y-1}. \text{ Xét hàm số}$$

$$f(y) = 4y + 1 + \frac{1}{y-1}, y > 1.$$

$$\text{Ta có } f'(y) = 4 - \frac{1}{(y-1)^2}; f'(y) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y-1 = \frac{1}{2} \\ y-1 = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{3}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}. \text{ Do } y > 1 \text{ nên chọn}$$

$$y = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Lập bảng biến thiên của hàm số } f(y), \text{ ta thấy } f(y) \geq f\left(\frac{3}{2}\right) = 9.$$

$$\text{Vậy } P \geq f(y) \geq 9 \text{ hay } \min P = 9.$$

Câu 46: Đáp án B.

$$\text{Từ giả thiết ta có } f(x) = \frac{1}{3}f(2x) \text{ và } \int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{3} \int_0^1 f(2x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_0^1 f(2x)dx = 3.$$

$$\text{Đặt } t = 2x \Rightarrow dt = 2dx. \text{ Đổi cận } \begin{cases} x=0 \Rightarrow t=0 \\ x=1 \Rightarrow t=2 \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } \int_0^1 f(2x)dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(t)dt = 3 \Leftrightarrow \int_0^2 f(t)dt = 6 = \int_0^2 f(x)dx.$$

$$\text{Vậy } I = \int_1^2 f(x)dx = \int_0^2 f(x)dx - \int_0^1 f(x)dx = 6 - 1 = 5.$$

Câu 47: Đáp án D.

Giả sử $M(x; y)$ là điểm thỏa mãn yêu cầu bài toán.

* Từ $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y-2)^2 = 4$. Suy ra điểm $M(x; y)$ thuộc đường tròn (C_1) tâm $I(-1; 2)$ bán kính $R_1 = 2$.

* Từ $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1 \Leftrightarrow 4x+4y-6+m^2 \geq x^2+y^2+2$

STUDY TIP

Nếu hai đường tròn (C_1) và (C_2) tiếp xúc trong thì tất cả mọi điểm thỏa mãn điều kiện $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ đều thỏa mãn điều kiện $\log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1$ (do một điều kiện có tập hợp điểm thỏa mãn là đường tròn, còn một điều kiện có tập hợp điểm thỏa mãn là hình tròn), như vậy thì có vô số điểm $M(x; y)$ thỏa mãn cả hai điều kiện trên và không thỏa yêu cầu bài toán.

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 - m^2 \leq 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-2)^2 \leq m^2$$

Suy ra điểm $M(x; y)$ thuộc hình tròn (C_2) có tâm $K(2; 2)$ và bán kính $R_2 = |m|$. Để tồn tại duy nhất 1 điểm $M(x; y)$ thì hai đường tròn (C_1) và (C_2) tiếp xúc ngoài

$$\Leftrightarrow IK = R_1 + R_2 \Leftrightarrow 3 = 2 + |m| \Leftrightarrow m = \pm 1.$$

Câu 48: Đáp án C.

Do $\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}} > 0, \forall n$ nên

$$\lim \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} = \sqrt{\lim \frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} = \sqrt{\lim \frac{1 + 3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n}{\left(\frac{5}{9}\right)^n + 9^a}} = \sqrt{\frac{1}{9^a}} = \frac{1}{3^a}.$$

Theo đề bài ta có $\lim \sqrt{\frac{9^n + 3^{n+1}}{5^n + 9^{n+a}}} \leq \frac{1}{2187} \Leftrightarrow \frac{1}{3^a} \leq \frac{1}{2187} \Leftrightarrow 3^a \geq 2187 \Leftrightarrow a \geq 7$.

Mà $a \in \mathbb{Z}$ và $a \in (0; 2019)$ nên $a \in \{7; 8; 9; \dots; 2018\}$. Vậy số giá trị a nguyên là $2018 - 7 + 1 = 2012$.

Câu 49: Đáp án A.

Ta có $SA \perp (ABC)$ nên $(SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA = 60^\circ$.

Suy ra $SA = AB \cdot \tan SBA = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}$.

Gọi I là trung điểm của BC thì $AI \perp BC$ và $AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ ($O \equiv I$), ta có:

$$I(0; 0; 0), A\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), B\left(-\frac{a}{2}; 0; 0\right), C\left(\frac{a}{2}; 0; 0\right), S\left(0; \frac{a\sqrt{3}}{2}; a\sqrt{3}\right).$$

Ta có $\overrightarrow{AC} = \left(\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{3}}{2}; 0\right), \overrightarrow{SB} = \left(-\frac{a}{2}; -\frac{a\sqrt{3}}{2}; -a\sqrt{3}\right), \overrightarrow{AS} = (0; 0; a\sqrt{3})$.

$$\Rightarrow [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}] = \left(\frac{3a^2}{2}; \frac{a^2\sqrt{3}}{2}; -\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right).$$

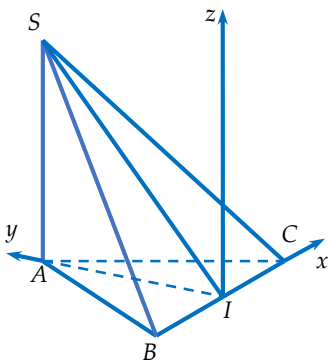
$$\Rightarrow d(AC; SB) = \frac{|\overrightarrow{AS} \cdot [\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}]|}{\|[\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{SB}]\|} = \frac{\left|\frac{3a^2}{2} \cdot 0 + \frac{a^2\sqrt{3}}{2} \cdot 0 + \left(-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right) \cdot a\sqrt{3}\right|}{\sqrt{\left(\frac{3a^2}{2}\right)^2 + \left(\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(-\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Câu 50: Đáp án A.

Quan sát đồ thị, ta thấy hàm số $y = f(x)$ có dạng bậc ba và có hai điểm cực trị là

$$x = 0 \text{ và } x = x_0 \in (2; 3). \text{ Suy ra } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = x_0, x_0 \in (2; 3). \end{cases}$$

$$\text{Ta có } g'(x) = f'(x) \cdot f'[f(x)]; g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f'(x) = 0 \\ f'[f(x)] = 0 \end{cases}$$



Xét phương trình $f'[f(x)] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 \\ f(x) = x_0 \end{cases}$

+ Số nghiệm của phương trình $f(x) = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với trục Ox . Phương trình này có 3 nghiệm $x = x_1 \in (-1; 0)$, $x = 1$, $x = x_3 \in (3; 4)$.

+ Số nghiệm của phương trình $f(x) = x_0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = x_0$ với $x_0 \in (2; 3)$. Phương trình này có 3 nghiệm $x = x_4 \in (-1; 0)$, $x = x_5 \in (0; 1)$ và $x = x_6 \in (3; 4)$.

Do $x_4 \neq x_1$ và $x_6 \neq x_3$ nên phương trình $g'(x) = 0$ có 8 nghiệm.

ĐỀ SỐ 7 – THPT CHUYÊN KHTN HN LẦN 2

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



Câu 1: Cho số phức $z = 2 - 3i$. Môđun của số phức $w = 2z + (1+i)\bar{z}$ bằng

- A. 4. B. 2. C. $\sqrt{10}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(-3;0;0)$, $B(0;4;0)$ và $C(0;0;-2)$ là

- A. $4x - 3y + 6z + 12 = 0$.
B. $4x + 3y + 6z + 12 = 0$.
C. $4x + 3y - 6z + 12 = 0$.
D. $4x - 3y + 6z - 12 = 0$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $2^{2x-1} = 8$ là

- A. $x = \frac{5}{2}$. B. $x = 2$. C. $x = \frac{3}{2}$. D. $x = 1$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1		2	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+
y	$-\infty$		↗ 1	↘ -2	↗ $+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-2; 1)$.
C. $(-1; 2)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 5: Cho khối chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 32. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm SA, SB, SC, SD . Thể tích khối chóp $S.MNPQ$ bằng

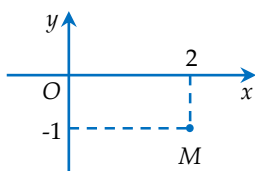
- A. 16. B. 8. C. 4. D. 2.

Câu 6: Cho $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_2^4 f(x)dx = -1$. Tích

phân $\int_1^4 f(x)dx$ bằng

- A. -3. B. 3. C. 1. D. -1.

Câu 7: Điểm M trong hình vẽ là biểu diễn hình học của số phức nào dưới đây?



ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2019

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

- A. $z = 2 - i$. B. $z = 2 + i$.

- C. $z = -1 + 2i$. D. $z = -1 - 2i$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 4 \\ z = 3 - 2t \end{cases} ?$$

- A. $\vec{u} = (1; 4; 3)$. B. $\vec{u} = (1; 4; -2)$.

- C. $\vec{u} = (1; 0; -2)$. D. $\vec{u} = (1; 0; 2)$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

- A. $x = 5$. B. $x = 10$. C. $x = 7$. D. $x = 9$.

Câu 10: Cho $a > 0, a \neq 1$, giá trị của $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{a})$ bằng

- A. 3. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{3}{4}$. D. 2.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$		2	-1	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

- A. -1. B. 3. C. 2. D. 1.

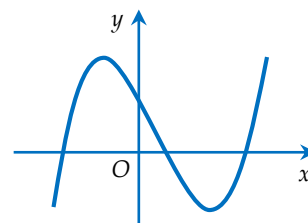
Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; -1)$ và $B(1; 4; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

- A. $2\sqrt{13}$. B. $\sqrt{6}$. C. 3. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 13: Khối trụ có bán kính đáy bằng a , chiều cao bằng $2a$ có thể tích bằng

- A. $\frac{2}{3}\pi a^3$. B. $2\pi a^3$. C. πa^3 . D. $\frac{1}{3}\pi a^3$.

Câu 14: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



A. $y = x^3 - x^2 - 2x + 1$.

B. $y = -x^3 + x^2 - 2x + 1$.

C. $y = x^4 - x^2 + 1$.

D. $y = -x^4 + 3x^2 + 1$.

Câu 15: Họ nguyên hàm $\int \sin 2x dx$ bằng

A. $-2\cos 2x + C$.

B. $2\cos 2x + C$.

C. $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

D. $\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Câu 16: Đồ thị của hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ có đường tiệm cận ngang là

A. $y = -\frac{1}{3}$.

B. $x = \frac{1}{2}$.

C. $x = -3$.

D. $y = 2$.

Câu 17: Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x^2+x-2}$ là

A. 1.

B. 4.

C. 3.

D. 2.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;0)$ và $B(2;3;-1)$. Phương trình mặt phẳng qua A và vuông góc với AB là

A. $2x + y - z - 3 = 0$.

B. $x + y - z + 3 = 0$.

C. $x + y - z - 3 = 0$.

D. $x - y - z - 3 = 0$.

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$			
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x) + 5 = 0$ là

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Câu 20: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x(3+2i) + y(1-4i) = 1+24i$. Giá trị của $x+y$ bằng

A. -3 .

B. 4 .

C. 2 .

D. 3 .

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-3}{1}$.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là

A. $3x - 2y + z + 5 = 0$.

B. $3x - 2y + z - 7 = 0$.

C. $3x - 2y + z - 10 = 0$.

D. $3x - 2y + z - 5 = 0$.

Câu 22: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có chiều cao bằng $\sqrt{3}a$ và độ dài cạnh bên bằng $\sqrt{5}a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{8\sqrt{3}a^3}{3}$.

B. $4\sqrt{3}a^3$.

C. $\frac{4\sqrt{5}a^3}{3}$.

D. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 23: Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z-1+i|=2$ là đường tròn có tâm và bán kính lần lượt là

A. $I(-1;1), R=4$.

B. $I(-1;1), R=2$.

C. $I(1;-1), R=2$.

D. $I(1;-1), R=4$.

Câu 24: Họ nguyên hàm $\int \frac{x-1}{x^2} dx$ bằng

A. $-\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + C$.

B. $\ln|x| - \frac{1}{x} + C$.

C. $-\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + C$.

D. $\ln|x| + \frac{1}{x} + C$.

Câu 25: Với các số $a, b > 0, a \neq 1$, giá trị của biểu thức $\log_{a^3}(ab^6)$ bằng

A. $3 + 2\log_a b$.

B. $3 + \frac{1}{2}\log_a b$.

C. $2 + 3\log_a b$.

D. $\frac{1}{3} + 2\log_a b$.

Câu 26: Số điểm cực trị của hàm số $f(x) = (x+2)^3(x-1)^2(x-2)$ là

A. 3.

B. 6.

C. 1.

D. 2.

Câu 27: Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = x$ bằng

A. $\frac{1}{3}$.

B. $\frac{1}{4}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{6}$.

Câu 28: Số nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)^2 + \log_3(2x-1) = 2$ là

A. 2.

B. 1.

C. 4.

D. 3.

Câu 29: Cho số phức $z = 2-3i$. Môđun của số phức $w = \bar{z} + z^2$ bằng

A. $3\sqrt{10}$.

B. $\sqrt{206}$.

C. $\sqrt{134}$.

D. $3\sqrt{2}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A(1;0;1), B(2;1;2)$ và $D(1;-1;1)$, tọa độ điểm C là

A. $(2;0;2)$.

B. $(2;2;2)$.

C. $(2;-2;2)$.

D. $(0;-2;0)$.

Câu 31: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2; 3]$ bằng

- A. $\frac{51}{2}$. B. 13. C. $\frac{49}{4}$. D. $\frac{51}{4}$.

Câu 32: Cho hình nón có độ dài đường sinh $l = 4a$ và bán kính đáy $r = \sqrt{3}a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

- A. $8\sqrt{3}\pi a^2$. B. $\frac{4\sqrt{3}\pi a^2}{3}$.
C. $4\sqrt{3}\pi a^2$. D. $2\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 f(2x)dx = 2$.

Tích phân $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

- A. 8. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 34: Một người gửi 50 triệu vào ngân hàng với lãi suất 6%/năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm số tiền lãi sẽ được nhập và gốc để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng bao gồm gốc và lãi?

- A. 11 năm. B. 12 năm. C. 13 năm. D. 14 năm.

Câu 35: Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A có góc $ABC = 30^\circ$, $BC = a$. Quay tam giác ABC quanh đường thẳng AB ta được một hình nón. Diện tích xung quanh của hình nón đó bằng

- A. $2\pi a^2$. B. $\frac{\pi a^2}{2}$. C. $\frac{\pi a^2}{4}$. D. πa^2 .

Câu 36: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $2.4^x - 9.2^x + 4 = 0$ bằng

- A. 2. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 37: Tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+2| = |z-i|$ là một đường thẳng có phương trình

- A. $4x + 2y + 3 = 0$. B. $2x + 4y + 13 = 0$.
C. $4x - 2y + 3 = 0$. D. $2x - 4y + 13 = 0$.

Câu 38: Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. $\sqrt{10}$. B. 20. C. $2\sqrt{10}$. D. 10.

Câu 39: Cho các số $a, b > 0$ thỏa mãn $\log_3 a = \log_6 b = \log_2(a+b)$. Giá trị của $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ bằng

- A. 18. B. 45. C. 27. D. 36.

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(0;1;0), B(2;0;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - y - 1 = 0$ là

- A. $x + y - 3z - 1 = 0$. B. $2x + 2y - 5z - 2 = 0$.
C. $x - 2y - 6z + 2 = 0$. D. $x + y - z - 1 = 0$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng xét dấu như sau:

x	$-\infty$	-2	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+	0	-

Hàm số $y = f(x^2 + 2x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-2; 1)$. B. $(-4; -3)$. C. $(0; 1)$. D. $(-2; -1)$.

Câu 42: Xét các số phức z thỏa mãn $|\bar{z}| = |z + 2i|$, giá trị nhỏ nhất của $|z - i| + |z - 4|$ bằng

- A. 5. B. 4. C. $3\sqrt{3}$. D. 6.

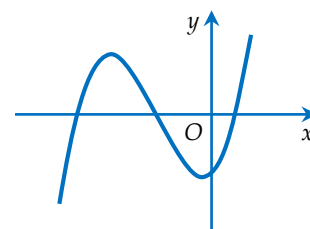
Câu 43: Biết $\int_1^5 \frac{1}{1 + \sqrt{3x+1}} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của $a + b + c$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{5}{3}$. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 44: Biết $\int_0^2 \frac{x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3} dx = a + b \ln 3 + c \ln 5$ ($a, b, c \in \mathbb{Q}$). Giá trị của abc bằng

- A. -8. B. -10. C. -12. D. 16.

Câu 45: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ?



- A. $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$. B. $y = x^3 - x^2 + x - 1$.
C. $y = x^3 - x^2 - 1$. D. $y = x^3 + 3x^2 + x - 1$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0), B(1;-1;3), C(1;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 3y + 2z - 15 = 0$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b+c$ bằng

- A. 3. B. 7. C. 2. D. -1.

Câu 47: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m ($|m| < 5$) để hàm số $y = |x^3 - (m-2)x^2 - mx - m^2|$ có 3 điểm cực tiểu?

- A. 6. B. 3. C. 5. D. 4.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và điểm $A(1;2;3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và cách điểm A một khoảng cách lớn nhất. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n} = (1;0;2)$.

B. $\vec{n} = (1;0;-2)$.

C. $\vec{n} = (1;1;1)$.

D. $\vec{n} = (1;1;-1)$.

Câu 49: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , hình chiếu vuông góc của A' trên (ABC) là trung điểm cạnh AB , góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng đáy bằng 60° . Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. C. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. D. $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$ với mọi $x > 0$. Giá trị của $f(2)$ bằng

- A. 5. B. 10. C. 20. D. 15.

ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.B	4.C	5.C	6.C	7.A	8.C	9.D	10.A
11.C	12.A	13.B	14.A	15.C	16.D	17.D	18.C	19.D	20.A
21.B	22.D	23.C	24.D	25.D	26.A	27.D	28.B	29.A	30.A
31.D	32.C	33.D	34.B	35.B	36.D	37.A	38.B	39.B	40.D
41.D	42.A	43.D	44.C	45.D	46.A	47.B	48.C	49.C	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1: Đáp án C.**

Ta có $w = 2z + (1+i)\bar{z} = 2(2-3i) + (1+i)(2+3i) = 3-i$.

Vậy $|w| = \sqrt{1^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$.

Câu 2: Đáp án A.

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua ba điểm A, B, C là

$$(ABC): \frac{x}{-3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{-2} = 1 \Leftrightarrow 4x - 3y + 6z + 12 = 0.$$

Câu 3: Đáp án B.

Ta có $2^{2x-1} = 8 \Leftrightarrow 2^{2x-1} = 2^3 \Leftrightarrow 2x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 4: Đáp án C.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1; 2)$.

Câu 5: Đáp án C.

Ta có $\frac{V_{S.MNQ}}{V_{S.ABD}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SQ}{SD} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$. Suy ra $V_{S.MNQ} = \frac{1}{8}V_{S.ABD}$

Tương tự $\frac{V_{S.PNQ}}{V_{S.CBD}} = \frac{SP}{SC} \cdot \frac{SN}{SB} \cdot \frac{SQ}{SD} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$. Suy ra $V_{S.PNQ} = \frac{1}{8}V_{S.CBD}$

Khi đó $V_{S.MNPQ} = V_{S.MNQ} + V_{S.PNQ} = \frac{1}{8}(V_{S.ABD} + V_{S.CBD}) = \frac{1}{8}V_{S.ABCD} = \frac{1}{8} \cdot 32 = 4$.

Ghi nhớ: Công thức tỉ số thể tích

Cho hình chóp $S.ABC$. Trên các cạnh SA, SB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C' .

$$\text{Khi đó: } \frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}.$$

Câu 6: Đáp án C.

Ta có $\int_1^4 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^4 f(x)dx = 2 - 1 = 1$.

Câu 7: Đáp án A.**Câu 8: Đáp án C.****Câu 9: Đáp án D.**

Điều kiện: $x > 1$.

Ta có $\log_2(x-1) = 3 \Leftrightarrow x-1 = 2^3 \Leftrightarrow x = 9$ (thỏa mãn).

Câu 10: Đáp án A.

Ta có $\log_{\sqrt{a}}(a\sqrt{a}) = \log_{\sqrt{a}}(\sqrt{a})^3 = 3$.

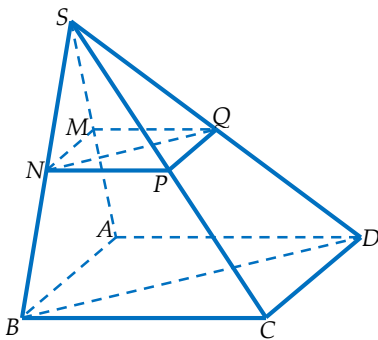
Câu 11: Đáp án C.

Quan sát bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y_{CD} = 2$.

FOR REVIEW

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn đi qua ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$ và $C(0;0;c)$ là

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \quad (abc \neq 0).$$



Câu 12: Đáp án A.

$$\text{Ta có } AB = \sqrt{(1-1)^2 + (4+2)^2 + (3+1)^2} = 2\sqrt{13}.$$

Câu 13: Đáp án B.

Thể tích khối trụ có bán kính đáy $R = a$ và chiều cao $h = 2a$ là

$$V = \pi R^2 h = \pi a^2 2a = 2\pi a^3 \text{ (đvtt)}.$$

Câu 14: Đáp án A.

Quan sát hình dạng đồ thị, dễ thấy đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc 3 có hệ số của x^3 là $a > 0$ nên chọn A.

Câu 15: Đáp án C.

$$\text{Ta có } \int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C.$$

Câu 16: Đáp án D.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{x+3} = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-1}{x+3} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 17: Đáp án D.

$$\text{Ta có } y = \frac{x-1}{x^2+x-2} = \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \frac{1}{x+2}.$$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{1}{x+2} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x-1}{(x-1)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{1}{x+2} = -\infty$$

Suy ra $x = -2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận.

Câu 18: Đáp án C.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$$

Mặt phẳng cần tìm nhận $\overrightarrow{AB} = (1; 1; -1)$ làm vector pháp tuyến có phương trình là

$$1 \cdot (x-1) + 1 \cdot (y-2) - 1 \cdot (z-0) = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 3 = 0.$$

Câu 19: Đáp án D.

$$\text{Ta có } 2f(x) + 5 = 0 \Leftrightarrow f(x) = -\frac{5}{2}.$$

Do $-3 < -\frac{5}{2} < 2$. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y = -\frac{5}{2}$ cắt đồ thị

hàm số $y = f(x)$ tại 4 điểm phân biệt.

Vậy phương trình $2f(x) + 5 = 0$ có bốn nghiệm phân biệt.

Câu 20: Đáp án A.

$$\text{Ta có } x(3+2i) + y(1-4i) = 1+24i \Leftrightarrow (3x+y) + (2x-4y)i = 1+24i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x+y=1 \\ 2x-4y=24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x+y=1 \\ x-2y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-5 \end{cases} \Rightarrow x+y=-3.$$

Câu 21: Đáp án B.

Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d là

FOR REVIEW

Xét hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với

$ad-bc \neq 0$ và $c \neq 0$. Nếu $ad-bc > 0$ thì hàm số luôn đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{d}{c}\right)$ và $\left(-\frac{d}{c}; +\infty\right)$.

Ngược lại, nếu $ad-bc < 0$ thì hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{d}{c}\right)$ và

$\left(-\frac{d}{c}; +\infty\right)$.

$$3(x-0)-2(y+3)+(z-1)=0 \Leftrightarrow 3x-2y+z-7=0.$$

Câu 22: Đáp án D.

Gọi H là giao điểm của AC và BD thì $SH \perp (ABCD)$.

Theo giả thiết ta có $SH = a\sqrt{3}, SA = a\sqrt{5}$.

Lại có $AC = 2AH = 2\sqrt{SA^2 - SH^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AB = 2a$.

$$\text{Thể tích của khối chóp } S.ABCD \text{ là } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.a\sqrt{3}.(2a)^2 = \frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$$

Câu 23: Đáp án C.

Giả sử $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$

$$\text{Từ giả thiết ta có } |z - 1 + i| = 2 \Leftrightarrow |(x-1) + (y+1)i| = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn bài toán là đường tròn có tâm $I(1; -1)$ và bán kính $R = 2$.

Câu 24: Đáp án D.

$$\text{Ta có } \int \frac{x-1}{x^2} dx = \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \ln|x| + \frac{1}{x} + C.$$

Câu 25: Đáp án D.

$$\text{Ta có } \log_{a^3}(ab^6) = \frac{1}{3}\log_a(ab^6) = \frac{1}{3}(\log_a a + \log_a b^6) = \frac{1}{3} + 2\log_a b.$$

Câu 26: Đáp án A.

$$\text{Ta có } f'(x) = (x+2)^2(x-1)(6x^2-8x-4).$$

Phương trình $f'(x) = 0$ có 1 nghiệm bội chẵn là $x = -2$ và 3 nghiệm đơn là $x = 1$,

$$x = \frac{2+\sqrt{10}}{3}, x = \frac{2-\sqrt{10}}{3} \text{ nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.}$$

Câu 27: Đáp án D.

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = x$ là nghiệm

$$\text{của phương trình } x^2 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng

$$y = x \text{ bằng } S = \int_0^1 |x^2 - x| dx = \int_0^1 (x - x^2) dx = \frac{1}{6} \text{ (đvdt).}$$

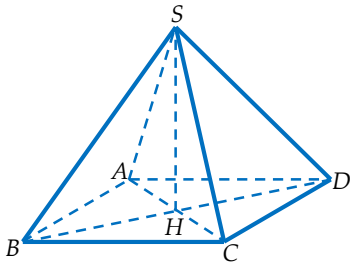
Câu 28: Đáp án B.

$$\text{Điều kiện } \begin{cases} (x-1)^2 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ta có } \log_3(x-1)^2 + \log_{\sqrt{3}}(2x-1) = 2 \Leftrightarrow \log_3|x-1| + \log_3(2x-1) = 1$$

$$\Leftrightarrow \log_3(|x-1|(2x-1)) = 1 \Leftrightarrow |x-1|(2x-1) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(2x-1) = 3 \\ (x-1)(2x-1) = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 3x - 2 = 0 \\ 2x^2 - 3x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} (l) \\ x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2.$$



Câu 29: Đáp án A.

Ta có $w = \bar{z} + z^2 = 2 + 3i + (2 - 3i)^2 = -3 - 9i \Rightarrow |w| = 3\sqrt{10}$.

Câu 30: Đáp án A.

Ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 1 = x_C - 1 \\ 1 - 0 = y_C + 1 \\ 2 - 1 = z_C - 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 0 \\ z_C = 2 \end{cases}$

Vậy $C(2; 0; 2)$.

Câu 31: Đáp án D.

Xét hàm số $y = x^4 - x^2 + 13$ trên đoạn $[-2; 3]$.

Đạo hàm $y' = 4x^3 - 2x = 2x(2x^2 - 1)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

Ta có $f(0) = 13$; $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4}$; $f(-2) = 25$; $f(3) = 85$

Vậy $\min_{[-2; 3]} y = f\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{51}{4}$.

Câu 32: Đáp án C.

Diện tích xung quanh $S_{xq} = \pi r l = 4\sqrt{3}\pi a^2$ (đvdt).

Câu 33: Đáp án D.

Đặt $t = 2x \Rightarrow dt = 2dx$. Đổi cận $\begin{cases} x = 0 \Rightarrow t = 0 \\ x = 1 \Rightarrow t = 2 \end{cases}$

Suy ra $\int_0^1 f(2x)dx = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \int_0^2 f(t)dt = 2 \Leftrightarrow \int_0^2 f(t)dt = 4 = \int_0^2 f(x)dx$.

Câu 34: Đáp án B.

Áp dụng công thức tính lãi kép thì số tiền mà người đó nhận được sau n năm là $T_n = A(1 + r)^n = 50(1 + 6\%)^n$ (triệu đồng).

Theo giả thiết, $50(1 + 6\%)^n > 100 \Rightarrow n > 11,896 \Rightarrow n \geq 12$.

Vậy sau ít nhất 12 năm thì người đó nhận được số tiền nhiều hơn 100 triệu đồng.

Câu 35: Đáp án B.

Ta có $\sin 30^\circ = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AC = \frac{a}{2}$.

Quay tam giác ABC quanh đường thẳng AB ta được một hình nón có bán kính đường tròn đáy là $r = AC = \frac{a}{2}$; đường sinh $l = BC = a$.

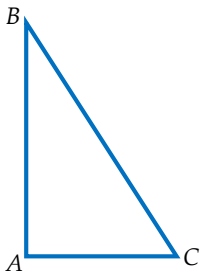
Vậy $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot AC \cdot BC = \pi \cdot \frac{a}{2} \cdot a = \frac{\pi a^2}{2}$ (đvdt).

Câu 36: Đáp án D.

Đặt $t = 2^x, t > 0$ thì phương trình trở thành

$2t^2 - 9t + 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 4 \\ t = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2^x = 4 \\ 2^x = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng 1.



Câu 37: Đáp án A.

Giả sử $z = x + yi (x, y \in \mathbb{R})$, suy ra z có điểm biểu diễn là $M(x; y)$.

Từ giả thiết $|z + 2| = |z - i| \Leftrightarrow |(x + 2) + yi| = |x + (y - 1)i|$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x + 2)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y - 1)^2} \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 = x^2 + y^2 - 2y + 1$$

$$\Leftrightarrow 4x + 2y + 3 = 0.$$

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 2| = |z - i|$ là đường thẳng $4x + 2y + 3 = 0$.

Câu 38: Đáp án B.

$$\text{Phương trình } z^2 + 2z + 10 = 0 \Leftrightarrow (z + 1)^2 = (3i)^2 \Leftrightarrow \begin{cases} z + 1 = 3i \\ z + 1 = -3i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = -1 + 3i \\ z = -1 - 3i \end{cases}$$

$$\text{Vậy } |z_1|^2 + |z_2|^2 = |(-1 + 3i)|^2 + |(-1 - 3i)|^2 = |-8 - 6i| + |-8 + 6i| = 20.$$

Câu 39: Đáp án B.**MEMORIZE**

Nếu hàm số $y = f(x)$ đơn điệu trên D thì phương trình $f(x) = m$ có nhiều nhất một nghiệm trên D . Nếu ta tìm được một giá trị $c \in D$ thỏa mãn $f(c) = m$ thì $x = c$ là nghiệm duy nhất của phương trình (trên D).

$$\text{Đặt } \log_3 a = \log_6 b = \log_2 (a + b) = t \text{ thì } \begin{cases} a = 3^t \\ b = 6^t \\ a + b = 2^t \end{cases} \Rightarrow 3^t + 6^t = 2^t \Leftrightarrow \left(\frac{3}{2}\right)^t + 3^t = 1$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \left(\frac{3}{2}\right)^t + 3^t, t \in \mathbb{R} \Rightarrow f'(t) = \left(\frac{3}{2}\right)^t \cdot \ln \frac{3}{2} + 3^t \cdot \ln 3 > 0, \forall t \in \mathbb{R}.$$

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên phương trình $f(t) = 1$ có nhiều nhất một nghiệm t trên $\mathbb{R}$.

$$\text{Để thấy } f(-1) = \left(\frac{3}{2}\right)^{-1} + 3^{-1} = 1 \text{ nên } t = -1 \Rightarrow a = \frac{1}{3}; b = \frac{1}{6} \Rightarrow \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} = 9 + 36 = 45.$$

Câu 40: Đáp án D.

Mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) nên có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{n}_P]$. Mà $\overrightarrow{AB} = (2; -1; 1), \vec{n}_P = (1; -1; 0) \Rightarrow \vec{n} = (1; 1; -1)$.

Mặt phẳng đi qua điểm $A(0; 1; 0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 1; -1)$ có phương trình là $x + (y - 1) - z = 0 \Leftrightarrow x + y - z - 1 = 0$

Câu 41: Đáp án D.

$$\text{Đặt } g(x) = f(x^2 + 2x), \text{ suy ra } g'(x) = (2x + 2) \cdot f'(x^2 + 2x)$$

Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến khi $g'(x) < 0$. Ta xét 2 trường hợp sau:

Trường hợp 1:

$$\begin{cases} 2x + 2 > 0 \\ f'(x^2 + 2x) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x^2 + 2x < -2 \\ x^2 + 2x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ (x - 1)(x + 3) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > 1 \\ x < -3 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases} 2x + 2 < 0 \\ f'(x^2 + 2x) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ -2 < x^2 + 2x < 1 \\ 1 < x^2 + 2x < 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1 \\ x^2 + 2x - 1 < 0 \\ 1 < x^2 + 2x < 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 - \sqrt{2} < x < -1 \\ -3 < x < -1 - \sqrt{2} \end{cases}$$

Suy ra hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-3; -1 - \sqrt{2})$, $(-1 - \sqrt{2}; -1)$ và $(1; +\infty)$. Do $(-2; -1) \subset (-1 - \sqrt{2}; -1)$ nên hàm số nghịch biến trên $(-2; -1)$.

Câu 42: Đáp án A.

Gọi $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$), $M(x; y)$ là điểm biểu diễn của z .

$$\text{Ta có } |\bar{z}| = |z + 2i| \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (y + 2)^2} \Leftrightarrow 4y + 4 = 0 \Leftrightarrow y = -1$$

Suy ra tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z là đường thẳng $y = -1$.

Gọi $A(0; 1); B(4; 0)$ lần lượt là điểm biểu diễn của hai số phức $z_1 = i$ và $z_2 = 4$.

Ta có $|z - i| + |z - 4| = MA + MB \geq A'B = 5$, A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng $d \Rightarrow A'(0; -3)$. Dấu "=" xảy ra khi $M = A'B \cap d$.

Câu 43: Đáp án D.

$$\text{Đặt } t = \sqrt{3x+1} \Rightarrow t^2 = 3x+1 \Rightarrow \frac{2}{3} t dt = dx. \text{ Đổi cận } \begin{cases} x=1 \Rightarrow t=2 \\ x=5 \Rightarrow t=4 \end{cases}$$

Khi đó ta có

$$\int_1^5 \frac{1}{1 + \sqrt{3x+1}} dx = \frac{2}{3} \int_2^4 \frac{t dt}{1+t} = \frac{2}{3} \int_2^4 \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) = \frac{2}{3} \left(t - \ln|t+1|\right) \Big|_2^4 = \frac{4}{3} - \frac{2}{3} \ln 5 + \frac{2}{3} \ln 3.$$

$$\text{Vậy } a = \frac{4}{3}, b = \frac{2}{3}, c = -\frac{2}{3} \Rightarrow a + b + c = \frac{4}{3}.$$

Câu 44: Đáp án C.

$$\text{Ta có } \int_0^2 \frac{x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3} dx = \int_0^2 dx + \int_0^2 \frac{x-1}{x^2 + 4x + 3} dx = 2 + I_1$$

Ta đi tính I_1 . Ta sử dụng phương pháp đồng nhất hệ số:

$$\frac{x-1}{x^2 + 4x + 3} = \frac{x-1}{(x+1)(x+3)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x+3} = \frac{(A+B)x + 3A+B}{x^2 + 4x + 3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A+B=1 \\ 3A+B=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A=-1 \\ B=2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } I_1 = \int_0^2 \left(\frac{2}{x+3} - \frac{1}{x+1} \right) dx = \left(2\ln|x+3| - \ln|x+1| \right) \Big|_0^2 = 2\ln 5 - 3\ln 3.$$

$$\text{Vậy } \int_0^2 \frac{x^2 + 5x + 2}{x^2 + 4x + 3} dx = 2 + 2\ln 5 - 3\ln 3 \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \Rightarrow abc=-12 \\ c=2 \end{cases}$$

Câu 45: Đáp án D.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm cùng âm.

Xét hàm số ở phương án D ta có $y' = 3x^2 + 6x + 1 \Rightarrow y' = 0$ luôn có hai nghiệm

$$\text{phân biệt } x_1, x_2 \text{ (do } \Delta' = 6 > 0) \text{ với } \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{6}{3} = -2 < 0 \\ x_1 x_2 = \frac{1}{3} > 0 \end{cases} \Rightarrow x_1 < 0, x_2 < 0.$$

Câu 46: Đáp án A.

Gọi I là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = 0$. Ta tìm được $I(1; 2; -2)$.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } 2MA^2 - MB^2 + MC^2 &= 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 - (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 2MI^2 + 2IA^2 - IB^2 + IC^2. \end{aligned}$$

Do đó $2MA^2 - MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow MI$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I trên $(P): 3x - 3y + 2z - 15 = 0$.

Gọi d là đường thẳng đi qua I và vuông góc với (P) .

$$\text{Phương trình của } d \text{ là } \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = -2 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

Tọa độ điểm $M = d \cap (P)$ phụ thuộc tham số t thỏa mãn phương trình

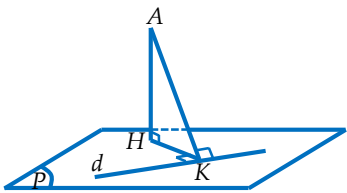
$$3(1+3t) - 3(2-3t) + 2(-2+2t) - 15 = 0 \Leftrightarrow 22t - 22 = 0 \Leftrightarrow t = 1.$$

Suy ra $M(4; -1; 0)$. Vậy $a + b + c = 3$.

MEMORIZE

Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$.

Điều kiện để hàm số $y = |f(x)|$ có 3 điểm cực tiểu (hay 2 điểm cực đại, hay 5 điểm cực trị) là phương trình đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt, hay phương trình $f(x) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt. Ngoài ra, ta cũng có thể giải theo điều kiện $y_{CT} \cdot y_{CB} < 0$.

**Câu 47: Đáp án B.**

Ta có

$$x^3 - (m-2)x^2 - mx - m^2 = 0 \Leftrightarrow (x-m)(x^2 + 2x + m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x^2 + 2x + m = 0 \quad (*) \end{cases}$$

Hàm số $y = |x^3 - (m-2)x^2 - mx - m^2|$ có ba điểm cực tiểu $\Leftrightarrow$ đồ thị hàm số $y = x^3 - (m-2)x^2 - mx - m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương

$$\text{trình } (*) \text{ có hai nghiệm phân biệt khác } m \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 - m > 0 \\ m^2 + 3m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 1 \\ m \neq 0 \\ m \neq -3 \end{cases}.$$

Suy ra các giá trị của m thỏa mãn YCBT là $m \in \{-4; -2; -1\}$.

Câu 48: Đáp án C.

Gọi H là hình chiếu của A trên $(P) \Rightarrow AH = d(A; (P)) \Rightarrow AH \perp d$.

Gọi K là hình chiếu của A trên $d \Rightarrow AK \perp d$.

Suy ra $d \perp (AHK) \Rightarrow d \perp HK$.

Do ΔAHK vuông tại H nên $AH \leq AK \Leftrightarrow d(A; (P)) \leq AK$.

AK không đổi nên $d(A; (P))$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv K$ hay $AK \perp (P)$.

Từ $K \in d \Rightarrow K(-1-2t; t; 1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AK} = (-2-2t; t-2; t-2)$.

Đường thẳng d có vector chỉ phương là $\overrightarrow{u_d} = (-2; 1; 1)$.

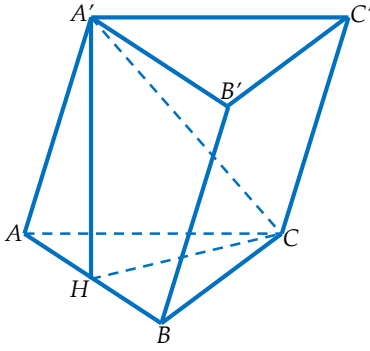
Do $AK \perp d$ nên $\overrightarrow{AK} \cdot \overrightarrow{u_d} = 0 \Rightarrow 2(2t+2) + 2(t-2) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Rightarrow \overrightarrow{AK} = (-2; -2; -2)$.

Vậy mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 1; 1)$.

Câu 49: Đáp án C.

Gọi H là trung điểm AB thì $A'H \perp (ABC)$.

Suy ra $(A'C, (ABC)) = (A'C, HC) = A'CH = 60^\circ$.



Ta có $\triangle ABC$ đều nên $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow A'H = CH \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sqrt{3} = \frac{3a}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ là

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{8} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 50: Đáp án C.

Từ giả thiết suy ra $\frac{f'(x) \cdot x - f(x)}{x^2} = 2x + 3$.

Nhận thấy $\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = \frac{f'(x) \cdot x - f(x)}{x^2}$ nên suy ra

$$\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = 2x + 3 \Rightarrow \int \left(\frac{f(x)}{x}\right)' dx = \int (2x + 3) dx \Rightarrow \frac{f(x)}{x} = x^2 + 3x + C$$

$$\Leftrightarrow f(x) = x^3 + 3x^2 + Cx.$$

Mà $f(1) = 4$ nên $4 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 + C \cdot 1 \Leftrightarrow C = 0$.

Khi đó $f(x) = x^3 + 3x^2$.

Vậy $f(2) = 2^3 + 3 \cdot 2^2 = 20$.

ĐỀ SỐ 8 – SỞ GD&ĐT NINH BÌNH LẦN 1

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



Câu 1: Thể tích của khối hộp chữ nhật có các kích thước 3; 4; 5 là

- A. 60. B. 20. C. 30. D. 10.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		1		2		1		$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - m = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

- A. $m \in (1; 2]$. B. $m \in [1; 2]$.
C. $m \in (1; 2)$. D. $m \in [1; 2]$.

Câu 3: Thể tích của khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 10 và khoảng cách giữa hai đáy bằng 12 là

- A. 120. B. 40. C. 60. D. 20.

Câu 4: Thể tích của khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh bằng $a\sqrt{2}$ là

- A. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{6}$. B. $\frac{\pi\sqrt{2}a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{3}$. D. $\frac{\pi a^3}{6}$.

Câu 5: Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4 là

- A. 12π . B. 42π . C. 24π . D. 36π .

Câu 6: Số cách chọn đồng thời ra 3 người từ một nhóm có 12 người là

- A. 4. B. A_{12}^3 . C. C_{12}^3 . D. P_3 .

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2019

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 8: Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^2} a^3$ bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 8. D. 6.

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $f(x) = 2^x + x$ là

- A. $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + \frac{x^2}{2}$. B. $f'(x) = \frac{2^x}{\ln 2} + 1$.
C. $f'(x) = 2^x + 1$. D. $f'(x) = 2^x \ln 2 + 1$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-4}$ là

- A. $[1; +\infty)$. B. $\mathbb{R}$. C. $(1; +\infty)$. D. $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Câu 11: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$ đạt cực tiểu tại điểm

- A. $x = -1$. B. $x = 1$. C. $x = -3$. D. $x = 3$.

Câu 12: Thể tích của khối nón tròn xoay có đường kính đáy bằng 6 và chiều cao bằng 5 là

- A. 60π . B. 45π . C. 180π . D. 15π .

Câu 13: Phương trình $5^{x+2} - 1 = 0$ có tập nghiệm là

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{2\}$. C. $S = \{0\}$. D. $S = \{-2\}$.

Câu 14: Thể tích của khối cầu có bán kính bằng 4 là

- A. $\frac{256\pi}{3}$. B. 64π . C. 256π . D. $\frac{64\pi}{3}$.

Câu 15: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng 6 và chiều cao bằng 4 là

- A. 4. B. 24. C. 12. D. 8.

Câu 16: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x - e^{2x}$ trên đoạn $[-1; 1]$.

- A. $\max_{[-1;1]} y = \frac{-(\ln 2 + 1)}{2}$. B. $\max_{[-1;1]} y = 1 - e^2$.
C. $\max_{[-1;1]} y = -(1 + e^{-2})$. D. $\max_{[-1;1]} y = \frac{\ln 2 + 1}{2}$.

Câu 17: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi có hai đường chéo $AC = a$, $BD = a\sqrt{3}$ và cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$. Thể tích V của khối hộp đã cho là

- A. $V = \sqrt{6}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{6}}{6}a^3$.

C. $V = \frac{\sqrt{6}}{2}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Câu 18: Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2\sqrt{x^2-1}+1}{x}$ là

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 19: Một khối gỗ hình trụ tròn xoay có bán kính đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. Người ta khoét từ hai đầu khối gỗ hai nửa khối cầu mà đường tròn đáy của khối gỗ là đường tròn lớn của mỗi nửa khối cầu. Tỉ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu là

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

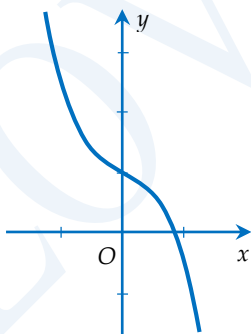
Câu 20: Cho $a = \log_2 5$. Tính $\log_4 1250$ theo a .

- A. $\frac{1-4a}{2}$. B. $\frac{1+4a}{2}$.
C. $2(1+4a)$. D. $2(1-4a)$.

Câu 21: Cho hình nón tròn xoay có độ dài đường sinh là $2a$, góc ở đỉnh của hình nón bằng 60° . Thể tích V của khối nón đã cho là

- A. $V = \frac{\pi a^3}{3}$. B. $V = \pi\sqrt{3}a^3$.
C. $V = \pi a^3$. D. $V = \frac{\pi\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 22: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình dưới đây.



Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.
C. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac > 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac < 0 \end{cases}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau.

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$			
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số $y = -2f(x) + 2019$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $(-4; 2)$. B. $(-1; 2)$. C. $(-2; -1)$. D. $(2; 4)$.

Câu 24: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hình chóp có đáy là hình thang vuông thì có mặt cầu ngoại tiếp.

B. Hình chóp có đáy là tứ giác thì có mặt cầu ngoại tiếp.

C. Hình chóp có đáy là hình thang cân thì có mặt cầu ngoại tiếp.

D. Hình chóp có đáy là hình bình hành thì có mặt cầu ngoại tiếp.

Câu 25: Tính thể tích V của khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ mà SAC là tam giác đều cạnh a .

- A. $V = \frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$.
C. $V = \frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{3}}{6}a^3$.

Câu 26: Cho hàm số $f(x) = \ln x - x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(1; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 27: Cho a và b lần lượt là số hạng thứ hai và thứ mười của một cấp số cộng có công sai $d \neq 0$.

Giá trị của biểu thức $\log_2 \left(\frac{b-a}{d} \right)$ là một số nguyên có số ước tự nhiên bằng

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

Câu 28: Bất phương trình $\log_3(x^2 - 2x) > 1$ có tập nghiệm là

A. $S = (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

B. $S = (-1; 3)$.

C. $S = (3; +\infty)$.

D. $S = (-\infty; -1)$.

Câu 29: Cho khối chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $SABC$ là tứ diện đều cạnh a . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = \frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. B. $V = \frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.
C. $V = \frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. D. $V = \frac{\sqrt{2}}{12}a^3$.

Câu 30: Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x - 2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. d có hệ số góc âm.
B. d có hệ số góc dương.
C. d song song với đường thẳng $y = -4$.
D. d song song với trục Ox .

Câu 31: Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có đỉnh S và đáy là tam giác ABC . Gọi V là thể tích của khối chóp. Mặt phẳng đi qua trọng tâm của ba mặt bên của khối chóp chia khối chóp thành hai phần. Tính theo V thể tích của phần chứa đáy của khối chóp.

- A. $\frac{37}{64}V$. B. $\frac{27}{64}V$. C. $\frac{19}{27}V$. D. $\frac{8}{27}V$.

Câu 32: Cho mặt cầu (S) tâm O , bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng cách O một khoảng bằng 1 và cắt (S) theo một đường tròn (C) . Hình nón (N) có đáy là (C) , đỉnh thuộc (S) , đỉnh cách (P) một khoảng lớn hơn 2. Kí hiệu V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khối cầu (S) và khối nón (N) . Tỉ số $\frac{V_1}{V_2}$ là

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{16}{9}$. D. $\frac{32}{9}$.

Câu 33: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có nghiệm duy nhất.

- A. $m < 1$. B. $m \leq 0$. C. $m < 0$. D. $0 < m < 1$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , góc $C = 60^\circ$, $AC = 2$, $SA \perp (ABC)$, $SA = 1$. Gọi M là trung điểm của AB . Khoảng cách d giữa SM và BC là

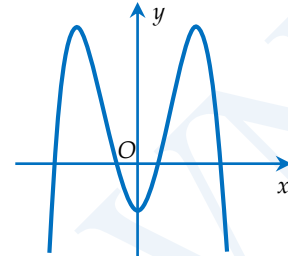
- A. $d = \frac{\sqrt{21}}{7}$. B. $d = \frac{2\sqrt{21}}{7}$.
C. $d = \frac{\sqrt{21}}{3}$. D. $d = \frac{2\sqrt{21}}{3}$.

Câu 35: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3\cos x - 1}{3 + \cos x}$. Tổng

$M + m$ là

- A. $-\frac{7}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $-\frac{5}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

Câu 36: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a < 0, b > 0, c < 0$. B. $a < 0, b < 0, c > 0$.
C. $a < 0, b > 0, c > 0$. D. $a < 0, b < 0, c < 0$.

Câu 37: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = AD\sqrt{2}$, $SA \perp (ABC)$. Gọi M là trung điểm của AB . Góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SDM) bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

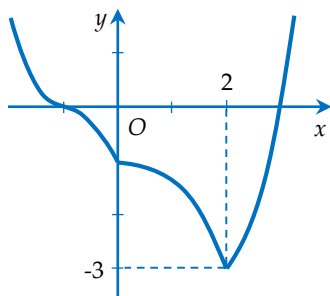
Câu 38: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = -(x-1)^3 + 3m^2(x-1) - 2$ có hai điểm cực trị cách đều gốc tọa độ. Tổng các giá trị tuyệt đối của tất cả các phần tử thuộc S là

- A. 4. B. $\frac{2}{3}$. C. 1. D. 5.

Câu 39: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hai đường tròn (C_1) và (C_2) lần lượt có phương trình $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$ và $(x+1)^2 + y^2 = 1$. Biết đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ đi qua tâm của (C_1) , đi qua tâm của (C_2) và có các đường tiệm cận tiếp xúc với cả (C_1) và (C_2) . Tổng $a+b+c$ là

- A. 8. B. 2. C. -1. D. 5.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $2f(x) + x^2 > 4x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-1; 3)$.

A. $m < -3$. B. $m < -10$. C. $m < -2$. D. $m < 5$.

Câu 41: Cho hàm số $y = x^3 + 2(m-2)x^2 - 5x + 1$.

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 ($x_1 < x_2$) thỏa mãn $|x_1| - |x_2| = -2$.

A. $\frac{7}{2}$. B. -1 . C. $\frac{1}{2}$. D. 5 .

Câu 42: Cho $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Biết $\log \sin x + \log \cos x = -1$

và $\log(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(\log n - 1)$. Giá trị của n là

A. 11. B. 12. C. 10. D. 15.

Câu 43: Số nghiệm của phương trình

$$50^x + 2^{x+5} = 3.7^x \text{ là}$$

A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 44: Cho tứ giác $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CA, AD lần lượt lấy 3; 4; 5; 6 điểm phân biệt khác các điểm A, B, C, D . Số tam giác phân biệt có các đỉnh là các điểm vừa lấy là

A. 781. B. 624. C. 816. D. 342.

Câu 45: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có độ dài cạnh đáy bằng 2, điểm M thuộc cạnh SA sao cho $SA = 4SM$ và SA vuông góc với mặt phẳng (MBC) . Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V = \frac{2}{3}$. B. $V = \frac{2\sqrt{5}}{9}$.

C. $V = \frac{4}{3}$. D. $V = \frac{2\sqrt{5}}{3}$.

Câu 46: Cho hình trụ có hai đáy là hai hình tròn $(O; R)$ và $(O'; R)$. AB là một dây cung của đường tròn $(O; R)$ sao cho tam giác $O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ tạo với mặt phẳng chứa đường tròn $(O; R)$ một góc 60° . Tính theo R thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V = \frac{\pi\sqrt{7}R^3}{7}$. B. $V = \frac{3\pi\sqrt{5}R^3}{5}$.

C. $V = \frac{\pi\sqrt{5}R^3}{5}$. D. $V = \frac{3\pi\sqrt{7}R^3}{7}$.

Câu 47: Biết $\log_2 \left(\sum_{k=1}^{100} (k \times 2^k) - 2 \right) = a + \log_c b$ với a, b, c là các số nguyên và $a > b > c > 1$. Tổng $a + b + c$ là

A. 203. B. 202. C. 201. D. 200.

Câu 48: Số giá trị nguyên của tham số m nằm trong khoảng $(0; 2020)$ để phương trình $\|x-1\| - \|2019-x\| = 2020-m$ có nghiệm là

A. 2020. B. 2021. C. 2019. D. 2018.

Câu 49: Một cái hộp có dạng hình hộp chữ nhật có thể tích bằng 48 và chiều dài gấp đôi chiều rộng. Chất liệu làm đáy và 4 mặt bên của hộp có giá thành gấp ba lần giá thành của chất liệu làm nắp hộp. Gọi h là chiều cao của hộp để giá thành của hộp là thấp nhất. Biết $h = \frac{m}{n}$ với m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Tổng $m + n$ là

A. 12. B. 13. C. 11. D. 10.

Câu 50: Cho hàm số $f(x) = mx^4 + nx^3 + px^2 + qx + r$ ($m \neq 0$). Chia $f(x)$ cho $x-2$ được phần dư bằng 2019, chia $f'(x)$ cho $x-2$ được phần dư bằng 2018. Gọi $g(x)$ là phần dư khi chia $f(x)$ cho $(x-2)^2$. Giá trị của $g(-1)$ là

A. -4033. B. -4035. C. -4039. D. -4037.

ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.A	4.B	5.C	6.C	7.D	8.A	9.D	10.D
11.B	12.D	13.D	14.A	15.D	16.A	17.C	18.C	19.C	20.B
21.D	22.B	23.B	24.C	25.B	26.A	27.C	28.A	29.B	30.C
31.C	32.D	33.A	34.A	35.D	36.A	37.B	38.C	39.B	40.B
41.C	42.B	43.D	44.A	45.A	46.D	47.B	48.D	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1: Đáp án A.**

Thể tích của khối hộp chữ nhật là $V = 3.4.5 = 60$.

Câu 2: Đáp án C.

Ta có $f(x) - m = 0 \Leftrightarrow f(x) = m$.

Số nghiệm của phương trình $f(x) - m = 0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $d: y = m$ (d cùng phương với Ox).

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 1 < m < 2$.

Câu 3: Đáp án A.

Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 10.12 = 120$.

Câu 4: Đáp án B.

Khối cầu nội tiếp hình lập phương có cạnh $a\sqrt{2}$ thì có đường kính là $a\sqrt{2}$

$\Rightarrow$ khối cầu đó có bán kính $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích của khối cầu là $V = \frac{4}{3}\pi.R^3 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3 = \frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 5: Đáp án C.

Diện tích xung quanh của hình trụ tròn xoay là $S_{xq} = 2\pi R.h = 2\pi.3.4 = 24\pi$.

Câu 6: Đáp án C.

Số cách chọn ra đồng thời 3 người từ một nhóm có 12 người là C_{12}^3 .

Câu 7: Đáp án D.

Ta có $y' = \frac{2.2 - 1.1}{(x+2)^2} = \frac{3}{(x+2)^2} > 0, \forall x \neq -2$.

Suy ra hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; +\infty)$.

Câu 8: Đáp án A.

Ta có $\log_{a^2} a^3 = 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_a a = \frac{3}{2}$.

Câu 9: Đáp án D.

Ta có $f'(x) = (2^x + x)' = 2^x \cdot \ln 2 + 1$.

Câu 10: Đáp án D.

Do -4 là số nguyên âm nên hàm số $y = (x-1)^{-4}$ xác định khi $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{-4}$ là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ghi nhớ: Cho hàm số $y = x^a$. Để tìm tập xác định của hàm số ta xét các trường hợp dưới đây:

FOR REVIEW

Xét hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với

$ad-bc \neq 0$ và $c \neq 0$. Nếu $ad-bc > 0$ thì hàm số luôn đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{d}{c}\right)$ và $\left(-\frac{d}{c}; +\infty\right)$.

Ngược lại, nếu $ad-bc < 0$ thì hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty; -\frac{d}{c}\right)$ và

$\left(-\frac{d}{c}; +\infty\right)$.

* Nếu α nguyên dương thì tập xác định là $\mathbb{R}$.

* Nếu α nguyên âm hoặc bằng 0 thì tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

* Nếu α không nguyên, tập xác định là $(0; +\infty)$.

Câu 11: Đáp án B.

$$\text{Ta có } y' = x^2 + 2x - 3; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}.$$

Do $a = \frac{1}{3} > 0$ nên điểm $x = 1$ là điểm cực tiểu của hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x + 1$.

Câu 12: Đáp án D.

Thể tích của khối nón tròn xoay đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 5 = 15\pi$.

Câu 13: Đáp án D.

Phương trình đã cho $\Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$.

Câu 14: Đáp án A.

Thể tích của khối cầu là $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 4^3 = \frac{256\pi}{3}$.

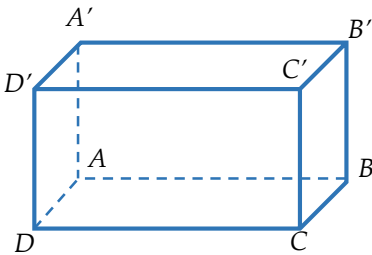
Câu 15: Đáp án D.

Thể tích của khối chóp là $V = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 4 = 8$.

Câu 16: Đáp án A.

Ta có $y' = 1 - 2e^{2x}; y' = 0 \Leftrightarrow e^{2x} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} \in [-1; 1]$.

$$\begin{aligned} \max_{[-1; 1]} y &= \max \left\{ f(-1); f(1); f\left(\frac{1}{2} \ln \frac{1}{2}\right) \right\} = f\left(\frac{1}{2} \ln \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{2} - e^{\ln \frac{1}{2}} \\ &= \frac{\ln \frac{1}{2} - 1}{2} = -\frac{(\ln 2 + 1)}{2}. \end{aligned}$$



Câu 17: Đáp án C.

Thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = AA' \cdot S_{ABCD} = a\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 18: Đáp án C.

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} + \frac{1}{x}}{1} = 2; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2\sqrt{1 - \frac{1}{x^2}} + \frac{1}{x}}{1} = -2$.

Suy ra đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y = 2$ và $y = -2$.

Tại $x = 0$ thì $2\sqrt{x^2 - 1} + 1$ không xác định, vậy đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

Câu 19: Đáp án C.

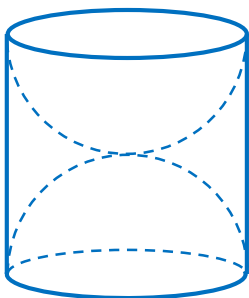
Thể tích của khối gỗ hình trụ tròn xoay ban đầu là $V = B \cdot h = \pi \cdot 1^2 \cdot 2 = 2\pi$.

Tổng thể tích của hai nửa khối cầu chính bằng thể tích của khối cầu có bán kính

$R = 1 \Rightarrow$ Tổng thể tích của hai nửa khối cầu là $V_1 = \frac{4}{3} \pi \cdot 1^3 = \frac{4}{3} \pi$.

Tỉ số thể tích phần còn lại của khối gỗ và cả khối gỗ ban đầu là

$$\frac{V_2}{V} = \frac{V - V_1}{V} = \frac{2\pi - \frac{4}{3}\pi}{2\pi} = \frac{1}{3}.$$



Câu 20: Đáp án B.

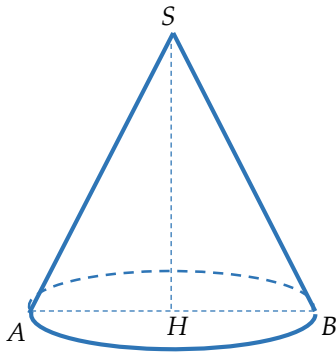
Ta có $\log_4 1250 = \log_{2^2} (2 \cdot 5^4) = \frac{1}{2} \cdot (\log_2 2 + \log_2 5^4) = \frac{1}{2} (1 + 4 \log_2 5) = \frac{1 + 4a}{2}$.

Câu 21: Đáp án D.

Kí hiệu như hình vẽ ta có $HSB = 30^\circ$.

Tam giác SHB vuông tại H có $HSB = 30^\circ \Rightarrow HB = \frac{SB}{2} = a; SH = a\sqrt{3}$.

Thể tích của khối nón đã cho là $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot a\sqrt{3} = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$.

**Câu 22: Đáp án B.**

Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số không có điểm cực trị nên ta loại các trường hợp $\Delta_y = b^2 - 3ac > 0 \Rightarrow$ ta loại A và C.

Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R} \Rightarrow a < 0$. Ta chọn B.

Câu 23: Đáp án B.

Ta có $y' = g'(x) = (-2f(x) + 2019)' = -2f'(x)$.

Từ bảng xét dấu của đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra bảng xét dấu của đạo hàm của hàm số $y = g(x) = -2f(x) + 2019$ như sau

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$	$-$

Vậy ta chọn B.

Câu 24: Đáp án C.

Trong bốn đáp án chỉ có hình thang cân là tứ giác nội tiếp được đường tròn nên ta chọn đáp án C.

Câu 25: Đáp án B.

Kí hiệu như hình vẽ.

Tam giác SAC là tam giác đều có SO là đường trung tuyến, suy ra SO là đường cao của tam giác SAC .

$\Rightarrow SO \perp AC$.

Mặt khác $AC \perp BD$.

Suy ra $(SBD) \perp AC \Rightarrow (ABCD) \perp (SBD) \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a^3 \sqrt{3}}{12}$.

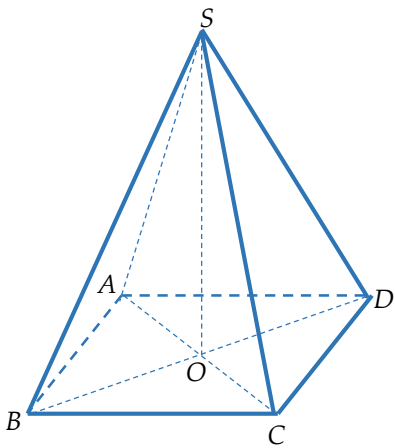
Câu 26: Đáp án A.

Tập xác định $D = (0; +\infty)$. Ta có $f'(x) = \frac{1}{x} - 1 = \frac{1-x}{x}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	-1	$-\infty$

Suy ra hàm số $f(x) = \ln x - x$ đồng biến trên $(0; 1)$.



STUDY TIP

Chú ý yêu cầu bài toán: “Giá trị của biểu thức $\log_2 \frac{b-a}{d}$ là một số nguyên có số ước tự nhiên bằng bao nhiêu?”. Vậy ở bài toán này, ta phải tìm số ước số tự nhiên của 3, tức là 3 có hai ước là 1 và 3.

Câu 27: Đáp án C.

Giả sử cấp số cộng đó là (u_n) ($n \geq 1, n \in \mathbb{N}$), có số hạng đầu u_1 và công sai $d \neq 0$.

$$\text{Từ giả thiết ta có } \begin{cases} u_2 = a = u_1 + d \\ u_{10} = b = u_1 + 9d \end{cases}$$

$$\Rightarrow \log_2 \left(\frac{b-a}{d} \right) = \log_2 \left[\frac{(u_1 + 9d) - (u_1 + d)}{d} \right] = \log_2 8 = 3.$$

Câu 28: Đáp án A.

$$\text{Điều kiện: } x^2 - 2x > 0 \Leftrightarrow x(x-2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 0 \end{cases}$$

$$\log_3 (x^2 - 2x) > 1 \Leftrightarrow x^2 - 2x > 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < -1 \end{cases}$$

Đối chiếu với điều kiện, ta được nghiệm của bất phương trình đã cho là $\begin{cases} x > 3 \\ x < -1 \end{cases}$

Câu 29: Đáp án B.

Do $SABC$ là tứ diện đều cạnh a nên $V_{SABC} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$ (đvtt). Ta có:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot d(S; (ABCD)) \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot d(S; (ABC)) \cdot 2S_{\triangle ABC} = 2V_{S.ABC} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 30: Đáp án C.

Ta có $y' = 3x^2 - 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x = -1$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $x = -1$ là $y = y'(-1) \cdot (x+1) + y(-1)$

$$\Leftrightarrow y = y(-1) \Leftrightarrow y = 0.$$

Câu 31: Đáp án C.

Gọi M', N', P' lần lượt là trọng tâm của $\triangle SAB, \triangle SBC, \triangle SAC$. Mặt phẳng $(M'N'P')$ cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại A', B', C' thì thiết diện của hình chóp $S.ABC$ khi cắt bởi mặt phẳng $(M'N'P')$ là $\triangle A'B'C'$.

$$\text{Gọi } M, N, P \text{ lần lượt là trung điểm của } AB, BC \text{ và } CA \text{ thì } \frac{SM'}{SM} = \frac{SN'}{SN} = \frac{SP'}{SP} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow (M'N'P') \parallel (MNP) \text{ hay } (A'B'C') \parallel (ABC), \text{ và } \frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3}.$$

Áp dụng công thức tỉ số thể tích trong tứ diện, ta có:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{S.A'B'C'} = \frac{8}{27} V_{S.ABC} = \frac{8}{27} V$$

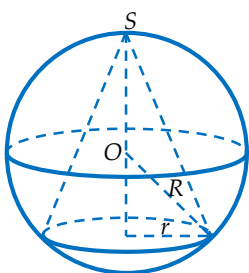
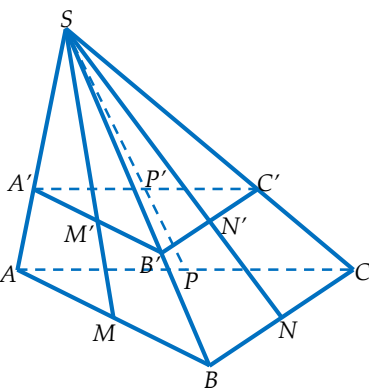
$$\Rightarrow V_{A'B'C'.ABC} = V_{S.ABC} - V_{S.A'B'C'} = V - \frac{8}{27} V = \frac{19}{27} V.$$

Câu 32: Đáp án D.

Từ đề bài ta có hình vẽ bên: Gọi S là đỉnh của hình nón (N) , R và r lần lượt là bán kính của mặt cầu (S) và đường tròn (C) .

$$\text{Chiều cao của hình nón là } h = d(S; (P)) = R + d(O; (P)) = 2 + 1 = 3.$$

$$\text{Bán kính của đường tròn } (C) \text{ là } r = \sqrt{R^2 - d^2(O; (P))} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}.$$



Thể tích khối cầu (S) là $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 2^3 = \frac{32\pi}{3}$ (đvtt).

Thể tích khối nón (N) là $V_2 = \frac{1}{3}h \cdot \pi r^2 = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \pi \cdot (\sqrt{3})^2 = 3\pi$ (đvtt). Vậy $\frac{V_1}{V_2} = \frac{32}{9}$.

Câu 33: Đáp án A.

Cách 1: Phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có nghiệm duy nhất

$\Leftrightarrow$ Hàm số bậc ba $y = f(x) = x^3 - 3mx + 2$ cắt trục hoành Ox tại 1 điểm

$\Leftrightarrow$ Hàm số không có cực trị, hoặc đồ thị hàm số có hai điểm cực trị cùng phía so với trục hoành Ox .

Trường hợp 1: Hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow f'(x) = 3x^2 - 3m = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow m \leq 0$.

Trường hợp 2: Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow f'(x) = 3x^2 - 3m = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > 0$ (*)

Khi đó đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $(-\sqrt{m}; 2 + 2m\sqrt{m})$ và $(\sqrt{m}; 2 - 2m\sqrt{m})$.

Hai điểm cực trị này cùng phía so với Ox khi $(2 + 2m\sqrt{m})(2 - 2m\sqrt{m}) > 0$

$\Leftrightarrow 4 - 4m^3 > 0 \Leftrightarrow m^3 < 1 \Leftrightarrow m < 1$. Đối chiếu điều kiện (*) ta được $0 < m < 1$.

Vậy điều kiện để phương trình đã cho có một nghiệm là $m < 1$.

Cách 2: Ta có $x^3 - 3mx + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ m = \frac{x^3 + 2}{3x} = \frac{x^2}{3} + \frac{2}{3x} \end{cases}$

Xét hàm số $f(x) = \frac{x^2}{3} + \frac{2}{3x}$ trên $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Ta có $f'(x) = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3x^2} = \frac{2}{3}\left(x - \frac{1}{x^2}\right)$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
$g'(x)$	-	-	0	+
$g(x)$	$+\infty$	$+\infty$	1	$+\infty$

Để phương trình $x^3 - 3mx + 2 = 0$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại một điểm duy nhất. Quan sát bảng biến thiên, ta tìm được $m < 1$.

Câu 34: Đáp án A.

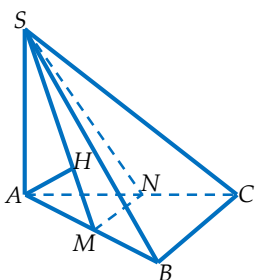
Gọi N là trung điểm của AC , suy ra $BC \parallel MN$ hay $BC \parallel (SMN)$

$\Rightarrow d(BC; SM) = d(BC; (SMN)) = d(B; (SMN)) = d(A; (AMN))$.

Từ A kẻ $AH \perp SM$ ($H \in SM$).

Ta có $BC \perp AB \Rightarrow MN \perp AB, MN \perp SA \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp AH$.

Suy ra $AH \perp (SMN) \Rightarrow AH = d(A; (SMN)) = d(BC; SM)$.



$$\text{Lại có } AB = AC \cdot \sin 60^\circ = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow AM = \frac{1}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow AH = \frac{SA \cdot AM}{SM} = \frac{SA \cdot AM}{\sqrt{SA^2 + AM^2}} = \frac{1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{1^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

Câu 35: Đáp án D.

Đặt $t = \cos x, t \in [-1; 1]$. Xét hàm số $y = f(t) = \frac{3t-1}{t+3}$ trên $[-1; 1]$.

Ta có $f'(t) = \frac{10}{(t+3)^2} > 0, \forall t \in [-1; 1] \Rightarrow$ Hàm số $y = f(t)$ đồng biến trên $[-1; 1]$.

$$\text{Vậy } M = \max_{[-1; 1]} f(t) = f(1) = \frac{1}{2}; m = \min_{[-1; 1]} f(t) = f(-1) = -2 \text{ và } M + m = -\frac{3}{2}.$$

Câu 36: Đáp án A.

Quan sát đồ thị, suy ra $a < 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c < 0$. Loại B, C.

$$\text{Ta có } y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b); y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x^2 = -\frac{b}{2a} \end{cases}$$

Hàm số có 3 điểm cực trị nên phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow -\frac{b}{2a} > 0 \Leftrightarrow \frac{b}{2a} < 0. \text{ Mà } a < 0 \Rightarrow b > 0. \text{ Loại D.}$$

Câu 37: Đáp án B.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DM} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})(\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AD}) = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{DM} = \frac{1}{2} AB^2 - \frac{1}{2} \underbrace{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}_0 - AD^2 = \frac{1}{2} (AD\sqrt{2})^2 - AD^2 = 0 \Rightarrow AC \perp DM.$$

Có $DM \perp AC, DM \perp SA \Rightarrow DM \perp (SAC) \Rightarrow (SDM) \perp (SAC)$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SDM) bằng 90° .

Câu 38: Đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } y' = -3(x-1)^2 + 3m^2; y' = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-m \\ x = 1+m \end{cases}$$

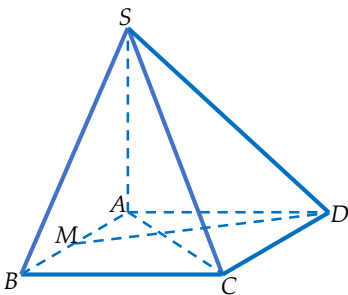
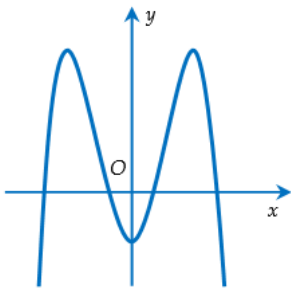
Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow 1-m \neq 1+m \Leftrightarrow m \neq 0$.

Khi đó tọa độ hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(1-m; -2m^3-2)$ và $B(1+m; 2m^3-2)$.

$$\text{Từ giả thiết, ta có } OA = OB \Leftrightarrow \sqrt{(1-m)^2 + (-2m^3-2)^2} = \sqrt{(1+m)^2 + (2m^3-2)^2}$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 4m^6 + 8m^3 + 5 = m^2 + 2m + 4m^6 - 8m^3 + 5 \Leftrightarrow 4m - 16m^3 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m(1-4m^2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = \pm \frac{1}{2} \end{cases}. \text{ Do } m \neq 0 \text{ nên } m = \pm \frac{1}{2}. \text{ Vậy } S = 1.$$



Câu 39: Đáp án B.

Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(1;2)$, bán kính $R_1=1$; đường tròn (C_2) có tâm $I_2(-1;0)$, bán kính $R_2=1$.

$$\text{Từ giả thiết ta có } \begin{cases} 2 = \frac{a+b}{1+c} \\ 0 = \frac{-a+b}{c-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+2c = a+b \\ a=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=b \\ c=a-1 \end{cases} \text{ với } c \neq \pm 1.$$

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có hai đường tiệm cận là $x=-c$ và $y=a$. Suy ra $I(-c;a)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

Nhận xét $I_1I_2 = \sqrt{(-1-1)^2 + (0-2)^2} = 2\sqrt{2} > R_1 + R_2$ nên hai đường tròn (C_1) và (C_2) không cắt nhau. Vì $(C_1), (C_2)$ có $R_1 = R_2 = 1$ và cùng tiếp xúc với hai đường thẳng $x=-c, y=a$ cắt nhau tại $I(-c;a)$ nên (C_1) đối xứng với (C_2) qua I và ngược lại. Khi đó I là trung điểm của I_1I_2 hay $\begin{cases} -2c=0 \\ 2a=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=0 \\ a=1 \end{cases} \Rightarrow b=1.$

Vậy $a+b+c=2$.

Câu 40: Đáp án B.

Để bất phương trình $2f(x) + x^2 > 4x + m$ nghiệm đúng với mọi $x \in (-1;3)$

$$\Leftrightarrow \frac{-x^2 + 4x + m}{2} < f(x), \forall x \in (-1;3) \Leftrightarrow \frac{-x^2 + 4x + m}{2} < \min_{(-1;3)} f(x) = -3, \forall x \in (-1;3)$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + 4x + m < -6, \forall x \in (-1;3) \Leftrightarrow m < x^2 - 4x - 6, \forall x \in (-1;3) (*)$$

Xét hàm số $g(x) = x^2 - 4x - 6$ trên $(-1;3)$. Ta có $g'(x) = 2x - 4; g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Lập bảng biến thiên của hàm số $y = g(x)$, ta thấy $\min_{(-1;3)} g(x) = g(2) = -10$.

Vậy $(*) \Leftrightarrow m < \min_{(-1;3)} g(x) = -10$.

Câu 41: Đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 + 4(m-2)x - 5$; do $ac = 3 \cdot (-5) = -15 < 0$ nên phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm trái dấu x_1, x_2 ($x_1 < 0 < x_2$).

$$\text{Ta có } |x_1| - |x_2| = -2 \Leftrightarrow -x_1 - x_2 = -2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2 \Leftrightarrow -\frac{4}{3}(m-2) = 2 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}.$$

Câu 42: Đáp án B.

$$\text{Ta có } \log(\sin x) + \log(\cos x) = -1 \Leftrightarrow \log(\sin x \cdot \cos x) = -1 \Leftrightarrow \sin x \cdot \cos x = \frac{1}{10}.$$

$$\text{Lại có } (\sin x + \cos x)^2 = \sin^2 x + \cos^2 x + 2\sin x \cos x = 1 + 2 \cdot \frac{1}{10} = \frac{6}{5}.$$

$$\text{Do } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right) \text{ nên } \begin{cases} \sin x > 0 \\ \cos x > 0 \end{cases} \Rightarrow \sin x + \cos x > 0 \Rightarrow \sin x + \cos x = \sqrt{\frac{6}{5}}.$$

$$\text{Suy ra } \log(\sin x + \cos x) = \log\left(\sqrt{\frac{6}{5}}\right) = \frac{1}{2}(\log 6 - \log 5) = \frac{1}{2}[\log 6 - (\log 10 - \log 2)]$$

$$= \frac{1}{2}(\log 6 + \log 2 - \log 10) = \frac{1}{2}(\log 12 - 1). \text{ Vậy } n = 12.$$

Câu 43: Đáp án D.

Ta có $50^x + 2^{x+5} = 3.7^x \Leftrightarrow \left(\frac{50}{7}\right)^x + 32.\left(\frac{2}{7}\right)^x = 3$

* Nếu $x \geq 1$ thì $\left(\frac{50}{7}\right)^x \geq \frac{50}{7} > 3 \Rightarrow \left(\frac{50}{7}\right)^x + 32.\left(\frac{2}{7}\right)^x > 3$.

* Nếu $x < 1$ thì $\left(\frac{2}{7}\right)^x > \left(\frac{2}{7}\right)^1 = \frac{2}{7} \Rightarrow 32.\left(\frac{2}{7}\right)^x > 32.\frac{2}{7} = \frac{64}{7} > 3 \Rightarrow \left(\frac{50}{7}\right)^x + 32.\left(\frac{2}{7}\right)^x > 3$.

Vậy $\left(\frac{50}{7}\right)^x + 32.\left(\frac{2}{7}\right)^x > 3, \forall x \in \mathbb{R}$ hay phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 44: Đáp án A.

Cách 1: Ta xét các trường hợp xảy ra dưới đây:

Trường hợp 1: Số tam giác được tạo thành từ 2 điểm nằm trên một cạnh và 1 điểm không nằm trên cạnh đó là: $C_3^2.15 + C_4^2.14 + C_5^2.13 + C_6^2.12 = 439$ (tam giác).

Trường hợp 2: Số tam giác được tạo thành từ ba điểm nằm trên ba cạnh khác nhau là $C_3^1.C_4^1.C_5^1 + C_3^1.C_4^1.C_6^1 + C_3^1.C_5^1.C_6^1 + C_4^1.C_5^1.C_6^1 = 342$ (tam giác).

Vậy số tam giác cần tìm là $439 + 342 = 781$ (tam giác).

Cách 2: Số cách lấy ra 3 điểm bất kì từ 18 điểm đã cho là C_{18}^3 (cách).

Để chọn ra bộ ba điểm không tạo thành một tam giác, ta lấy ba điểm cùng nằm trên một cạnh và số cách lấy là $C_3^3 + C_4^3 + C_5^3 + C_6^3 = 35$ (cách).

Vậy số tam giác có các đỉnh thuộc ba điểm đã cho là $C_{18}^3 - 35 = 781$ (tam giác).

Câu 45: Đáp án A.

Gọi H là tâm của $\triangle ABC$ đều thì $SH \perp (ABC)$ (do $S.ABC$ là hình chóp đều); gọi N là trung điểm của BC .

Ta có $SA \perp (MBC) \Rightarrow SA \perp MN \Rightarrow \angle AMN = 90^\circ$, mà $SH \perp AN \Rightarrow \angle AHS = 90^\circ$

$$\Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle AHS \Rightarrow \frac{AM}{AH} = \frac{AN}{AS} \Leftrightarrow AH \cdot AN = AM \cdot AS = \frac{3}{4} SA \cdot SA = \frac{3}{4} SA^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4} SA^2 = \frac{2}{3} AN \cdot AN = \frac{2}{3} AN^2 = \frac{2}{3} \left(\frac{2\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 2 \Leftrightarrow SA^2 = \frac{8}{3}$$

$$\text{Suy ra } SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{2}{3} AN \right)^2} = \sqrt{\frac{8}{3} - \frac{4}{9} \cdot \left(\frac{2\sqrt{3}}{2} \right)^2} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{2^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \frac{2}{3} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 46: Đáp án D.

Gọi H là trung điểm của AB thì $OH \perp AB$ và $O'H \perp AB$. Suy ra

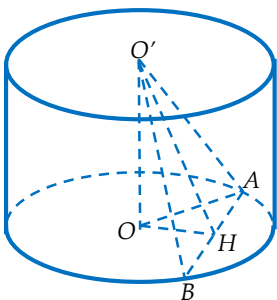
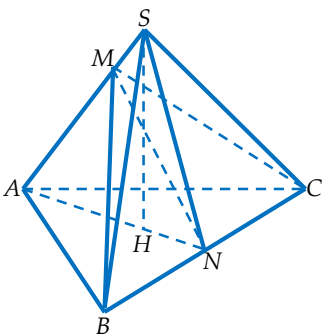
$$\left((O'AB), (OAB) \right) = \angle O'HO = 60^\circ$$

$$\text{Đặt } O'A = O'B = AB = 2x (x > 0) \Rightarrow O'H = \frac{2x\sqrt{3}}{2} = x\sqrt{3}.$$

$$\text{Lại có } OH = \sqrt{OA^2 - AH^2} = \sqrt{R^2 - x^2}.$$

$$\text{Suy ra } \cos \angle O'HO = \frac{OH}{O'H} = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2OH = O'H \Leftrightarrow 4(R^2 - x^2) = 3x^2$$

$$\Leftrightarrow 4R^2 = 7x^2 \Leftrightarrow x = \frac{2R}{\sqrt{7}} \Rightarrow O'H = x\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}R}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{21}R}{7}$$



$$\Rightarrow OO' = O'H \cdot \sin O'HO = \frac{2\sqrt{21}R}{7} \cdot \sin 60^\circ = \frac{2\sqrt{21}R}{7} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{7}R}{7}.$$

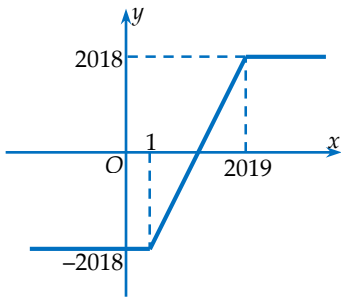
$$\text{Vậy thể tích của khối trụ đã cho là } V = OO' \cdot \pi R^2 = \frac{3\sqrt{7}R}{7} \cdot \pi R^2 = \frac{3\sqrt{7}\pi R^3}{7} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 47: Đáp án B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \sum_{k=1}^{100} (k \times 2^k) &= 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + 99 \cdot 2^{99} + 100 \cdot 2^{100} \\ &= (2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}) + (2^2 + 2^3 + \dots + 2^{100}) + (2^3 + \dots + 2^{100}) + \dots + (2^{99} + 2^{100}) + 2^{100} \\ &= 2(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{99}) + 2^2(1 + 2 + \dots + 2^{98}) + 2^3(1 + \dots + 2^{97}) + \dots + 2^{99}(1 + 2) + 2^{100} \\ &= 2(2^{100} - 1) + 2^2(2^{99} - 1) + 2^3(2^{98} - 1) + \dots + 2^{99}(2^2 - 1) + 2^{100}(2^1 - 1) \\ &= 100 \cdot 2^{101} - (2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{99} + 2^{100}) = 100 \cdot 2^{101} - 2(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{98} + 2^{99}) \\ &= 100 \cdot 2^{101} - 2(2^{100} - 1) = 99 \cdot 2^{101} + 2. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } \log_2 \left(\sum_{k=1}^{100} (k \times 2^k) - 2 \right) = \log_2 (99 \cdot 2^{101}) = 101 + \log_2 99 \Rightarrow \begin{cases} a = 101 \\ b = 99 \\ c = 2 \end{cases}$$

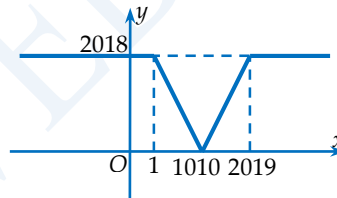
$$\Rightarrow a + b + c = 202.$$

Câu 48: Đáp án D.

$$\text{Ta có } f(x) = |x-1| - |2019-x| = \begin{cases} -2018 & \text{ khi } x < 1 \\ 2x - 2020 & \text{ khi } 1 \leq x < 2019 \\ 2018 & \text{ khi } x \geq 2019 \end{cases}$$

Ta có đồ thị hàm số $y = f(x) = |x-1| - |2019-x|$ như hình vẽ bên.

Từ đó ta vẽ được đồ thị của hàm số $g(x) = |f(x)| = ||x-1| - |2019-x||$ như sau:



Để phương trình $g(x) = 2020 - m$ có nghiệm $\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y = 2020 - m$ cắt đồ thị hàm số $y = g(x) \Leftrightarrow 0 \leq 2020 - m \leq 2018 \Leftrightarrow 2 \leq m \leq 2020$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ và $m \in (0; 2020)$ nên $m \in \{2; 3; 4; \dots; 2019\}$.

Vậy có tất cả $2019 - 2 + 1 = 2018$ giá trị m thỏa mãn bài toán.

Câu 49: Đáp án C.

Gọi chiều dài và chiều rộng của hộp đó lần lượt là $2x$ và x ($x > 0$).

Giả sử giá thành chất liệu làm đáy hộp và bốn mặt bên của hộp là 3 đơn vị tiền/ 1 đơn vị diện tích; giá thành chất liệu làm nắp hộp là 1 đơn vị tiền/ 1 đơn vị diện tích.

Thể tích của hộp là $V = 2x^2h = 48 \Leftrightarrow x^2h = 24$.

Giá thành để làm hộp là

$$3(2x^2 + 2xh + 4xh) + 2x^2 = 8x^2 + 9xh + 9xh \geq 3\sqrt{8x^2 \cdot 9xh \cdot 9xh} = 3\sqrt{648 \cdot (x^2h)^2} = 216$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } \begin{cases} 8x^2 = 9xh \\ x^2h = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{9h}{8} \\ \left(\frac{9}{8}h\right)^2 \cdot h = 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} h = \frac{8}{3} \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy $m=8, n=3 \Rightarrow m+n=11$.

Câu 50: Đáp án B.

MEMORIZE

* Nếu chia đa thức $f(x)$ cho $x - \alpha$ được phần dư bằng β ($\alpha, \beta \in \mathbb{R}$) thì ta có $f(\alpha) = \beta$.
* Khi chia đa thức $f(x)$ cho đa thức $g(x)$ (bậc nhỏ hơn hoặc bằng bậc của $f(x)$), ta thu được thương là đa thức $h(x)$ và phần dư $r(x)$, khi đó $f(x) = g(x) \cdot h(x) + r(x)$.

Từ dữ kiện bài toán, ta đặt $f(x) = a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2 + d(x-2) + e$
 $\Rightarrow f'(x) = 4a(x-2)^3 + 3b(x-2)^2 + 2c(x-2) + d$.

Từ giả thiết, ta có $\begin{cases} f(2) = 2019 \\ f'(2) = 2018 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e = 2019 \\ d = 2018 \end{cases}$

$$\Rightarrow f(x) = a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2 + 2018(x-2) + 2019.$$

$$\Rightarrow f(x) = \left[a(x-2)^2 + b(x-2) + c \right] \cdot (x-2)^2 + 2018(x-2) + 2019$$

Ta có $g(x)$ là phần dư khi chia $f(x)$ cho $(x-2)^2$ nên $g(x) = 2018(x-2) + 2019$

Vậy $g(-1) = 2018 \cdot (-1-2) + 2019 = -4035$.

ĐỀ SỐ 9 – THPT NGUYỄN HUỆ – T.T. HUẾ

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



ĐỀ KIỂM TRA ĐỊNH KÌ NĂM HỌC 2018 - 2019

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x} \text{ là:}$$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 0.

Câu 2: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1;3]$.

- A. $\max_{[1;3]} f(x) = 5.$ B. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}.$
 C. $\max_{[1;3]} f(x) = -6.$ D. $\max_{[1;3]} f(x) = 0.$

Câu 3: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số

$$y = \frac{x+1}{x^2-4} \text{ là:}$$

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

- A. $x = 1; y = 2.$ B. $x = 2; y = 1.$
 C. $x = 1; y = -3.$ D. $x = -1; y = 2.$

Câu 5: Giả sử M, m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{2}; 3\right]$. Khi đó $3M + m$ bằng bao nhiêu?

- A. 12. B. $\frac{35}{6}.$ C. $\frac{7}{2}.$ D. 10.

Câu 6: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 3x + 2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.
 C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$

Câu 7: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số:

$$y = -\frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-3)x - m + 2$$

luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m \in (-\infty; -3] \cup [1; +\infty).$ B. $-3 \leq m \leq 1.$
 C. $m \leq 1.$ D. $-3 < m < 1.$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	-		- 0 +	
y	$+\infty$	$+\infty$	-2	$+\infty$

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
 C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

Câu 9: Tổng các giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2-x^2} - x$ bằng:

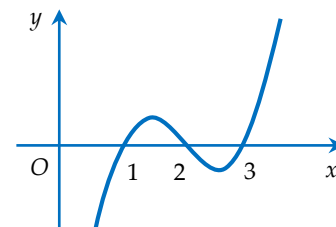
- A. $2 + \sqrt{2}.$ B. 2. C. 1. D. $2 - \sqrt{2}.$

Câu 10: Hàm số $y = \sqrt{4-x^2}$ nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(0; 2).$ B. $(-2; 0).$ C. $(0; +\infty).$ D. $(-2; 2).$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-2)^2(x-3)^3(x+5)^4$. Hàm số $y = f(x)$ có mấy điểm cực trị?

- A. 4. B. 2. C. 5. D. 3.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
 B. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.
 C. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có bốn điểm cực trị.
 D. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.
 B. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
 C. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Câu 14: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = 3x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 12x + 1$ là điểm $M(x_0; y_0)$.
 Tính tổng $T = x_0 + y_0$.

- A. 8. B. 4. C. -11. D. 3.

Câu 15: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2; 3]$.

- A. $\min y = -3$. B. $\min y = 3$.
 C. $\min y = 2$. D. $\min y = 4$.

Câu 16: Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-m}{mx-1}$ không có đường tiệm cận đứng?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 17: Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + n$ có tọa độ điểm cực tiểu là $(1; 3)$. Khi đó $m + n$ bằng:

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 18: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m \in (-3; 3)$ sao cho đồ thị của hàm số $y = \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ có hai tiệm cận ngang?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. 3.

Câu 19: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$ trên tập hợp $D = (-\infty; -1) \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$. Tính giá trị $P = M + m$?

- A. $P = -2$. B. $P = 0$.
 C. $P = -\sqrt{5}$. D. $P = \sqrt{3}$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y = f'(x)$

được cho như hình vẽ. Hàm số $y = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên khoảng nào?

x	-1	0	1	2	3
$f'(x)$	3	1	-1	2	4

- A. $(-2; 0)$. B. $(-4; -2)$. C. $(0; 2)$. D. $(2; 4)$.

Câu 21: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$. Tính tổng P của các giá trị m của S .

- A. 10. B. 9. C. -9. D. -10.

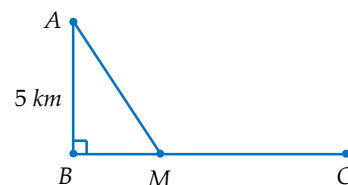
Câu 22: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+1}{4x+m}$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định của hàm số?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. Vô số.

Câu 23: Tìm mối liên hệ giữa các tham số a và b sao cho hàm số $y = f(x) = 2x + a \sin x + b \cos x$ luôn tăng trên $\mathbb{R}$?

- A. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 1$. B. $a + 2b \geq \frac{1+\sqrt{2}}{3}$.
 C. $a^2 + b^2 \leq 4$. D. $a + 2b = 2\sqrt{3}$.

Câu 24: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A có khoảng cách đến bờ biển $AB = 5$ km. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC = 7$ km. Người canh hải đăng có thể chèo đò từ A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc 4km/h rồi đi bộ đến C với vận tốc 6 km/h. Vị trí của M cách B một khoảng bao nhiêu để người đó đi đến kho nhanh nhất?



- A. 0 km. B. $\frac{14+5\sqrt{5}}{12}$ km
 C. $2\sqrt{5}$ km D. 7 km.

Câu 25: Gọi S là tập giá trị, m là số nguyên để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m-2)x + 2m-3$ đạt cực

trị tại 2 điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 18$. Tính tổng P của các giá trị nguyên m của S .

- A. $P = -4$. B. $P = 1$. C. $P = -\frac{3}{2}$. D. $P = -5$.

Câu 26: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm SB , N là điểm trên đoạn SC sao cho $NS = 2NC$. Tính thể tích V của khối chóp $A.BCNM$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{16}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{24}$.
C. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{18}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{11}}{36}$.

Câu 27: Số đỉnh của hình bát diện đều là bao nhiêu?

- A. 12. B. 6. C. 8. D. 10.

Câu 28: Mỗi cạnh của một khối đa diện là cạnh chung của bao nhiêu mặt của khối đa diện?

- A. Bốn mặt. B. Hai mặt.
C. Ba mặt. D. Năm mặt.

Câu 29: Cho khối chóp tam giác có đường cao bằng 100cm và các cạnh đáy bằng 20cm, 21cm, 29cm. Tính thể tích của khối chóp tam giác này.

- A. $7000\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. 6000 cm^3 .
C. 6213 cm^3 . D. 7000 cm^3 .

Câu 30: Cho hình 20 mặt đều có cạnh bằng 2. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = 20\sqrt{3}$. B. $S = 20$.
C. $S = 10\sqrt{3}$. D. $S = 10$.

Câu 31: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $SA = 3a$ và SA vuông góc với đáy, SB tạo với mặt đáy góc 60° . Tính thể tích khối chóp $S.ABC$.

- A. $\frac{9a^3}{2}$. B. $27a^3$. C. $9a^3$. D. $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 32: Hình lập phương có đường chéo của mặt bên bằng 4cm. Tính thể tích khối lập phương đó.

- A. $8\sqrt{2} \text{ cm}^3$. B. $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$.
C. 8 cm^3 . D. $2\sqrt{2} \text{ cm}^3$.

Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2\text{cm}$; $AD = 5\text{cm}$; $AA' = 3\text{cm}$. Tính thể tích của khối chóp $A.A'B'D'$.

- A. 5 cm^3 . B. 10 cm^3 . C. 20 cm^3 . D. 15 cm^3 .

Câu 34: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng $2a$, đáy $ABCD$ là hình vuông. Hình chiếu vuông góc của đỉnh A' trên mặt phẳng đáy trùng với tâm của đáy. Tính theo a thể tích V của khối hộp đã cho.

- A. $V = \frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. B. $V = 4a^3\sqrt{2}$.
C. $V = 8a^3$. D. $V = \frac{8a^3}{3}$.

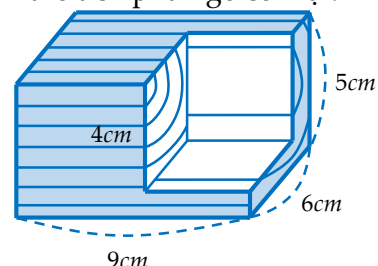
Câu 35: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên tạo với đáy góc 60° . Gọi M là trung điểm của SC . Mặt phẳng đi qua AM và song song với BD , cắt SB, SD lần lượt tại E và F và chia khối chóp thành hai phần. Tính thể tích V của khối chóp không chứa đỉnh S .

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{36}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{9}$.
C. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{18}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{6}}{12}$.

Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên bằng $\frac{a\sqrt{21}}{6}$. Tính theo a thể tích V của khối chóp đã cho.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 37: Một khúc gỗ dạng hình hộp chữ nhật có các kích thước như hình vẽ. Người ta cắt đi một phần khúc gỗ có dạng hình lập phương cạnh bằng 4cm. Tính thể tích phần gỗ còn lại.



- A. 262 cm^3 . B. 54 cm^3 .
C. 145 cm^3 . D. 206 cm^3 .

Câu 38: Hình chóp tứ giác đều có bao nhiêu mặt đối xứng?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 39: Cho (H) là khối lăng trụ đứng tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a . Tính thể tích của (H) .

A. $\frac{a^3}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 40: Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a và tổng diện tích các mặt bên bằng $3a^2$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

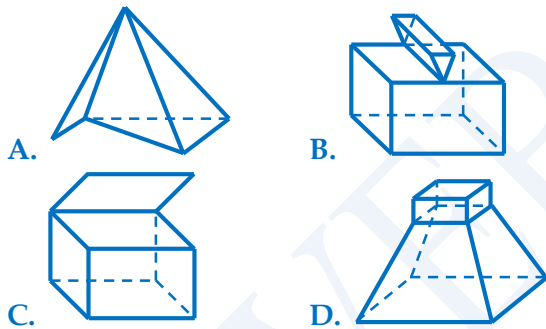
Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và $BA=BC=a$. Cạnh bên $SA=2a$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. B. $V = \frac{a^3}{3}$.
C. $V = \frac{2a^3}{3}$. D. $V = a^3$.

Câu 42: Một hình chóp có 100 cạnh có bao nhiêu mặt?

A. 53. B. 51. C. 50. D. 52.

Câu 43: Trong các vật thể sau đây, vật nào là hình đa diện?



Câu 44: Cho khối chóp có thể tích $V = 36(\text{cm}^3)$ và diện tích mặt đáy $B = 6(\text{cm}^2)$. Tính chiều cao của khối chóp.

A. $h = 18(\text{cm})$. B. $h = \frac{1}{2}(\text{cm})$.
C. $h = 6(\text{cm})$. D. $h = 72(\text{cm})$.

Câu 45: Kim tự tháp Kheops (Kê - ố) ở Ai Cập được xây dựng vào năm 2500 năm trước Công Nguyên. Kim tự tháp này là một khối chóp tứ giác đều có chiều cao 147m, cạnh đáy dài 230m. Tính thể tích của nó.

A. 2592100 m^3 . B. 3888150 m^3 .
C. 7776300 m^3 . D. 2952100 m^3 .

Câu 46: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'B'$

và BC . Mặt phẳng (DMN) chia khối lập phương đã cho thành hai khối đa diện. Gọi (H) là khối đa diện chứa đỉnh A , (H') là khối đa diện còn lại.

Tính tỉ số $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}}$.

A. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{55}{89}$. B. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{37}{48}$.
C. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{1}{2}$. D. $\frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{2}{3}$.

Câu 47: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O ; $AC = 2a\sqrt{3}$; $BD = 2a$. Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) cùng vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Biết khoảng cách từ tâm O đến (SAB) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối chóp theo a .

A. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.
C. $V = a^3\sqrt{3}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 48: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=BD=CD=1$. Khi thể tích của khối tứ diện $ABCD$ lớn nhất thì khoảng cách giữa hai đường thẳng AD và BC bằng:

A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A, D ; $AB=AD=2a$; $CD=a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và $(ABCD)$ bằng 60° . Gọi I là trung điểm AD , biết hai mặt phẳng $(SBI), (SCI)$ cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{3\sqrt{19}}{5}a^3$. B. $\frac{3\sqrt{23}}{5}a^3$.
C. $\frac{3\sqrt{17}}{5}a^3$. D. $\frac{3\sqrt{15}}{5}a^3$.

Câu 50: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và $SA=SB=SC=1$. Tính thể tích lớn nhất $V_{\max}$ của khối chóp đã cho.

A. $V_{\max} = \frac{1}{6}$. B. $V_{\max} = \frac{\sqrt{2}}{12}$.
C. $V_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{12}$. D. $V_{\max} = \frac{1}{12}$.

ĐÁP ÁN

1A	2B	3D	4A	5A	6C	7B	8D	9D	10C
11B	12B	13A	14C	15C	16A	17A	18A	19C	20B
21B	22C	23C	24C	25B	26C	27B	28B	29D	30A
31B	32B	33A	34B	35B	36D	37D	38D	39B	40C
41B	42B	43D	44A	45A	46A	47D	48B	49D	50A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1: Đáp án A.**

$$\text{Ta có } y = \frac{(\sqrt{x+9}-3)(\sqrt{x+9}+3)}{x(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{x}{x(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)}$$

$$\text{Và } \lim_{x \rightarrow (-1)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = -\infty; \lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{1}{(x+1)(\sqrt{x+9}+3)} = +\infty$$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x^2+x}$ có một đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

Câu 2: Đáp án B.

$$\text{Đạo hàm } y' = 3x^2 - 16x + 16; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \in [1; 3] \\ x = 4 \notin [1; 3] \end{cases}$$

$$\text{Ta có } f(1) = 0; f\left(\frac{4}{3}\right) = \frac{13}{27}; f(3) = -6. \text{ Vậy } \max_{[1; 3]} f(x) = \frac{13}{27}.$$

Câu 3: Đáp án D.

$$\text{Ta có } y = \frac{x+1}{(x-2)(x+2)};$$

$$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x+1}{(x-2)(x+2)} = -\infty; \lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = \lim_{x \rightarrow (-2)^+} \frac{x+1}{(x-2)(x+2)} = +\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} y = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x+1}{(x-2)(x+2)} = -\infty; \lim_{x \rightarrow 2^+} y = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x+1}{(x-2)(x+2)} = +\infty;$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = 0; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+1}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{4}{x^2}} = 0$$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-4}$ có hai đường tiệm cận đứng là $x = -2$ và $x = 2$; một đường tiệm cận ngang là $y = 0$.

Câu 4: Đáp án A.

Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có một đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và một đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 5: Đáp án A.

$$\text{Đạo hàm: } y' = 1 - \frac{1}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \notin \left[\frac{1}{2}; 3\right] \\ x = 1 \in \left[\frac{1}{2}; 3\right] \end{cases}$$

MEMORIZE

$$\text{Đồ thị hàm số } y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

($ad - bc \neq 0; c \neq 0$) luôn có một đường tiệm cận đứng là $x = -\frac{d}{c}$; một đường tiệm

cận ngang là $y = \frac{a}{c}$.

$$\text{Ta có: } y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{5}{2}; y(1) = 2; y(3) = \frac{10}{3}. \text{ Suy ra } \begin{cases} M = \max_{\left[\frac{1}{2}; 3\right]} y = \frac{10}{3} \\ m = \min_{\left[\frac{1}{2}; 3\right]} y = 2 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } 3M + m = 3 \cdot \frac{10}{3} + 2 = 12.$$

FOR REVIEW

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K .

* Nếu $f'(x) \geq 0$ với mọi x thuộc K và $f'(x) = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thì hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên K .

* Nếu $f'(x) \leq 0$ với mọi x thuộc K và $f'(x) = 0$ chỉ tại hữu hạn điểm thì hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên K .

Câu 6: Đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = -3x^2 + 6x - 3 = -3(x-1)^2 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1.$$

Suy ra hàm số đã cho luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 7: Đáp án B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm $y' = -x^2 - 2mx + 2m - 3$. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ có nghĩa là

$$y' \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -x^2 - 2mx + 2m - 3 \leq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 + 2m - 3 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (m-1)(m+3) \leq 0 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1.$$

Câu 8: Đáp án D.

Quan sát bảng biến thiên ta thấy:

* Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; 1)$.

* Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 9: Đáp án D.

Tập xác định: $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = \frac{-x}{\sqrt{2-x^2}} - 1 = -\frac{x+\sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}}, x \in (-\sqrt{2}; \sqrt{2}); y' = 0 \Leftrightarrow x + \sqrt{2-x^2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2-x^2} = -x \Leftrightarrow \begin{cases} -x \geq 0 \\ 2-x^2 = (-x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0 \\ x^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

$$\text{Ta có } y(-\sqrt{2}) = \sqrt{2}; y(-1) = 2; y(\sqrt{2}) = -\sqrt{2}. \text{ Suy ra } \min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = -\sqrt{2}; \max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = 2.$$

$$\text{Vậy } \min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y + \max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} y = 2 - \sqrt{2}.$$

Câu 10: Đáp án C.

Tập xác định: $D = [-2; 2]$.

$$\text{Đạo hàm: } y' = \frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}, x \in (-2; 2); y' = 0 \Leftrightarrow x = 0 \in (-2; 2).$$

Lập bảng biến thiên của hàm số, ta thấy $y' < 0, \forall x \in (0; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Câu 11: Đáp án B.

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ x = -1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

FOR REVIEW

Nếu $f'(x)$ là một hàm đa thức và phương trình $f'(x) = 0$ có nghiệm x_0 , x_0 là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ khi và chỉ khi x_0 là nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$, vì khi đó $f'(x)$ sẽ đổi dấu khi x đi qua x_0 .

Do $x = -5$ và $x = 2$ là các nghiệm bội chẵn của phương trình $f'(x) = 0$ nên hàm số không đạt cực trị tại các điểm $x = -5, x = 2$.

Do $x = -1$ và $x = 3$ là các nghiệm bội lẻ của phương trình $f'(x) = 0$ nên hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x = -1; x = 3$.

Câu 12: Đáp án B.

Quan sát đồ thị hàm số $y = f'(x)$ (hình vẽ) suy ra $f'(x) < 0, \forall x \in (-\infty; 1) \cup (2; 3)$ và $f'(x) > 0, \forall x \in (1; 2) \cup (3; +\infty)$.

MEMORIZE

Xét hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên K.

* Nếu đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua x_0 thì hàm số đạt cực tiểu tại điểm x_0 .

* Nếu đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi x đi qua x_0 thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 .

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$			
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$								

Quan sát bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(x)$ có ba điểm cực trị.

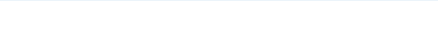
Câu 13: Đáp án A.

Câu 14: Đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 12x^3 - 12x^2 - 12x + 12 = 12(x+1)(x-1)^2; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$						$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là $M(-1; -10)$.

Vậy $x_0 = -1; y_0 = -10 \Rightarrow x_0 + y_0 = -11$.

Câu 15: Đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ và $[2; 3] \subset D$.

Đạo hàm: $y' = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in [2; 3] \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $[2; 3]$.

Vậy $\min_{[2; 3]} y = y(3) = \frac{3+1}{3-1} = 2$.

Câu 16: Đáp án A.

Để đồ thị hàm số $y = \frac{x-m}{mx-1}$ không có tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình

$mx-1=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm $x=m$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m^2-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 \\ m=\pm 1 \end{cases}$$

Câu 17: Đáp án A.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = 3x^2 - 4mx + m^2$

a. Điều kiện cần: Để hàm số đạt cực trị tại điểm $x=1$ thì phương trình $y' = 0$ phải có một nghiệm $x=1$.

$$\text{Suy ra } y'(1)=0 \Leftrightarrow 3-4m+m^2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=3 \end{cases}$$

b. Điều kiện đủ:

* Với $m=1$ thì $y' = 3x^2 - 4x + 1; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{1}{3} \end{cases}$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-	0	+	
$g(x)$	$-\infty$					$+\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Để $y_{CT} = 3$ thì $y(1) = 3 \Leftrightarrow 1^3 - 2.1.1^2 + 1^2.1 + n = 3 \Leftrightarrow n = 3$. Khi đó $m+n=1+3=4$.

* Với $m=3$ thì $y' = 3x^2 - 12x + 9; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=3 \end{cases}$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$g'(x)$	+		0	-	0	+	
$g(x)$	$-\infty$						$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$, đạt cực tiểu tại $x=3$ (không thỏa mãn yêu cầu bài toán).

Câu 18: Đáp án A.

* Khi $m < 0$ thì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}}$ không tồn tại, do $mx^2 \rightarrow -\infty$ khi $x \rightarrow \pm\infty$,

suy ra $mx^2+1 \rightarrow -\infty$ khi $x \rightarrow \pm\infty$ hay $\sqrt{mx^2+1}$ không có nghĩa (không xác định).

* Khi $m=0$ thì $y = x+1$. Khi đó $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

* Khi $m > 0$ thì $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{mx^2+1}} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1+\frac{1}{x}}{-\sqrt{m+\frac{1}{x^2}}} = -\frac{1}{\sqrt{m}}$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \frac{1}{\sqrt{m}}$.

Suy ra đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.

Vậy những giá trị m cần tìm thỏa mãn bài toán là: $0 < m < 3$. Có hai giá trị nguyên.

Câu 19: Đáp án C.

Xét hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$ trên $D = (-\infty; -1) \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

Đạo hàm: $y' = \frac{\frac{x(x-2)}{\sqrt{x^2-1}} - \sqrt{x^2-1}}{(x-2)^2} = \frac{1-2x}{(x-2)^2 \sqrt{x^2-1}}$ với $x \in (-\infty; -1) \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \notin (-\infty; -1) \cup \left[1; \frac{3}{2}\right]$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
y'	+		-		
y	-1	0	0	$-\sqrt{5}$	

Từ bảng biến thiên suy ra $M = \max_D y = 0$; $m = \min_D y = -\sqrt{5}$. Vậy $P = M + m = -\sqrt{5}$.

Câu 20: Đáp án B.

Đặt $g(x) = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ thì $g'(x) = \left(1 - \frac{x}{2}\right)' \cdot f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1 = -\frac{1}{2}f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1$

Hàm số $g(x)$ nghịch biến khi $g'(x) < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) + 1 < 0 \Leftrightarrow f'\left(1 - \frac{x}{2}\right) > 2$ (1)

Từ bảng biến thiên: $f'(x) > 2 \Rightarrow 2 < x < 3$. Khi đó $f'(u(x)) > 2 \Rightarrow 2 < u(x) < 3$.

Vậy (1) $\Rightarrow 2 < 1 - \frac{x}{2} < 3 \Leftrightarrow -4 < x < -2$ và hàm số $y = g(x) = f\left(1 - \frac{x}{2}\right) + x$ nghịch biến trên $(-4; -2)$.

Câu 21: Đáp án B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

Đạo hàm: $y' = \frac{-m+1}{(x-m)^2}, (x \neq m)$. Hàm số $y = \frac{x-1}{x-m}$ luôn đơn điệu trên mỗi

khoảng xác định $(-\infty; m)$ và $(m; +\infty)$.

Để hàm số nghịch biến trên $(4; +\infty)$ thì $\begin{cases} y' < 0, \forall x \neq m \\ (4; +\infty) \subset (m; +\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+1 < 0 \\ m \leq 4 \end{cases}$

$\Leftrightarrow 1 < m \leq 4$. Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{2; 3; 4\} \Rightarrow S = \{2; 3; 4\}$. Vậy $P = 2 + 3 + 4 = 9$.

Câu 22: Đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{m}{4} \right\}$.

Đạo hàm: $y' = \frac{m^2 - 4}{(4x + m)^2}; \left(x \neq -\frac{m}{4} \right)$.

Để hàm số đã cho luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi

$$y' < 0, \forall x \neq -\frac{m}{4} \Leftrightarrow m^2 - 4 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 2. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{-1; 0; 1\}.$$

Vậy có 3 giá trị m nguyên thỏa mãn bài toán.

Câu 23: Đáp án C.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = f'(x) = 2 + a \cos x - b \sin x$. Hàm số luôn tăng trên $\mathbb{R}$ có nghĩa là

luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$. Khi đó $f'(x) \geq 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 2 + a \cos x - b \sin x \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot \sin x - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cdot \cos x \leq \frac{2}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \forall x \in \mathbb{R} \quad (*)$$

Đặt $\sin \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Khi đó $(*) \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \geq \sin x \cdot \cos \alpha - \cos x \cdot \sin \alpha, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \geq \sin(x - \alpha), \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \geq \max_{\mathbb{R}} \{ \sin(x - \alpha) \} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{a^2 + b^2} \leq 2 \Leftrightarrow a^2 + b^2 \leq 4.$$

Câu 24: Đáp án C.

Đặt $BM = x \Rightarrow BC = 7 - x \quad (0 \leq x \leq 7)$. Ta có $AM = \sqrt{AB^2 + BM^2} = \sqrt{x^2 + 25}$.

Thời gian chèo đò từ A đến vị trí M trên bờ biển là $t_{AM} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4}$ (giờ).

Thời gian đi bộ từ M đến C là $t_{MC} = \frac{7 - x}{6}$ (giờ).

Thời gian để người đó đi đến kho là: $t = t_{AM} + t_{MC} = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7 - x}{6}$ (giờ).

Xét hàm số $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 25}}{4} + \frac{7 - x}{6}$ trên $[0; 7]$.

Đạo hàm $f'(x) = \frac{x}{4\sqrt{x^2 + 25}} - \frac{1}{6}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\sqrt{x^2 + 25} = 3x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 4(x^2 + 25) = 9x^2 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 5x^2 = 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow x = 2\sqrt{5} \in [0; 7].$$

Ta có $f(0) = \frac{29}{12}; f(2\sqrt{5}) = \frac{14 + 5\sqrt{5}}{12}; f(7) = \frac{\sqrt{74}}{4}$. Suy ra $\min_{[0; 7]} f(x) = \frac{14 + 5\sqrt{5}}{12}$.

Vậy để người đó đi đến kho nhanh nhất thì $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0; 7]$.

Khi đó $BM = x = 2\sqrt{5}$.

Câu 25: Đáp án B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

MEMORIZE

$$g(m) \geq f(x), \forall x \in D$$

$$\Leftrightarrow g(m) \geq \max_D f(x)$$

$$g(m) \leq f(x), \forall x \in D$$

$$g(m) \leq \min_D f(x)$$

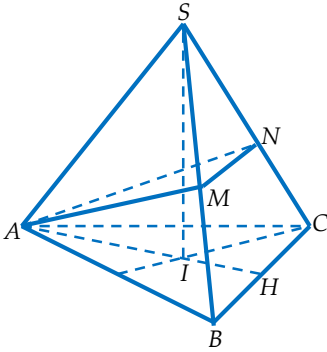
Đạo hàm: $y' = x^2 - 2(m+1)x + m - 2$. Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = (m+1)^2 - (m-2) = m^2 + m + 3 > 0 \text{ (Luôn đúng } \forall m).$$

Theo định lý Vi-ét ta có:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = m-2 \end{cases}$$

Yêu cầu bài toán $x_1^2 + x_2^2 = 18 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 18 \Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 2(m-2) = 18$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 6m - 10 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{5}{2} \end{cases}. \text{ Do } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } S = \{1\}. \text{ Vậy } P = 1.$$



MEMORIZE

Cho hình chóp (tứ diện) S.ABC, trên các cạnh SA, AB, SC lần lượt lấy các điểm A', B', C'. Khi đó ta có công thức tỉ số thể tích như sau:

$$\frac{V_{S.A'B'C'}}{V_{S.ABC}} = \frac{SA'}{SA} \cdot \frac{SB'}{SB} \cdot \frac{SC'}{SC}$$

Câu 26: Đáp án C.

Gọi I là trọng tâm ΔABC , H là trung điểm BC. Do S.ABC là hình chóp đều nên

$$SI \perp (ABC), \text{ và } \Delta ABC \text{ đều cạnh bằng } a \text{ nên } AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AI = \frac{2}{3}AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

Ta có ΔSIA vuông tại I nên $SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{33}a}{3}.$

Thể tích khối chóp S.ABC là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SI \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\sqrt{33}a}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{11}a^3}{12}$ (đvtt).

Từ giả thiết ta có $\begin{cases} \frac{SM}{SB} = \frac{1}{2} \\ \frac{SN}{SC} = \frac{2}{3} \end{cases}$. Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có:

$$\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABC}} = \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SN}{SC} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{V_{S.ABC}}{3}.$$

Vậy $V = V_{A.BCNM} = V_{S.ABC} - V_{S.AMN} = V_{S.ABC} - \frac{1}{3}V_{S.ABC} = \frac{2}{3}V_{S.ABC} = \frac{\sqrt{11}a^3}{18}$ (đvtt).

Câu 27: Đáp án B.

Câu 28: Đáp án B.

Câu 29: Đáp án D.

Ta thấy: $20^2 + 21^2 = 841 = 29^2$ nên mặt đáy của hình chóp là một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông là 20cm và 21cm, cạnh huyền có độ dài bằng

$$29\text{cm}. \text{ Diện tích tam giác này là } S = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 21 = 210 (\text{cm}^2).$$

Chiều cao của hình chóp là $h = 100\text{cm}$. Vậy thể tích khối chóp là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 210 \cdot 100 = 7000 (\text{cm}^3).$$

Câu 30: Đáp án A.

Hình 20 mặt đều gồm có 20 mặt bên, với mỗi mặt bên là một tam giác đều có

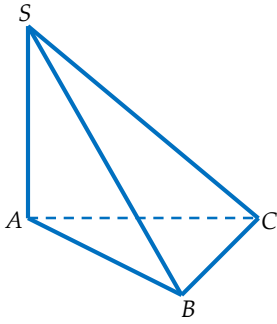
cạnh $a = 2$. Diện tích một mặt bên là: $S_b = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$ (đvdt).

Tổng diện tích các mặt của hình đa diện đó là: $S = 20S_b = 20\sqrt{3}$ (đvdt).

Câu 31: Đáp án B.

Từ giả thiết ta có $SA \perp (ABC) \Rightarrow (SB, (ABC)) = (SB, AB) = SBA = 60^\circ.$





Do ΔSAB vuông tại A nên $AB = SA \cdot \cot SBA = 3a \cdot \cot 60^\circ = \sqrt{3}a$.

ΔABC vuông cân tại B nên có diện tích $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB^2 = \frac{1}{2} \cdot (\sqrt{3}a)^2 = \frac{3a^2}{2}$ (đvdt).

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot 3a \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{3a^3}{2}$ (đvtt).

Câu 32: Đáp án B.

Gọi cạnh của hình lập phương có độ dài là x (cm).

Từ giả thiết ta có $x\sqrt{2} = 4 \Leftrightarrow x = 2\sqrt{2}$ (cm).

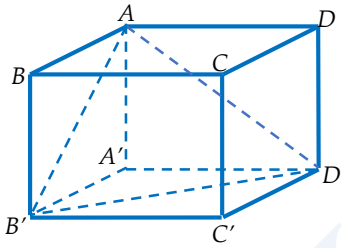
Thể tích khối lập phương là: $V = x^3 = (2\sqrt{2})^3 = 16\sqrt{2}$ (cm³).

Câu 33: Đáp án A.

MEMORIZE

Tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau (tam diện vuông) thì thể tích của nó được tính theo công thức:

$$V = \frac{1}{6} \cdot AB \cdot AC \cdot AD$$



Ta có $V_{A.A'B'D'} = \frac{1}{6} \cdot AA' \cdot A'B' \cdot A'D' = \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5 = 5$ (cm³).

Câu 34: Đáp án B.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Từ giả thiết ta có $A'O \perp (ABCD)$.

Ta có $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$ nên $AC = 2a\sqrt{2} \Rightarrow OA = OC = a\sqrt{2}$.

Lại có $\Delta A'OA$ vuông tại O nên $OA' = \sqrt{A'A^2 - OA^2} = \sqrt{(2a)^2 - (a\sqrt{2})^2} = a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối hộp là: $V = OA' \cdot S_{ABCD} = a\sqrt{2} \cdot (2a)^2 = 4\sqrt{2}a^3$ (đvtt).

Câu 35: Đáp án B.

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Theo giả thiết ta có $SO \perp (ABCD)$ và $\angle SAO = (\angle SA, (ABCD)) = 60^\circ$.

Gọi I là giao điểm của AM và SO . Qua I kẻ đường thẳng song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại E và F . Khi đó mặt phẳng mà đề bài cho chính là mặt $(AEMF)$.

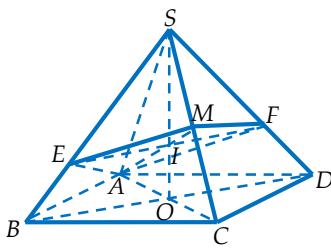
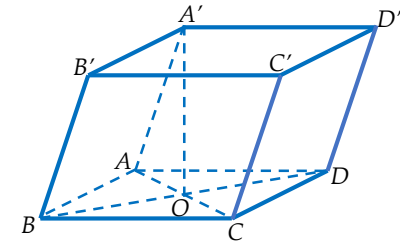
ΔSAC có O, M lần lượt là trung điểm của AC và SC , $I = AM \cap SO$ nên I là trọng tâm của $\Delta SAC \Rightarrow \frac{SI}{SO} = \frac{2}{3} = \frac{SE}{SB} = \frac{SF}{SD}$.

Áp dụng công thức tỉ số thể tích ta có:
$$\begin{cases} \frac{V_{S.AEM}}{V_{S.ABC}} = \frac{SE}{SB} \cdot \frac{SM}{SC} = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{3} \\ \frac{V_{S.AMF}}{V_{S.ACD}} = \frac{SM}{SC} \cdot \frac{SF}{SD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{S.AEMF} = V_{S.AEM} + V_{S.AMF} = \frac{1}{3} (V_{S.ABC} + V_{S.ACD}) = \frac{1}{3} V_{S.ABCD}$$

$$\Rightarrow V_{AEMFBCD} = V_{S.ABCD} - V_{S.AEMF} = V_{S.ABCD} - \frac{1}{3} V_{S.ABCD} = \frac{2}{3} V_{S.ABCD}$$

$$\Delta SOA \text{ vuông tại } O \text{ nên } SO = OA \cdot \tan \angle SAO = \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$



$$\text{Suy ra } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}.$$

$$\text{Vậy } V_{AEMFBCD} = \frac{2}{3} V_{S.ABCD} = \frac{2}{3} \cdot \frac{a^3\sqrt{6}}{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{9} \text{ (đvtt).}$$

Câu 36: Đáp án D.

Gọi I là trọng tâm của $\triangle ABC$ và H là trung điểm của BC . Do $S.ABC$ là hình chóp

đều có cạnh đáy bằng a nên $SI \perp (ABC)$ và $AH = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AI = \frac{2}{3} AH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$\text{Ta có } \triangle SIA \text{ vuông tại } I \text{ nên } SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{21}}{6}\right)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Diện tích của } \triangle ABC \text{ là } S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối chóp } S.ABC \text{ là } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SI \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24} \text{ (đvtt).}$$

Câu 37: Đáp án D.

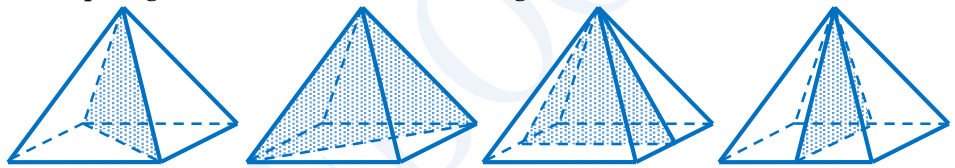
Thể tích khối gỗ hình hộp chữ nhật ban đầu là $V_1 = 9.6.5 = 270 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Thể tích khối gỗ hình lập phương bị cắt đi là $V_2 = 4^3 = 64 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Thể tích khối gỗ còn lại là $V = V_1 - V_2 = 270 - 64 = 206 \text{ (cm}^3\text{)}$.

Câu 38: Đáp án D.

Hình chóp tứ giác đều có bốn mặt đối xứng.

**Câu 39: Đáp án B.**

Đáy của (H) là tam giác đều có cạnh bằng a , nên diện tích là $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ (đvdt)}$.

Chiều cao của (H) là $h = a$. Vậy thể tích của khối lăng trụ (H) là:

$$V = S \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 40: Đáp án C.

Gọi h là chiều cao của khối lăng trụ tam giác đều. Diện tích một mặt bên là ah , suy ra tổng diện tích các mặt bên là $S = 3ah = 3a^2 \Leftrightarrow h = a$.

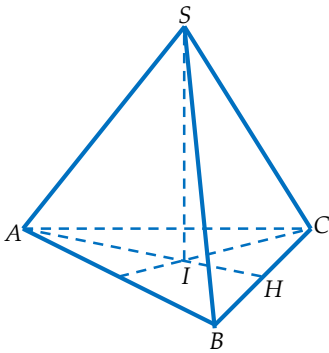
$$\text{Diện tích mặt đáy là } S_d = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \text{ (đvdt)}.$$

$$\text{Vậy thể tích khối lăng trụ là: } V = S_d \cdot h = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a = \frac{a^3\sqrt{3}}{4} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 41: Đáp án B.

Do $\triangle ABC$ vuông tại B nên có diện tích là $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \cdot BA \cdot BC = \frac{a^2}{2} \text{ (đvdt)}$.

$$\text{Thể tích khối chóp: } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3}{3} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 42: Đáp án B.

* Giả sử hình chóp (N) có mặt đáy là một đa diện lồi n đỉnh, tức đáy có n cạnh.

Nối đỉnh của hình chóp với mỗi đỉnh ở đáy, ta được một cạnh bên. Do đáy có n đỉnh nên hình chóp có n cạnh bên.

Khi đó số tổng số cạnh của hình chóp (N) là $2n$ cạnh.

* Bên cạnh đó, đỉnh của hình chóp sẽ tạo với cạnh đáy một tam giác, mặt phẳng chứa tam giác đó gọi là mặt bên của hình chóp. Do đáy có n cạnh nên hình chóp (N) có n mặt bên.

Như vậy tổng số mặt của hình chóp (N) là $n+1$ mặt (n mặt bên và 1 mặt đáy).

Vậy ta có kết luận sau: “Nếu một hình chóp có $2n$ cạnh thì số mặt của hình chóp đó là $n+1$ ”.

Áp dụng vào bài toán ta có: $2n=100 \Leftrightarrow n=50$. Vậy số mặt của hình chóp có 100 cạnh là $n+1=50+1=51$ (mặt).

Câu 43: Đáp án D.

Câu 44: Đáp án A.

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy B , chiều cao h được tính theo công thức:

$$V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{3V}{B} = \frac{3 \cdot 36}{6} = 18 \text{ (cm)}.$$

Câu 45: Đáp án A.

Thể tích của kim tự tháp là: $V = \frac{1}{3} \cdot S \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 230^2 \cdot 147 = 2592100 \text{ (m}^3\text{)}.$

Câu 46: Đáp án A.

Ta có $DN = (DMN) \cap (ABCD)$.

Gọi $B_1 = DN \cap AB$. Trong mặt phẳng $(ABB'A')$ gọi $E = B_1M \cap BB'$

$\Rightarrow EM = (DMN) \cap (ABB'A')$ và $EN = (DMN) \cap (BCC'B')$.

Gọi $A_1 = B_1M \cap AA'$. Trong mặt phẳng $(ADD'A')$ gọi $F = A_1D \cap A'D'$

$\Rightarrow DF = (DMN) \cap (ADD'A')$ và $MF = (DMN) \cap (A'B'C'D')$.

Vậy thiết diện của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ khi cắt bởi mặt phẳng (DMN) là ngũ giác $MENDF$. Mặt phẳng thiết diện này chia khối lập phương thành hai phần: Khối đa diện $AEBNDFM$ có thể tích $V_{(H)}$ và khối đa diện $C'B'ENDD'FM$ có thể tích $V_{(H')}$.

$$\text{Lại có } EN \parallel A_1D \Rightarrow \frac{B_1E}{B_1A_1} = \frac{B_1N}{B_1D} = \frac{B_1B}{B_1A} = \frac{1}{2} \Rightarrow A_1E = \frac{1}{2} A_1B_1.$$

$$\text{Và } A'A_1 \parallel B'E \Rightarrow \frac{MA_1}{ME} = \frac{MA'}{MB'} = 1.$$

$$\text{Suy ra } A_1M = \frac{1}{2} A_1E = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} A_1B_1 = \frac{1}{4} A_1B_1 \Rightarrow \frac{A_1M}{A_1B_1} = \frac{1}{4} = \frac{A_1A'}{A_1A} = \frac{A_1F}{A_1D}.$$

Áp dụng công thức tính tỉ số thể tích ta có:

$$\frac{V_{A_1.A'MF}}{V_{A_1.AB_1D}} = \frac{A_1A'}{A_1A} \cdot \frac{A_1M}{A_1B_1} \cdot \frac{A_1F}{A_1D} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{64} \Rightarrow V_{A_1.A'MF} = \frac{1}{64} V_{A_1.AB_1D} = \frac{V}{64};$$

$$\frac{V_{B_1.BEN}}{V_{B_1.AA_1D}} = \frac{B_1B}{B_1A} \cdot \frac{B_1E}{B_1A_1} \cdot \frac{B_1N}{B_1D} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow V_{B_1.BEN} = \frac{1}{8} V_{B_1.AA_1D} = \frac{V}{8}.$$

FOR REVIEW

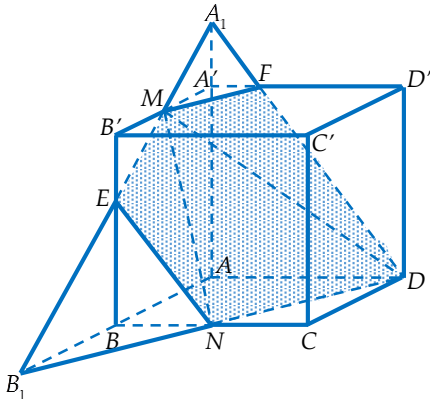
Nếu một hình chóp có $2n$ cạnh thì tổng số mặt của hình chóp đó là $n+1$ mặt.

MEMORIZE

Hình đa diện thỏa mãn đồng thời hai tính chất sau:

a. Hai đa giác phân biệt chỉ có thể hoặc không có điểm chung, hoặc chỉ có một đỉnh chung, hoặc chỉ có một cạnh chung.

b. Mỗi cạnh của đa giác nào cũng là cạnh chung của đúng hai đa giác.

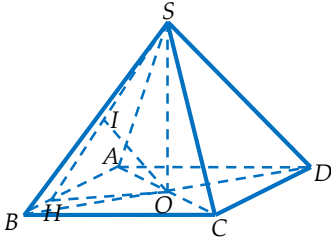


$$\text{Khi đó } V_{(H)} = V_{A_1.AB_1D} - V_{A_1.A'MF} - V_{B_1.BEN} = V - \frac{V}{64} - \frac{V}{8} = \frac{55}{64}V.$$

$$\text{Mà } V = V_{A_1.AB_1D} = \frac{1}{6}.AA_1.AB_1.AD = \frac{1}{6} \cdot \frac{4a}{3} \cdot 2a \cdot a = \frac{4a^3}{9} \text{ (đvtt)}$$

$$\Rightarrow V_{(H)} = \frac{55}{64}V = \frac{55}{64} \cdot \frac{4a^3}{9} = \frac{55a^3}{144} \Rightarrow V_{(H')} = V_{ABCD.A'B'C'D'} - V_{(H)} = a^3 - \frac{55a^3}{144} = \frac{89a^3}{144}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V_{(H)}}{V_{(H')}} = \frac{55}{89}.$$



MEMORIZE

Cho $\triangle ABC$ vuông tại A có $AB = c, AC = b$. Đường cao $AH = h$ có độ dài được tính theo công thức:

$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}.$$

Câu 47: Đáp án D.

$$\text{Ta có } \begin{cases} (SAC) \cap (SBD) = SO \\ (SAC) \perp (ABCD) \\ (SBD) \perp (ABCD) \end{cases} \Rightarrow SO \perp (ABCD).$$

Trong mặt phẳng $(ABCD)$, kẻ $OH \perp AB (H \in AB)$, mà $AB \perp SO$ nên $AB \perp (SOH) \Rightarrow (SAB) \perp (SOH)$.

Trong mặt phẳng (SOH) : Kẻ $OI \perp SH (I \in SH)$ thì $OI \perp (SAB)$.

$$\text{Suy ra } OI = d(O; (SAB)) = \frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Do $\triangle OAB$ vuông tại O có đường cao là OH nên:

$$\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} = \frac{1}{(a\sqrt{3})^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Leftrightarrow OH = \frac{\sqrt{3}a}{2}.$$

Do $\triangle SOH$ vuông tại O có OI là đường cao nên:

$$\frac{1}{OI^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OH^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SO^2} = \left(\frac{4}{a\sqrt{3}} \right)^2 - \frac{4}{3a^2} = \frac{4}{a^2} \Leftrightarrow SO = \frac{a}{2}.$$

$$\text{Diện tích hình thoi } ABCD \text{ là } S_{ABCD} = \frac{1}{2}.AC.BD = \frac{1}{2}.2a\sqrt{3}.2a = 2\sqrt{3}a^2 \text{ (đvdt)}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối chóp } S.ABCD \text{ là } V = \frac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot 2\sqrt{3}a^2 = \frac{\sqrt{3}a^3}{3} \text{ (đvtt)}.$$

Câu 48: Đáp án B.

Gọi M là trung điểm của BC.

Ta có $AB = AC = BD = CD \Rightarrow \triangle ABC = \triangle DBC \Rightarrow MA = MD \Rightarrow \triangle AMD$ cân tại M.

Gọi N là trung điểm của AD thì $MN \perp AD$.

$$\text{Lại có } \triangle ABC \text{ cân tại A, } \triangle DBC \text{ cân tại D nên } \begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp DM \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AMD)$$

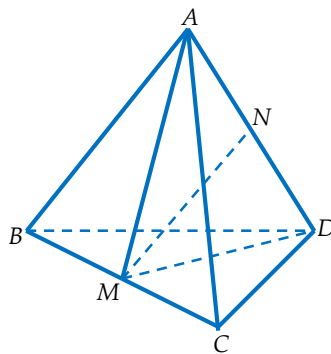
$$\Rightarrow BC \perp AD \text{ và } BC \perp MN.$$

$$\text{Suy ra } d(AD; BC) = MN \text{ và } (AD, BC) = 90^\circ.$$

$$\text{Đặt } AD = x \text{ và } BC = y \text{ với } x > 0, y > 0. \text{ Ta có } AM = DM = \sqrt{AB^2 - MB^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4}}.$$

$$\Rightarrow MN = \sqrt{AM^2 - AN^2} = \sqrt{1 - \frac{y^2}{4} - \frac{x^2}{4}} \text{ hay } d(AD; BC) = \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{4}}.$$

$$\text{Áp dụng công thức tính } V_{ABCD} = \frac{1}{6}.AD.BC.d(AD; BC).\sin(AD, BC) \text{ ta có}$$



MEMORIZE

Cho tứ diện ABCD thì thể tích của nó được tính theo công thức: $V =$

$$= \frac{1}{6} \cdot AB \cdot CD \cdot d(AB; CD) \cdot \sin \alpha$$

với α là góc giữa hai đường thẳng AB và CD.

$$V_{ABCD} = \frac{1}{6} xy \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{4}} \cdot \sin 90^\circ = \frac{1}{6} xy \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{4}} \leq \frac{1}{6} \cdot \frac{x^2 + y^2}{2} \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{4}}.$$

$$\text{Đặt } \sqrt{1 - \frac{x^2 + y^2}{4}} = t, t \in (0; 1) \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{4} = 1 - t^2. \text{ Khi đó } V \leq \frac{1}{3} t (1 - t^2).$$

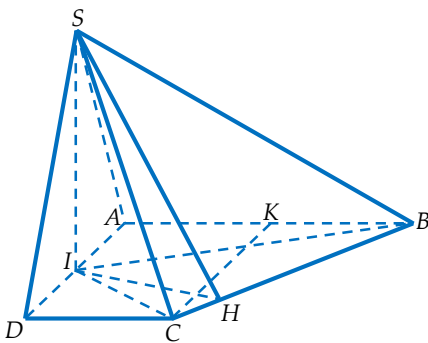
$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{t - t^3}{3} \text{ trên } (0; 1).$$

$$\text{Đạo hàm } f'(t) = \frac{1 - 3t^2}{3}; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt{3}} \in (0; 1). \text{ Lập bảng biến thiên của hàm}$$

$$\text{số ta được } \max_{(0; 1)} f(t) = f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{27}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối tứ diện } ABCD \text{ lớn nhất bằng } \frac{2\sqrt{3}}{27} \text{ khi } d(AD; BC) = t = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

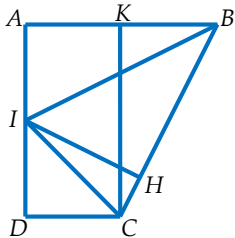
Câu 49: Đáp án D.



$$\text{Ta có } \begin{cases} (SBI) \cap (SCI) = SI \\ (SBI) \perp (ABCD) \Rightarrow SI \perp (ABCD) \\ (SCI) \perp (ABCD) \end{cases}$$

Trong mặt phẳng (ABCD): Kẻ $IH \perp BC, (H \in BC)$.

$$\begin{aligned} \text{Có } \begin{cases} BC \perp SI \\ BC \perp IH \end{cases} &\Rightarrow BC \perp (SIH) \Rightarrow BC \perp SH \\ &\Rightarrow ((SBC), (ABCD)) = (SH, IH) = SHI = 60^\circ. \end{aligned}$$



Gọi K là trung điểm AB. Khi đó tứ giác ADCK là hình chữ nhật và $CK = AD = 2a; KA = KB = CD = a$.

$$\begin{aligned} \text{Lại có } S_{\triangle IBC} &= S_{ABCD} - S_{\triangle AIB} - S_{\triangle DIC} = \frac{(AB + CD) \cdot AD}{2} - \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AI - \frac{1}{2} \cdot DI \cdot CD \\ &\Rightarrow S_{\triangle IBC} = \frac{(2a + a) \cdot 2a}{2} - \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot a - \frac{1}{2} \cdot a \cdot a = \frac{3a^2}{2} \text{ (đvdt)}. \end{aligned}$$

$$\text{Do } \triangle BKC \text{ vuông tại K nên } BC = \sqrt{KB^2 + KC^2} = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5}a.$$

$$\text{Suy ra } S_{\triangle IBC} = \frac{1}{2} \cdot IH \cdot BC = \frac{3a^2}{2} \Leftrightarrow IH = \frac{3a^2}{BC} = \frac{3a^2}{\sqrt{5}a} = \frac{3a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Do } \triangle SIH \text{ vuông tại I nên } SI = IH \cdot \tan SHI = \frac{3a}{\sqrt{5}} \cdot \tan 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}a}{\sqrt{5}}.$$

$$\text{Vậy thể tích của khối chóp là } V = \frac{1}{3} SI \cdot S_{\triangle IBC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{3}a}{\sqrt{5}} \cdot \frac{3a^2}{2} = \frac{3\sqrt{15}a^3}{5} \text{ (đvtt)}.$$

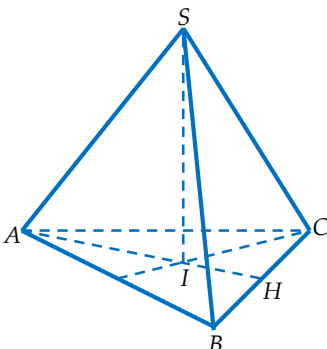
Câu 50: Đáp án A.

Giả sử $\triangle ABC$ đều có cạnh bằng $x (x > 0)$. Gọi I là trọng tâm của $\triangle ABC, H$ là

$$\text{trung điểm BC thì } AH = \frac{x\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AI = \frac{2}{3} AH = \frac{x\sqrt{3}}{3}.$$

Từ giả thiết suy ra $SI \perp (ABC)$. Do $\triangle SIA$ vuông tại I nên

$$SI = \sqrt{SA^2 - IA^2} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{3}} \Rightarrow x \in (0; \sqrt{3}).$$



Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SI.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}\sqrt{1-\frac{x^2}{3}} \cdot \frac{x^2\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{12}x^2\sqrt{3-x^2}$

Xét hàm số $f(x) = x^2\sqrt{3-x^2}$ trên $(0;\sqrt{3})$

Đạo hàm $f'(x) = 2x\sqrt{3-x^2} + x^2 \cdot \frac{-x}{\sqrt{3-x^2}} = \frac{2x(3-x^2)-x^3}{\sqrt{3-x^2}} = \frac{3x(2-x^2)}{\sqrt{3-x^2}};$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0;\sqrt{3}) \\ x = -\sqrt{2} \notin (0;\sqrt{3}) \\ x = \sqrt{2} \in (0;\sqrt{3}) \end{cases}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$, ta tìm được $\max_{(0;\sqrt{3})} f(x) = f(\sqrt{2}) = 2$.

Vậy $V_{\max} = \frac{1}{12} \cdot \max_{(0;\sqrt{3})} f(x) = \frac{1}{12} \cdot 2 = \frac{1}{6}$ (đvtt).

ĐỀ SỐ 10 – THPT ĐÀO DUY TỪ – HN LẦN 2

Ngọc Huyền LB sưu tầm và giới thiệu



ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA NĂM 2019

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút

Câu 1: Cho phương trình $z^2 - mz + 2m - 1 = 0$, trong đó m là tham số phức. Giá trị của m để phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2 + z_2^2 = -10$ là

- A. $m = 2 + 2\sqrt{2}i$. B. $m = 2 \pm 2\sqrt{2}i$.
C. $m = -2 - 2\sqrt{2}i$. D. $m = 2 - 2\sqrt{2}i$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-3}{3}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-2}{6}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. d_1 cắt d_2 . B. d_1 trùng d_2 .
C. $d_1 // d_2$. D. d_1 chéo d_2 .

Câu 3: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

- A. $x=1$ và $y=-3$. B. $x=-1$ và $y=2$.
C. $x=2$ và $y=1$. D. $x=1$ và $y=2$.

Câu 4: Một người gửi số tiền 2 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 0,65% / tháng. Biết rằng nếu người đó không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi được nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi đó là lãi kép). Số tiền người đó lãnh được sau hai năm, nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không đổi là:

- A. $2(1,0065)^{24}$ triệu đồng.
B. $(2,0065)^{24}$ triệu đồng.
C. $2(2,0065)^{24}$ triệu đồng.
D. $(1,0065)^{24}$ triệu đồng.

Câu 5: Phát biểu nào sau đây là đúng:

- A. Hình tứ diện đều có: 6 đỉnh, 6 cạnh, 4 mặt.
B. Hình tứ diện đều có: 4 đỉnh, 4 cạnh, 4 mặt.
C. Hình tứ diện đều có: 6 đỉnh, 4 cạnh, 4 mặt.
D. Hình tứ diện đều có: 4 đỉnh, 6 cạnh, 4 mặt.

Câu 6: Cho số thực a thỏa mãn $\int_{-1}^a e^{x+1} dx = e^2 - 1$,

khi đó a có giá trị là:

- A. -1. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 7: Cho số phức z thỏa mãn $3z + 2\bar{z} = (4-i)^2$. Modun của số phức z là

- A. -73. B. $\sqrt{-73}$. C. 73. D. $\sqrt{73}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=-2$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 9: Trong các hàm số sau hàm số nào chỉ có cực đại mà không có cực tiểu?

- A. $y = \frac{x-2}{x+1}$. B. $y = -17x^3 + 2x^2 + x + 5$.
C. $y = \frac{x^2 + x + 1}{x-1}$. D. $y = -10x^4 - 5x^2 + 7$.

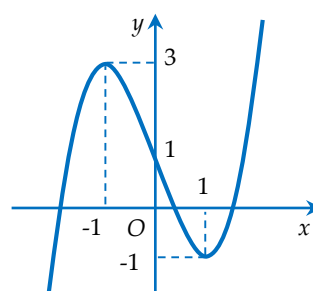
Câu 10: Cho khối tứ diện $OABC$ với OA, OB, OC vuông góc từng đôi một và $OA=a, OB=2a, OC=3a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của hai cạnh AC, BC . Thể tích của khối tứ diện $OCMN$ theo a bằng

- A. $\frac{a^3}{4}$. B. a^3 . C. $\frac{3a^3}{4}$. D. $\frac{2a^3}{3}$.

Câu 11: Đối với hàm số $y = \ln \frac{1}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $xy' - 1 = -e^y$. B. $xy' + 1 = -e^y$.
C. $xy' - 1 = e^y$. D. $xy' + 1 = e^y$.

Câu 12: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^2 + x - 1$. B. $y = x^3 - 3x + 1$.

C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^4 - x^2 + 1$.

Câu 13: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y = x^3$, $y = 4x$ là

A. 9. B. 8. C. 13. D. 12.

Câu 14: Một hình nón đỉnh S , đáy là đường tròn (C) tâm O , bán kính R bằng với đường cao của hình nón. Tỉ số thể tích của hình nón và hình cầu ngoại tiếp hình nón bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{6}$.

Câu 15: Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là

A. 12. B. 11. C. 12i. D. 1.

Câu 16: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + e^{-x}$

A. $\int f(x)dx = x^3 + e^{-x} + C$.

B. $\int f(x)dx = x^3 - e^{-x} + C$.

C. $\int f(x)dx = x^2 + e^{-x} + C$.

D. $\int f(x)dx = x^2 - e^x + C$.

Câu 17: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{m}{3}x^3 + 2x^2 + mx + 1$ có hai điểm cực trị thỏa mãn $x_{CD} < x_{CT}$.

A. $0 < m < 2$. B. $-2 < m < 0$.

C. $m < 2$. D. $-2 < m < 2$.

Câu 18: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ sao cho $f'(x) < 0, \forall x > 0$. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(e) + f(\pi) = f(3) + f(4)$.

B. $f(e) - f(\pi) \leq 0$.

C. $f(e) + f(\pi) < 2f(2)$.

D. $f(1) + f(2) = 2f(3)$.

Câu 19: Cho hàm số $y = -x^4 + 4x^2 + 10$ và các khoảng sau:

(I): $(-\infty; -\sqrt{2})$; (II): $(-\sqrt{2}; 0)$; (III): $(0; \sqrt{2})$;

Hỏi hàm số đồng biến trên các khoảng nào?

A. (I) và (II). B. Chỉ (II).

C. Chỉ (I). D. (I) và (III).

Câu 20: Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

B. Hàm số $y = a^x$ với $0 < a < 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

C. Đồ thị hàm số $y = a^x$ và đồ thị hàm số $y = \log_a x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $y = x$.

D. Đồ thị hàm số $y = a^x$ với $a > 0$ và $a \neq 1$ luôn đi qua điểm $M(a; 1)$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường

thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$ cắt

nhau. Phương trình mặt phẳng chứa d và d' là:

A. $6x + 9y + z + 8 = 0$. B. $6x - 9y - z - 8 = 0$.

C. $-2x + y + 3z - 8 = 0$. D. $6x + 9y + z - 8 = 0$.

Câu 22: Cho hình nón tròn xoay có thiết diện qua đỉnh là một tam giác vuông cân. Hãy chọn câu sai trong các câu sau?

A. Hai đường sinh tùy ý thì vuông góc với nhau.

B. Đường cao bằng tích bán kính đáy và $\tan 45^\circ$.

C. Đường sinh hợp với trục góc 45° .

D. Đường sinh hợp với đáy góc 45°

Câu 23: Hai mặt phẳng nào dưới đây tạo với nhau một góc 60° ?

A. (P): $2x + 11y - 5z + 3 = 0$

và (Q): $-x + 2y + z - 5 = 0$.

B. (P): $2x + 11y - 5z + 3 = 0$

và (Q): $x + 2y - z - 2 = 0$.

C. (P): $2x - 11y + 5z - 21 = 0$

và (Q): $2x + y + z - 2 = 0$.

D. (P): $2x - 5y + 11z - 6 = 0$

và (Q): $-x + 2y + z - 5 = 0$

Câu 24: Cho 4 điểm $A(3; -2; -2)$, $B(3; 2; 0)$, $C(0; 2; 1)$, $D(-1; 1; 2)$. Mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \sqrt{14}$.

B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 14$.

C. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{14}$.

D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 14$.

Câu 25: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{-x+1}{2x+3}$ trên $[0; 2]$ là

A. 2. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{7}$. D. 0.

Câu 26: Cho số phức $z = 5 - 4i$. Môđun số phức z là

A. 3. B. $\sqrt{41}$. C. 1. D. 9.

Câu 27: Xác định tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|\bar{z} + 1 - i| \leq 4$

- A. Đường tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = 4$.
 B. Hình tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 4$.
 C. Hình tròn tâm $I(-1; -1)$, bán kính $R = 4$ (kể cả những điểm nằm trên đường tròn).
 D. Đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 4$.

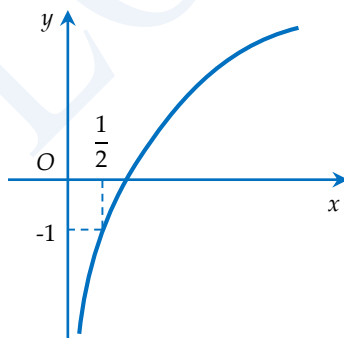
Câu 28: Nếu $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x > \sqrt{3} + \sqrt{2}$ thì

A. $x > -1$. B. $x \in \mathbb{R}$. C. $x < 1$. D. $x < -1$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 vectơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; m-2; 1)$. Tìm m để $\vec{a} \perp \vec{b}$?

A. $m = 0$. B. $m = 4$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

Câu 30: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \log_2(2x)$.
 C. $y = \log_{\sqrt{2}} x$. D. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

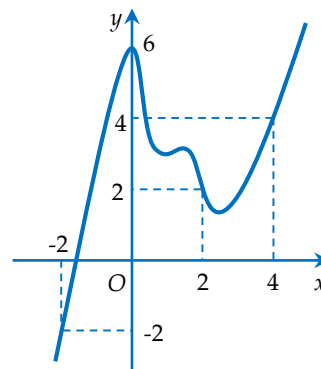
Câu 31: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 3a$, $AD = 4a$, $AA' = 4a$. Gọi G là trọng tâm tam giác $CC'D$. Mặt phẳng chứa $B'G$ và song song với $C'D$ chia khối hộp thành 2 phần. Gọi (H) là khối đa diện chứa C . Tính tỉ số $\frac{V_{(H)}}{V}$ với V là thể tích khối hộp đã cho.

A. $\frac{38}{3}$. B. $\frac{19}{54}$. C. $\frac{23}{4}$. D. $\frac{25}{2}$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 36$, điểm $I(1; 2; 0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{-1}$. Tìm tọa độ điểm N sao cho M thuộc d , N thuộc (S) thỏa mãn I là trung điểm của đoạn thẳng MN .

- A. $\begin{cases} N(3; 2; 1) \\ N(3; 6; -1) \end{cases}$. B. $\begin{cases} N(-3; -2; 1) \\ N(3; 6; -1) \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} N(-3; 2; 1) \\ N(3; 6; 1) \end{cases}$. D. $\begin{cases} N(-3; -2; 1) \\ N(3; 6; 1) \end{cases}$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên.



Khi đó giá trị của biểu thức:

$\int_0^4 f'(x-2)dx + \int_0^2 f'(x+2)dx$ bằng bao nhiêu?

A. 2. B. 8. C. 10. D. 6.

Câu 34: Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 11m$, $BC = AD = 20m$, $BD = AC = 21m$. Tính thể tích khối tứ diện $ABCD$.

A. $770m^3$. B. $340m^3$.
 C. $720m^3$. D. $360m^3$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $|z + i + 1| = |\bar{z} - 2i|$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

- A. $-\frac{1}{2}$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 36: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 1$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc O tạo thành một tứ giác nội tiếp.

- A. $m = \pm 1$. B. $m = -1$.
C. $m = 1$. D. Không tồn tại m .

Câu 37: Có tất cả bao nhiêu số dương a thỏa mãn đẳng thức:

$$\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$$

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 38: Gọi A, B là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x+3}{x-3}$, độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng AB là

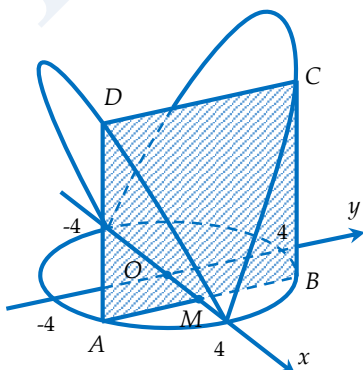
- A. 2. B. 4. C. $4\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z+1}{-1}$ và hai điểm

$A(1;2;-1), B(3;-1;-5)$. Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A và cắt đường thẳng Δ sao cho khoảng cách từ B đến đường thẳng d là lớn nhất. Khi đó, gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của d và Δ . Giá trị $P = a + b + c$ bằng

- A. -2. B. 4. C. 2. D. 6.

Câu 40: Một vật có kích thước và hình dáng như hình vẽ dưới đây, có đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn $x^2 + y^2 = 16$ (nằm trong mặt phẳng Oxy). Cắt vật bởi các mặt phẳng vuông góc với trục Ox ta được thiết diện là hình vuông. Thể tích của vật thể là



- A. $\int_{-4}^4 4(16 - x^2) dx$. B. $\int_{-4}^4 4\pi x^2 dx$.
C. $\int_{-4}^4 4x^2 dx$. D. $\int_{-4}^4 4\pi(16 - x^2) dx$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[1;2]$ và thỏa mãn $f(x) > 0, \forall x \in [1;2]$. Biết

$$\int_1^2 f'(x) dx = 10 \text{ và } \int_1^2 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln 2. \text{ Tính } f(2).$$

- A. $f(2) = -20$. B. $f(2) = 10$.
C. $f(2) = 20$. D. $f(2) = -10$.

Câu 42: Giả sử viên phấn viết bảng có dạng khối trụ tròn xoay với đường kính đáy bằng 1cm, chiều dài 6cm. Người ta làm những hộp carton đựng phấn dạng hình hộp chữ nhật có kích thước $6\text{cm} \times 5\text{cm} \times 6\text{cm}$. Muốn xếp 350 viên phấn vào 12 hộp ta được kết quả nào trong các khả năng sau?

- A. Thừa 10 viên. B. Vừa đủ.
C. Không xếp được. D. Thiếu 10 viên.

Câu 43: Số nghiệm của phương trình $\log_2 x \cdot \log_2 (2x-1) = 2\log_2 x$ là

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 44: Cho phương trình $2^{\left|\frac{28x}{3} + 1\right|} = 16^{x^2 - 1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Tổng các nghiệm của phương trình là một số nguyên.

B. Nghiệm của phương trình là các số vô tỉ.

C. Tích các nghiệm của phương trình là một số âm.

D. Phương trình vô nghiệm.

Câu 45: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình:

$$\log_2 (5^x - 1) \cdot \log_2 (2.5^x - 2) \geq m$$

có tập nghiệm là $[1; +\infty)$.

- A. $m > 6$. B. $m \leq 6$. C. $m < 6$. D. $m \geq 6$.

Câu 46: Một hình lập phương có diện tích mặt chéo bằng $a^2\sqrt{2}$. Gọi V là thể tích khối cầu, S là diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương đã cho. Khi đó, tích $S.V$ bằng

- A. $\frac{3\pi^2 a^5}{2}$. B. $\frac{3\sqrt{3}\pi^2 a^5}{2}$.

C. $\frac{3\sqrt{6}\pi^2 a^5}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{3}\pi^2 a^5}{2}$.

Câu 47: Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = -x^4 + (2m-3)x^2 + m$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ là $\left(-\infty; \frac{p}{q}\right]$, trong đó $\frac{p}{q}$ tối giản và $q > 0$. Tính tổng $p+q$.

A. 7. B. 5. C. 9. D. 3.

Câu 48: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A và cách gốc O một khoảng lớn nhất. Khi đó, mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?

A. $M_4(-1;-2;0)$. B. $M_2(1;-2;0)$.
C. $M_3(-1;2;0)$. D. $M_1(1;2;0)$.

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho

ba đường thẳng $d_1: \begin{cases} x=t \\ y=4-t \\ z=-1+2t \end{cases}$, $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z}{-3}$

và $d_3: \frac{x+1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{1}$. Gọi Δ là đường thẳng cắt d_1, d_2, d_3 lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $AB=BC$. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{1}$.
C. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 50: Cho số phức $z = \left(\frac{2+6i}{3-i}\right)^m$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m \in [1;50]$ để z là số thuần ảo?

A. 25. B. 50. C. 26. D. 24.

ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.D	4.A	5.D	6.B	7.D	8.D	9.D	10.A
11.D	12.B	13.B	14.C	15.A	16.B	17.A	18.C	19.D	20.C
21.A	22.A	23.A	24.B	25.C	26.B	27.C	28.D	29.B	30.A
31.B	32.B	33.D	34.D	35.D	36.A	37.C	38.C	39.D	40.A
41.C	42.D	43.C	44.B	45.B	46.B	47.A	48.D	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT**Câu 1: Đáp án B.**

Trong tập hợp số phức phương trình $z^2 - mz + 2m - 1 = 0$ có nghiệm với mọi m và

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = m \\ z_1 z_2 = 2m - 1 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } z_1^2 + z_2^2 = -10 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1 z_2 = -10$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 2(2m - 1) = -10 \Leftrightarrow m^2 - 4m + 12 = 0$$

$$\Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2}i.$$

Câu 2: Đáp án C.

Ta có vtcp $\vec{u}_{d_1} = (1; 2; 3)$, $\vec{u}_{d_2} = (2; 4; 6)$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} d_1 // d_2 \\ d_1 \equiv d_2 \end{cases}$$

Mặt khác $M_1(1; 0; 3) \in d_1$ và $M_1(1; 0; 3) \notin d_2$ nên $d_1 // d_2$.

Câu 3: Đáp án D.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-3}{x-1} = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ là tiệm cận ngang của đồ thị}$$

hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x-3}{x-1} = -\infty, \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x-3}{x-1} = +\infty \Rightarrow x = 1 \text{ là tiệm cận}$$

đứng của đồ thị hàm số.

Câu 4: Đáp án A.

$$2 \text{ năm} = 24 \text{ tháng.}$$

Áp dụng công thức lãi kép $P_n = P(1+r)^n$ ta có:

$$P_{24} = 2(1+0,65\%)^{24} = 2(1,0065)^{24} \text{ triệu đồng.}$$

Câu 5: Đáp án D.**Câu 6: Đáp án B.**

$$\text{Ta có: } \int_{-1}^a e^{x+1} dx = e^{x+1} \Big|_{-1}^a = e^{a+1} - 1 = e^2 - 1 \Rightarrow a+1 = 2.$$

Do đó: $a = 1$.

Câu 7: Đáp án D.

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$)

$$3z + 2\bar{z} = (4-i)^2$$

$$\Leftrightarrow 3(a+bi) + 2(a-bi) = 15-8i \Leftrightarrow 5a+bi = 15-8i$$

$$\Rightarrow a = 3; b = -8$$

$$z = 3-8i \Rightarrow |z| = \sqrt{73}.$$

Câu 8: Đáp án D.

$$y = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty)$$

$$y' < 0 \Leftrightarrow x \in (0; 2)$$

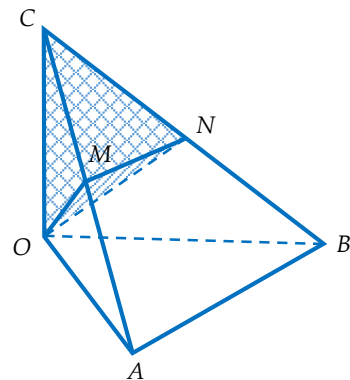
Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ và đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 9: Đáp án D.

$$\text{Ta xét } y = -10x^4 - 5x^2 + 7; y' = -40x^3 - 10x;$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -40x^3 - 10x = 0 \Leftrightarrow x = 0.$$

$a = -10 < 0$ hàm số chỉ có cực đại mà không có cực tiểu.

Câu 10: Đáp án A.

$$\text{Ta có: } \frac{V_{C.OMN}}{V_{C.OAB}} = \frac{CO}{CO} \cdot \frac{CM}{CA} \cdot \frac{CN}{CB} = \frac{1}{4}.$$

$$\text{Mà: } V_{C.OAB} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = a^3.$$

$$\text{Suy ra: } V_{OCMN} = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 11: Đáp án D.

$$\text{Ta có: } y' = -\frac{1}{x+1}$$

Theo đề: $y = \ln \frac{1}{x+1}$

$$\Leftrightarrow e^y = \frac{1}{x+1} \Leftrightarrow e^y = 1 - \frac{x}{x+1} \Leftrightarrow e^y = 1 + y'x.$$

Câu 12: Đáp án B.

Dựa vào dạng đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm số bậc ba và có hệ số $a > 0 \Rightarrow$ Loại: **A, C, D.**

Câu 13: Đáp án B

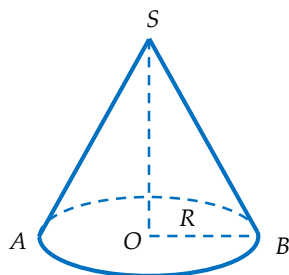
Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

$$x^3 = 4x \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị là

$$\begin{aligned} S &= \int_{-2}^2 |x^3 - 4x| dx = \int_{-2}^0 (x^3 - 4x) dx - \int_0^2 (x^3 - 4x) dx \\ &= \left(\frac{1}{4} x^4 - 2x^2 \right) \Big|_{-2}^0 - \left(\frac{1}{4} x^4 - 2x^2 \right) \Big|_0^2 = 8. \end{aligned}$$

Câu 14: Đáp án C



Ta có $SO = R$, thể tích khối nón là $V_n = \frac{1}{3} \pi R^2$

$$SO = \frac{1}{3} \pi R^3$$

Ta có $SO = \frac{1}{2} AB = R \Rightarrow SA \perp SB$. Nên tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là tâm đường tròn đáy của hình nón. Thể tích khối cầu là $V_n = \frac{4}{3} \pi R^3$

$$\text{Vậy } \frac{V_n}{V_c} = \frac{1}{4}.$$

Câu 15: Đáp án A

$$\text{Ta có } w = 3z_1 - 2z_2 = 3(1+2i) - 2(2-3i) = -1+12i.$$

Vậy phần ảo của số phức $w = 3z_1 - 2z_2$ là 12.

Câu 16: Đáp án B.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int f(x) dx &= \int (3x^2 + e^{-x}) dx \\ &= \int (3x^2) dx - \int e^{-x} d(-x) = x^3 - e^{-x} + C. \end{aligned}$$

Câu 17: Đáp án A.

$$\text{Ta có: } y' = mx^2 + 4x + m.$$

Hàm số có hai điểm cực trị

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ 4 - m^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ -2 < m < 2 \end{cases}.$$

Gọi hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ là x_1, x_2 , ($x_1 < x_2$).

+ Nếu $-2 < m < 0$, ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$				$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy: $x_{CD} > x_{CT}$ (không thỏa mãn).

+ Nếu $0 < m < 2$, ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$				$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy: $x_{CD} < x_{CT}$ (thỏa mãn), vậy: $0 < m < 2$.

Câu 18: Đáp án C.

Do $f'(x) < 0, \forall x > 0$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$, do đó:

$$\left. \begin{aligned} e > 2 &\Rightarrow f(e) < f(2) \\ \pi > 2 &\Rightarrow f(\pi) < f(2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f(e) + f(\pi) < 2f(2).$$

Câu 19: Đáp án D.

$$+) y' = -4x^3 + 8x = 4x(-x^2 + 2)$$

$$+) y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{2} \end{cases}$$

+) BBT

x	$-\infty$	$-\sqrt{2}$	0	$\sqrt{2}$	$+\infty$
y'	-	0	+	0	-
y	$-\infty$	14	10	14	$-\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -\sqrt{2})$ và $(0; \sqrt{2})$.

Câu 20: Đáp án C.

Câu 21: Đáp án A.

+) $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ có vtcp $\vec{u}(-2;1;3)$ và đi qua $A(1;-2;4)$.

+) $d': \begin{cases} x = -1+t \\ y = -t \\ z = -2+3t \end{cases}$ có vtcp $\vec{v}(1;-1;3)$.

+) Mặt phẳng (P) chứa d và d' nên có vtpt $\vec{n}_P = [\vec{u}, \vec{v}] = (6;9;1)$

Vậy mặt phẳng (P) đi qua $A(1;-2;4)$ và nhận vtpt $\vec{n}_P(6;9;1)$ có phương trình tổng quát là:

$$6(x-1) + 9(y+2) + (z-4) = 0 \Leftrightarrow 6x + 9y + z + 8 = 0$$

Câu 22: Đáp án A.

Câu 23: Đáp án A

Xét phương án A

Ta có $\vec{n}_{(P)} = (2;11;-5)$ và $\vec{n}_{(Q)} = (-1;2;1)$

$$\cos((P), (Q)) = \frac{|\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(Q)}|}{|\vec{n}_{(P)}| \cdot |\vec{n}_{(Q)}|} = \frac{1}{2}$$

Suy ra góc bằng $((P), (Q)) = 60^\circ$.

Câu 24: Đáp án B

Phương trình mặt phẳng (BCD) :

$$x + 2y + 3z - 7 = 0$$

Mà $d(A, (BCD)) = \sqrt{14}$

Phương trình mặt cầu tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

$$(x-3)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 14$$

Câu 25: Đáp án C

$y' = \frac{-5}{(2x+3)^2} < 0$ hàm số nghịch biến nên

$$\min_{x \in [0;2]} y = y(2) = -\frac{1}{7}.$$

Câu 26: Đáp án B

Ta có $|z| = |5-4i| = \sqrt{5^2 + (-4)^2} = \sqrt{41}$

Câu 27: Đáp án C

Gọi $z = x + yi$. $x, y \in \mathbb{R}$

Khi đó $|\bar{z} + 1 - i| \leq 4 \Leftrightarrow |x - yi + 1 - i| \leq 4$

$$\Leftrightarrow |(x+1) - (y+1)i| \leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x+1)^2 + (y+1)^2} \leq 4$$

Vậy tập hợp các điểm M trong mặt phẳng phức biểu diễn các số phức z trên là hình tròn tâm $I(-1;-1)$, bán kính $R=4$ (kể cả những điểm nằm trên đường tròn).

Câu 28: Đáp án D

$$(\sqrt{3} - \sqrt{2})^x > (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{-1}$$

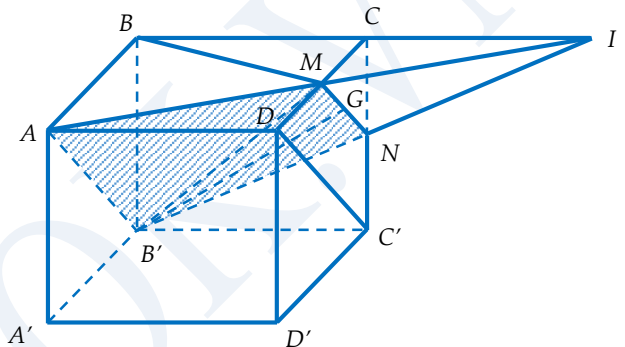
$$\Leftrightarrow x < -1 \text{ (vì } 0 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 1).$$

Câu 29: Đáp án B

$$\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow 2 \cdot (-1) + 1 \cdot (m-2) + 0 \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 30: Đáp án A

Câu 31: Đáp án B.



Gọi (α) là mặt phẳng chứa $B'G$ và song song với $C'D$.

Gọi M, N lần lượt là giao điểm của (α) với CD và CC' .

Khi đó $MN \parallel C'D$ và $\frac{CM}{CD} = \frac{CN}{CC'} = \frac{2}{3}$.

Và (α) chính là mặt phẳng $(AMNB')$.

(H) là phần khối đa diện chứa C

Khi đó $V_{(H)} = V_{M.BCNB'} + V_{B'.ABM}$

Ta có:

Tứ giác $BCNB'$ là hình thang vuông ở B và C có diện tích bằng

$$\frac{1}{2}(BB' + CN) \cdot BC = \frac{1}{2} \left(4a + \frac{2}{3} \cdot 4a \right) \cdot 4a = \frac{40}{3}a^2.$$

$$V_{M.BCNB'} = \frac{1}{3} MC \cdot S_{BCNB'} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3a \cdot \frac{40}{3}a^2 = \frac{80a^3}{9}.$$

Mặt khác $S_{\triangle ABM} = S_{ABCD} - S_{\triangle BCM} - S_{\triangle ADM}$

$$= 3a \cdot 4a - \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot \frac{2}{3} \cdot 3a - \frac{1}{2} \cdot 4a \cdot \frac{1}{3} \cdot 3a = 6a^2.$$

$$V_{B'.ABM} = \frac{1}{3} B'B \cdot S_{\triangle ABM} = \frac{1}{3} \cdot 4a \cdot 6a^2 = 8a^3.$$

$$\text{Vậy } V_{(H)} = \frac{80a^3}{9} + 8a^3 = \frac{152a^3}{9}.$$

Thể tích của khối hộp chữ nhật:

$$V = 3a \cdot 4a \cdot 4a = 48a^3.$$

$$\text{Tỉ số cần tìm là } \frac{V_{(H)}}{V} = \frac{19}{54}.$$

Câu 32: Đáp án B.

Vì $M \in d$ nên $M(2+3t; 2+4t; -t)$

Suy ra $N(-3t; 2-4t; t)$

Vì $N \in (S)$ nên ta có:

$$(-3t-1)^2 + (2-4t-2)^2 + (t-3)^2 = 36 \Leftrightarrow 26t^2 = 26 \\ \Leftrightarrow t = \pm 1$$

$$\text{Với } t=1 \text{ ta được } \begin{cases} M(5; 6; -1) \\ N(-3; -2; 1) \end{cases}.$$

$$\text{Với } t=-1 \text{ ta được } \begin{cases} M(-1; -2; 1) \\ N(3; 6; -1) \end{cases}.$$

Câu 33: Đáp án D.

$$\text{Xét } M = \int_0^4 f'(x-2)dx$$

$$\text{Đặt } t = x-2 \Rightarrow dt = dx \text{ đổi cận: } x=0 \Rightarrow t=-2, \\ x=4 \Rightarrow t=2.$$

$$\text{Suy ra } M = \int_{-2}^2 f'(t)dt = \int_{-2}^2 f'(x)dx = f(x) \Big|_{-2}^2 \\ = f(2) - f(-2) = 2 - (-2) = 4.$$

$$\text{Xét } N = \int_0^2 f'(x+2)dx$$

$$\text{Đặt } u = x+2 \Rightarrow du = dx \text{ đổi cận: } x=0 \Rightarrow u=2, \\ x=2 \Rightarrow u=4.$$

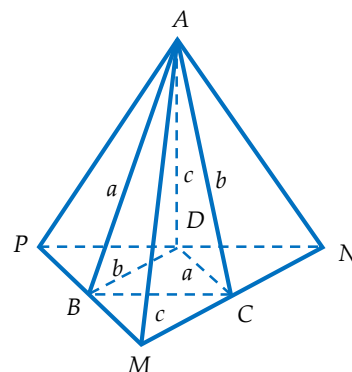
$$\text{Suy ra } N = \int_2^4 f'(u)du = \int_2^4 f'(x)dx = f(x) \Big|_2^4 \\ = f(4) - f(2) = 4 - 2 = 2.$$

$$\text{Vậy } \int_0^4 f'(x-2)dx + \int_0^2 f'(x+2)dx = 6.$$

Câu 34: Đáp án D

Xét bài toán tổng quát: Tính thể tích của tứ diện $ABCD$ biết $AB=CD=a$, $AC=BD=b$, $AD=BC=c$ (Tứ diện gần đều)

Trong mặt phẳng (BCD) ta dựng tam giác MNP sao cho B, C, D lần lượt là trung điểm của MP , MN , NP .



Ta có $AB=CD=BM=BP$ nên $\triangle AMP$ vuông tại A , tương tự các tam giác AMN , ANP cũng vuông tại A .

Đặt $AM=x$; $AN=y$; $AP=z$

$$\text{Khi đó } V_{APMN} = \frac{1}{6}xyz \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{4}V_{APMN} = \frac{1}{24}xyz$$

$$\text{Tính } x, y, z \text{ theo } a, b, c \begin{cases} x^2 + z^2 = 4a^2 \\ x^2 + y^2 = 4b^2 \\ y^2 + z^2 = 4c^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{2a^2 + 2b^2 - 2c^2} \\ y = \sqrt{2b^2 + 2c^2 - 2a^2} \\ z = \sqrt{2a^2 + 2c^2 - 2b^2} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } V = \frac{\sqrt{2}}{12} \sqrt{(a^2 + b^2 - c^2)(b^2 + c^2 - a^2)(c^2 + a^2 - b^2)}$$

Thay $a=11; b=21; c=20$ ta được:

$$V = \frac{\sqrt{2}}{12} \sqrt{(11^2 + 21^2 - 20^2)(21^2 + 20^2 - 11^2)(20^2 + 11^2 - 21^2)} = 360m^3.$$

Câu 35: Đáp án D

Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$

Khi đó

$$|z+i+1| = |\bar{z}-2i| \Leftrightarrow |x+1+(y+1)i| = |x-(b+2)i|$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 = x^2 + (y+2)^2 \Leftrightarrow y = x+1$$

$$\Rightarrow |z| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + (x+1)^2} = \sqrt{2x^2 + 2x + 1}$$

$$= \sqrt{\left(\sqrt{2}x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} + \frac{1}{2} \geq \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ đúng với } \forall x \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Vậy } \min|z| = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ khi } z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i.$$

Câu 36: Đáp án A

Ta có $y' = 4x(x^2 - m^2)$ nên để hàm số có ba điểm cực trị thì $m \neq 0$.

Khi đó đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là

$$A(0; m^4 + 1); B(m; 1); C(-m; 1).$$

Do B, C đối xứng qua OA nên tứ giác $OBAC$ nội tiếp khi và chỉ khi $OB \perp AC \Leftrightarrow \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$.

Ta lại có $\overrightarrow{AB} = (m; -m^4); \overrightarrow{OB} = (m; 1)$ suy ra

$$m^2 - m^4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \text{ (L)} \\ m = \pm 1 \end{cases}.$$

Vậy $m = \pm 1$ thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 37: Đáp án C.

Ta có $\log_2 a + \log_3 a + \log_5 a = \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a$

$$\Leftrightarrow \log_2 a + \log_3 2 \cdot \log_2 a + \log_5 2 \cdot \log_2 a - \log_2 a \cdot \log_3 a \cdot \log_5 a = 0$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a (1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 a \cdot \log_5 a) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ 1 + \log_3 2 + \log_5 2 - \log_3 a \cdot \log_5 a = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ \log_3 a \cdot \log_5 a = 1 + \log_3 2 + \log_5 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ \log_3 a \cdot \log_5 3 \cdot \log_3 a = 1 + \log_3 2 + \log_5 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ \log_3^2 a = \frac{1 + \log_3 2 + \log_5 2}{\log_5 3} \\ = \log_3 10 + \log_3 2 \cdot \log_3 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 a = 0 \\ \log_3 a = \sqrt{\log_3 10 + \log_3 2 \cdot \log_3 5} \\ \log_3 a = -\sqrt{\log_3 10 + \log_3 2 \cdot \log_3 5} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 3^{\sqrt{\log_3 10 + \log_3 2 \cdot \log_3 5}} \\ a = 3^{-\sqrt{\log_3 10 + \log_3 2 \cdot \log_3 5}} \end{cases}.$$

Vậy có 3 số a thỏa mãn đẳng thức trên

Câu 38: Đáp án C.

Ta có $y = \frac{x+3}{x-3} = 1 + \frac{6}{x-3}$. Gọi A, B là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau trên đồ thị (C) nên đặt

$$A\left(3 - x_1; 1 - \frac{6}{x_1}\right) \text{ và } B\left(3 + x_2; 1 + \frac{6}{x_2}\right).$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = \left(x_1 + x_2; \frac{6}{x_1} + \frac{6}{x_2}\right)$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + \left(\frac{6}{x_1} + \frac{6}{x_2}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow AB^2 = (x_1 + x_2)^2 \left[1 + \left(\frac{6}{x_1 x_2}\right)^2\right] \geq 4x_1 x_2 \cdot \frac{12}{x_1 x_2} = 48$$

$$\Rightarrow \min AB = 4\sqrt{3}.$$

Câu 39: Đáp án D.

$$\text{Phương trình tham số của } \Delta \text{ là } \begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3t \\ z = -1 - t \end{cases}$$

$$\text{Vì } M(a; b; c) \in \Delta \Rightarrow \begin{cases} a = -1 + 2t \\ b = 3t \\ c = -1 - t \end{cases}$$

$$\Rightarrow M(-1 + 2t; 3t; -1 - t)$$

Đường thẳng d đi qua $A(1; 2; -1)$ và $M(-1 + 2t; 3t; -1 - t)$

$$\Rightarrow \text{VTCP } \vec{u}_d = \overrightarrow{AM} = (2t - 2; 3t - 2; -t)$$

$$\text{Ta có } d(B; d) = \frac{|\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{AM}|}{|\overrightarrow{AM}|}$$

$$= \sqrt{\frac{(15t - 8)^2 + (8 - 6t)^2 + (12t - 10)^2}{(2t - 2)^2 + (3t - 2)^2 + t^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{405t^2 - 576t + 228}{14t^2 - 20t + 8}}$$

$$\text{Xét hàm số } f(t) = \frac{405t^2 - 576t + 228}{14t^2 - 20t + 8}$$

Lập bảng biến thiên, ta sẽ có $\max_{\mathbb{R}} f(t) = 29$ đạt được tại $t = 2$

$$\text{Do đó } \begin{cases} a = 3 \\ b = 6 \\ c = -3 \end{cases} \Rightarrow P = 6$$

Câu 40: Đáp án A.

Giả sử cắt vật tại điểm thuộc trục Ox có hoành độ bằng x ($-4 \leq x \leq 4$), ta có độ dài cạnh của thiết diện (là hình vuông $ABCD$) bằng

$$AB = 2AM = 2\sqrt{R^2 - OM^2} = 2\sqrt{16 - |x|^2}.$$

Suy ra diện tích thiết diện $ABCD$ bằng x là

$$S(x) = 4(16 - x^2).$$

Vậy, thể tích của vật thể đã cho

$$V = \int_{-4}^4 S(x) dx = \int_{-4}^4 4(16 - x^2) dx.$$

Câu 41: Đáp án C.

$$\text{Ta có } 10 = \int_1^2 f'(x) dx = f(2) - f(1). \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Và } \ln 2 &= \int_1^2 \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int_1^2 \frac{d(f(x))}{f(x)} \\ &= \ln(f(x)) \Big|_1^2 = \ln(f(2)) - \ln(f(1)) = \ln \frac{f(2)}{f(1)}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } \frac{f(2)}{f(1)} = 2 \Leftrightarrow f(2) = 2f(1). \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $f(1) = 10$ và $f(2) = 20$.

Câu 42: Đáp án D.

Một hộp với kích thước đã cho đựng vừa đủ $6 \times 5 = 30$ viên phần.

Như vậy 12 hộp sẽ đựng được $12 \times 30 = 360$ viên phần.

Suy ra xếp 350 viên phần vào 12 hộp thì thiếu 10 viên.

Câu 43: Đáp án C.

Tập xác định $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

$$\text{Ta có } \log_2 x \cdot \log_2 (2x-1) = 2 \log_2 x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_2 x = 0 \\ \log_2 (2x-1) = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình có hai nghiệm.

Câu 44: Đáp án B

Tập xác định $\mathbb{R}$.

$$\text{Ta có } 2^{\left|\frac{28x}{3} + 1\right|} = 16^{x^2-1} \Leftrightarrow \left|\frac{28x}{3} + 1\right| = 4(x^2 - 1)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{28x}{3} + 1 = 4(x^2 - 1), x \geq -\frac{3}{28} \\ -\frac{28x}{3} - 1 = 4(x^2 - 1), x < -\frac{3}{28} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x^2 - 28x - 15 = 0, x \geq -\frac{3}{28} \\ 12x^2 + 28x - 9 = 0, x < -\frac{3}{28} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12x^2 - 28x - 15 = 0, x \geq -\frac{3}{28} \\ 12x^2 + 28x - 9 = 0, x < -\frac{3}{28} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7 + \sqrt{94}}{6} \\ x = \frac{-7 - 2\sqrt{19}}{6} \end{cases}$$

Câu 45: Đáp án B.

$$\text{Ta có } \log_2 (5^x - 1) \cdot \log_2 (2 \cdot 5^x - 2) \geq m$$

$$\Leftrightarrow \log_2 (5^x - 1) \cdot (1 + \log_2 (5^x - 1)) \geq m \quad (1)$$

$$\text{Đặt } t = \log_2 (5^x - 1), \text{ ta có } t \in [2; +\infty) \Leftrightarrow x \in [1; +\infty).$$

Ta được bất phương trình

$$t(1+t) \geq m \Leftrightarrow t^2 + t \geq m \quad (2)$$

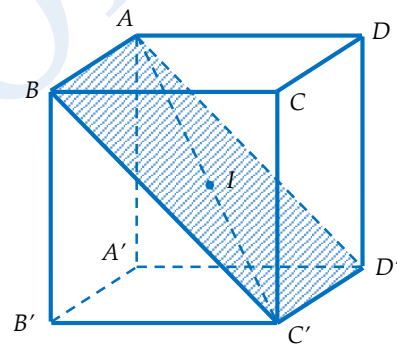
Xét bảng biến thiên của hàm số $f(t) = t^2 + t$ với $t \in [2; +\infty)$ như sau

t	2	$+\infty$
$f(t)$	6	$+\infty$

Từ đó suy ra, yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi và chỉ khi $f(t) \geq m, \forall t \in [2; +\infty)$

$$\Leftrightarrow m \leq \min_{[2; +\infty)} f(t) = 6.$$

Câu 46: Đáp án B.



Gọi cạnh hình lập phương đã cho (giả sử $ABCD.A'B'C'D'$) là x , khi đó diện tích mặt chéo

$$ABC'D' \text{ của hình lập phương bằng } x \cdot x\sqrt{2} = x^2\sqrt{2}$$

$$\text{Từ giả thiết, ta suy ra } x^2\sqrt{2} = a^2\sqrt{2} \Leftrightarrow x = a.$$

Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương bằng nửa độ dài đường chéo của hình lập phương đó, và bằng

$$R = \frac{1}{2} AC' = \frac{1}{2} \sqrt{AB^2 + BC'^2} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + 2a^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Suy ra thể tích khối cầu nói trên: } V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

$$\text{Và diện tích mặt cầu đã nói trên: } S = 4\pi R^2.$$

$$\text{Suy ra } S \cdot V = \frac{16}{3} \pi^2 R^5 = \frac{16}{3} \pi^2 \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^5 = \frac{3\sqrt{3}\pi^2 a^5}{2}.$$

Câu 47: Đáp án A.

$$\text{Ta có } y' = -4x^3 + 2(2m-3)x.$$

Điều kiện $y' \leq 0$ với mọi $x \in (1; 2)$

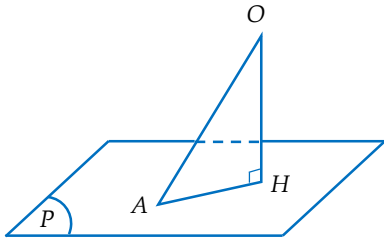
$$\Leftrightarrow 4x^3 + 6x \geq 4mx \text{ với mọi } x \in (1; 2)$$

$\Leftrightarrow 2x^2 + 3 \geq 2m$ với mọi $x \in [1; 2]$ (do hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2]$)

$$\Leftrightarrow \min_{[1; 2]} (2x^2 + 3) \geq 2m \Leftrightarrow 2m \leq 5 \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}.$$

Suy ra $\frac{p}{q} = \frac{5}{2} \Rightarrow p = 5, q = 2$ và $p + q = 7$.

Câu 48: Đáp án D.



Gọi H là hình chiếu của O xuống mặt phẳng (P) .

Nối H với A . Ta có $OH \leq OA$, suy ra OH lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv A$, hay $OA \perp (P) \Rightarrow \overrightarrow{OA} = (1; 1; 1)$ là véc-tơ pháp tuyến của (P) .

Vậy $(P): 1 \cdot (x - 1) + 1 \cdot (y - 1) + 1 \cdot (z - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow x + y + z - 3 = 0.$$

Suy ra (P) đi qua điểm $M_1(1; 2; 0)$.

Câu 49: Đáp án B.

A, B, C cùng thuộc Δ mà $AB = BC$.

Suy ra B là trung điểm của AC .

$$A \in d_1 \Rightarrow A(t; 4 - t; -1 + 2t);$$

$$C \in d_3 \Rightarrow C(-1 + 5t'; 1 + 2t'; -1 + t').$$

$$\text{Suy ra } B = \left(\frac{t + 5t' - 1}{2}; \frac{-t + 2t' + 5}{2}; \frac{2t + t' - 2}{2} \right).$$

$$B \in d_2 \Leftrightarrow \frac{t + 5t' - 1}{2} = \frac{-t + 2t' + 1}{-6} = \frac{2t + t' - 2}{-6}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2t + 17t' = 2 \\ 3t - t' = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t' = 0 \end{cases}.$$

Khi đó $A = (1; 3; 1), C = (-1; 1; -1)$

$$\Rightarrow B = (0; 2; 0), \overrightarrow{AC} = (-2; -2; -2).$$

Vậy phương trình đường thẳng Δ là

$$\frac{x}{1} = \frac{y - 2}{1} = \frac{z}{1}.$$

Câu 50: Đáp án A.

$$\text{Ta có: } z = \left(\frac{2 + 6i}{3 - i} \right)^m = (2i)^m.$$

Do đó để z là số thuần ảo thì m phải là số lẻ.

Do đó có $\frac{49 - 1}{2} + 1 = 25$ giá trị $m \in [1; 50]$ để z là số thuần ảo.

Cuối cùng, tập thể thầy cô giáo tác giả LOVEBOOK muốn gửi riêng tới các em học sinh:

***Nhất định các em sẽ làm được
Đừng bao giờ nản chí các em nhé!***

