

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DÀNH CHO HỌC SINH YẾU-TB

HÌNH HỌC TỌA ĐỘ OXYZ

- CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT
- CẬP NHẬT THÊM NHIỀU DẠNG TOÁN MỚI
- CHIA PHẦN BÀI TẬP VÀ LỜI GIẢI RIÊNG

ÔN THI THPT QUỐC GIA

BÀI 1: HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

A – LÝ THUYẾT CHUNG

1.1. Khái niệm mở đầu

Trong không gian cho ba trục Ox, Oy, Oz phân biệt và vuông góc từng đôi một. Gốc tọa độ O , trục hoành Ox , trục tung Oy , trục cao Oz , các mặt tọa độ $(Oxy), (Oyz), (Ozx)$.

1.2. Khái niệm về hệ trục tọa độ

Khi không gian có hệ tọa độ thì gọi là không gian tọa độ $Oxyz$ hay không gian $Oxyz$.

$$\vec{i}^2 = \vec{j}^2 = \vec{k}^2 = 1$$

Chú ý: $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$

$$\vec{i}\vec{j} = \vec{i}\vec{k} = \vec{j}\vec{k} = 0$$

1.3. Tọa độ véc tơ $\vec{u} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u}(x; y; z) \Leftrightarrow \vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

1.4. Tọa độ điểm $M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

1.5. Các công thức tọa độ cần nhớ

Cho $\vec{u} = (a; b; c)$, $\vec{v} = (a'; b'; c')$

- $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \\ c = c' \end{cases}$
- $\vec{u} \mp \vec{v} = (a \pm a'; b \pm b'; c \pm c')$
- $k\vec{u} = (ka; kb; kc)$
- $\vec{u} \cdot \vec{v} = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \cdot \cos(\vec{u}, \vec{v}) = aa' + bb' + cc'$
- $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|} = \frac{aa' + bb' + cc'}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$
- $|\vec{u}| = \sqrt{\vec{u}^2} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
- $\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0$
- $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A)$
- $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$

1.6. Chú ý

Góc của 2 véc tơ (\vec{u}, \vec{v}) là góc hình học (nhỏ) giữa 2 tia mang véc tơ có, giá trị trong $[0; \pi]$ là:

$$\sin(\vec{u}, \vec{v}) = \sqrt{1 - \cos^2(\vec{u}, \vec{v})} \geq 0$$

1.7. Chia tỉ lệ đoạn thẳng

M chia AB theo tỉ số k nghĩa là $\overrightarrow{MA} = k\overrightarrow{MB}$

Công thức tọa độ của M là :

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_A - kx_B}{1-k} \\ y_M = \frac{y_A - ky_B}{1-k} \\ z_M = \frac{z_A - kz_B}{1-k} \end{cases}$$

1.8. Công thức trung điểm

Nếu M là trung điểm AB thì $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2} \\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2} \end{cases}$

1.9. Công thức trọng tâm tam giác

Nếu G là trọng tâm của ΔABC thì $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} \end{cases}$

1.10. Công thức trọng tâm tứ diện

Nếu G là trọng tâm của tứ diện ABCD thì

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases}$$

1.11. Tích có hướng 2 véc tơ

Cho 2 véc tơ $\vec{u} = (a; b; c)$ và $\vec{v} = (a'; b'; c')$ ta định nghĩa tích có hướng của 2 véc tơ đó là một véc tơ, kí hiệu $[\vec{u}, \vec{v}]$ hay $\vec{u} \wedge \vec{v}$ có toạ độ:

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \begin{pmatrix} |b & c| & |c & a| & |a & b| \\ |b' & c'| & |c' & a'| & |a' & b'| \end{pmatrix} = (bc' - b'c; ca' - ac'; ab' - ba')$$

1.12. Tính chất tích có hướng 2 véc tơ

- $[\vec{u}, \vec{v}]$ vuông góc với \vec{u} và \vec{v}
- $[[\vec{u}, \vec{v}]] = |\vec{u}| \cdot |\vec{v}| \sin(\vec{u}, \vec{v})$
- $[\vec{u}, \vec{v}] = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{u}, \vec{v}$ cùng phương

1.13. Ứng dụng tích có hướng 2 véc tơ

- Diện tích hình bình hành ABCD : $S = [[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}]]$

- Diện tích $\Delta ABC : S = \frac{1}{2} \cdot \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \right|$
- Ba véc tơ $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ đồng phẳng: $[\vec{u}, \vec{v}] \cdot \vec{w} = 0$
- Thể tích khối hộp có đáy hình bình hành $ABCD$ và cạnh bên AA' : $V = \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}] \cdot \overrightarrow{AA'} \right|$
- Thể tích khối tứ diện $S.ABC : V = \frac{1}{6} \cdot \left| [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{SA} \right|$

2. Phương pháp giải 1 số bài toán thường gặp

2.1. Các phép toán về tọa độ của vectơ và của điểm

Phương pháp giải

- Sử dụng các công thức về tọa độ của vectơ và của điểm trong không gian.
- Sử dụng các phép toán về vectơ trong không gian.

2.2. Xác định điểm trong không gian. Chứng minh tính chất hình học. Diện tích – Thể tích

Phương pháp giải

- Sử dụng các công thức về tọa độ của vectơ và của điểm trong không gian.
- Sử dụng các phép toán về vectơ trong không gian.
- Công thức xác định tọa độ của các điểm đặc biệt.
- Tính chất hình học của các điểm đặc biệt:
- A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k \overrightarrow{AC} \Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = \vec{0}$
- $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$
- Cho ΔABC có các chân E, F của các đường phân giác trong và ngoài của góc A của ΔABC trên BC . Ta có: $\overrightarrow{EB} = -\frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{AC}} \cdot \overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{FB} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{AC}} \cdot \overrightarrow{FC}$
- A, B, C, D không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}]$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] \cdot \overrightarrow{AD} \neq 0$

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$. Tìm tọa độ của \vec{u} .

- A.** $\vec{u} = (2; 3; -2)$. **B.** $\vec{u} = (3; 2; -2)$. **C.** $\vec{u} = (3; -2; 2)$. **D.** $\vec{u} = (-2; 3; 2)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}(1; 2; -1)$, $\vec{b}(3; 4; 3)$. Tìm tọa độ của \vec{x} biết $\vec{x} = \vec{b} - \vec{a}$.

- A.** $\vec{x}(2; 2; 4)$. **B.** $\vec{x}(-2; -2; 4)$. **C.** $\vec{x}(-2; -2; -4)$. **D.** $\vec{x}(1; 1; 2)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$ và $\vec{c} = (-2; 5; 1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ là:

- A.** $\vec{u} = (6; -6; 0)$ **B.** $\vec{u} = (6; 0; -6)$ **C.** $\vec{u} = (0; 6; -6)$ **D.** $\vec{u} = (-6; 6; 0)$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -2; 1)$ và $\vec{v} = (-2; 1; 1)$, góc giữa hai vectơ đã cho bằng

- A.** $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{2\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{3}$. **D.** $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\vec{b} \perp \vec{a}$. B. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. C. $\vec{b} \perp \vec{c}$. D. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u}(2;3;-1)$ và $\vec{v}(5;-4;m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- A. $m = 0$. B. $m = 2$. C. $m = 4$. D. $m = -2$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 vectơ $\vec{a} = (-1;1;0)$; $\vec{b} = (1;1;0)$. Trong các kết luận :

- (I). $\vec{a} = -\vec{b}$;
 (II). $|\vec{b}| = |\vec{a}|$;
 (III). $\vec{a} = \vec{b}$;
 (IV). $\vec{a} \perp \vec{b}$, có bao nhiêu kết luận sai?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;-1;4)$ và $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{k}$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 5$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$. C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -11$. D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -13$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 4; -2)$ và $\vec{b} = (1; -2; 3)$. Tích vô hướng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} bằng

- A. -12. B. 30. C. 6. D. -22.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1;1;-2)$, $\vec{v} = (1;0;m)$. Tìm m để góc giữa hai vectơ \vec{u}, \vec{v} bằng 45° .

- A. $m = 2$. B. $m = 2 - \sqrt{6}$. C. $m = 2 + \sqrt{6}$. D. $m = 2 \pm \sqrt{6}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-1; 0; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm của đoạn AB .

- A. $I(2; 2; 6)$. B. $I(-1; -1; 1)$. C. $I(2; 1; 3)$. D. $I(1; 1; 3)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(5; 2; 0)$. Khi đó:

- A. $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{61}$. B. $|\overrightarrow{AB}| = 3$. C. $|\overrightarrow{AB}| = 5$. D. $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$.

Câu 13: Cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$ và $M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì ba điểm A, B, M thẳng hàng?

- A. $x = 4$ và $y = 7$. B. $x = -4$ và $y = -7$.
 C. $x = -4$ và $y = 7$. D. $x = 4$ và $x = 7$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-2; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa $\overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MA}$.

- A. $M(4; 3; 1)$. B. $M(4; 3; 4)$. C. $M(-1; 3; 5)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 15: Tìm tọa độ điểm M trên trục Ox cách đều hai điểm $A(1; 2; -1)$ và điểm $B(2; 1; 2)$.

- A. $M\left(\frac{1}{2};0;0\right)$. B. $M\left(\frac{3}{2};0;0\right)$. C. $M\left(\frac{2}{3};0;0\right)$. D. $M\left(\frac{1}{3};0;0\right)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, điểm thuộc trục Oy và cách đều hai điểm $A(3;4;1)$ và $B(1;2;1)$ là

- A. $M(0;5;0)$. B. $M(0;-5;0)$. C. $M(0;4;0)$. D. $M(5;0;0)$.

Câu 17: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}(1;-2;0)$ và $\vec{b}(-2;3;1)$. Khẳng định nào sau đây là *sai*?

- A. $|\vec{b}| = 14$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -8$.
 C. $2\vec{a} = (2;-4;0)$. D. $\vec{a} + \vec{b} = (-1;1;-1)$.

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oy ?

- A. $M(1;0;0)$. B. $M(0;0;3)$. C. $M(0;-2;0)$. D. $M(-1;0;2)$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oyz) là điểm M . Tọa độ của điểm M là

- A. $M(1;-2;0)$. B. $M(0;-2;3)$. C. $M(1;0;0)$. D. $M(1;0;3)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = (1;5;2)$, $\overrightarrow{ON} = (3;7;-4)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N . Tìm tọa độ điểm P .

- A. $P(2;6;-1)$. B. $P(5;9;-10)$. C. $P(7;9;-10)$. D. $P(5;9;-3)$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $K(2;4;6)$, gọi K' là hình chiếu vuông góc của K lên Oz , khi đó trung điểm của OK' có tọa độ là:

- A. $(0;0;3)$. B. $(1;0;0)$. C. $(1;2;3)$. D. $(0;2;0)$.

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $N(1;0;2)$. B. $P(0;1;2)$. C. $Q(0;0;2)$. D. $M(1;2;0)$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-4)$ và $B(-3;2;2)$. Tọa độ của \overrightarrow{AB} là

- A. $(-2;4;-2)$. B. $(-4;0;6)$. C. $(4;0;-6)$. D. $(-1;2;-1)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ \vec{a} biểu diễn của các vectơ đơn vị là $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của vectơ \vec{a} là

- A. $(1;-3;2)$. B. $(1;2;-3)$. C. $(2;-3;1)$. D. $(2;1;-3)$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;4)$, $B(2;4;-1)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB .

- A. $G(1;2;1)$. B. $G(2;1;1)$. C. $G(2;1;1)$. D. $G(6;3;3)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;4;2)$, $B(-1;-2;2)$ và $G(1;1;3)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Tọa độ điểm C là

- A. $C(0;1;2)$. B. $C(0;0;2)$. C. $C(1;1;5)$. D. $C(1;3;2)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(-2;8;-3)$. B. $D(-2;2;5)$. C. $D(-4;8;-5)$. D. $D(-4;8;-3)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-4;2)$, $B(4;2;-3)$, $C(-3;1;5)$. Tìm tọa độ đỉnh D của hình bình hành $ABCD$.

- A. $D(-6;-5;-10)$. B. $D(0;7;0)$. C. $D(-6;-5;10)$. D. $G(-2;-1;3)$.

Câu 29: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;1;-2)$. Tọa độ điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxz) là

- A. $A'(4;-1;2)$. B. $A'(-4;-1;2)$. C. $A'(4;-1;-2)$. D. $A'(4;1;2)$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;4;5)$, $B(-1;0;1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

- A. $M(4;4;4)$. B. $M(1;2;3)$. C. $M(-4;-4;-4)$. D. $M(2;4;6)$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(5;2;0)$. Khi đó:

- A. $|\overrightarrow{AB}| = 3$. B. $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$. C. $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{61}$. D. $|\overrightarrow{AB}| = 5$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3;2;1)$ và điểm $A(4;6;-3)$. Tìm tọa độ điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.

- A. $(-7;-4;4)$. B. $(-1;-8;2)$. C. $(7;4;-4)$. D. $(1;8;-2)$.

Câu 33: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$ và $D(2;2;2)$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm I của MN là:

- A. $I(1;-1;2)$. B. $I(1;1;0)$. C. $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};1\right)$. D. $I(1;1;1)$.

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(3;-4;0)$, $B(0;2;4)$, $C(4;2;1)$. Tọa độ điểm D trên trục Ox sao cho $AD = BC$ là:

- A. $D(0;0;0) \wedge D(0;0;-6)$. B. $D(0;0;-3) \wedge D(0;0;3)$.
 C. $D(0;0;0) \wedge D(6;0;0)$. D. $D(0;0;2) \wedge D(0;0;8)$.

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0; -2; -1)$ và $A(1; -1; 2)$. Tọa độ điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$ là

- A. $M\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};1\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$. C. $M(2; 0; 5)$. D. $M(-1;-3;-4)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

- A. $(-2;11;1)$. B. $\left(\frac{11}{3};-2;1\right)$. C. $\left(\frac{2}{3},\frac{11}{3};\frac{1}{3}\right)$. D. $\left(-\frac{2}{3},\frac{11}{3};1\right)$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (0; 3; 1)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

A. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{10}$.

B. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{10}$.

C. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\frac{1}{100}$.

D. $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{1}{100}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 3)$, $I(1; 0; 4)$. Tìm tọa độ điểm N sao cho I là trung điểm của đoạn MN .

A. $N(5; -4; 2)$.

B. $N(0; 1; 2)$.

C. $N\left(2; -1; \frac{7}{2}\right)$

D. $N(-1; 2; 5)$.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(3; -4; 3)$. Tông khoảng cách từ A đến ba trục tọa độ bằng

A. $\frac{\sqrt{34}}{2}$.

B. $10 + 3\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{34}$.

D. 10.

Câu 40: Cho các vectơ $\vec{u} = (1; -2; 3)$, $\vec{v} = (-1; 2; -3)$. Tính độ dài của vectơ $\vec{w} = \vec{u} - 2\vec{v}$

A. $|\vec{w}| = \sqrt{85}$.

B. $|\vec{w}| = \sqrt{185}$.

C. $|\vec{w}| = \sqrt{26}$.

D. $|\vec{w}| = \sqrt{126}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho $E(-5; 2; 3)$, F là điểm đối xứng với E qua trục Oy . Độ dài EF là.

A. $2\sqrt{34}$.

B. $2\sqrt{13}$.

C. $2\sqrt{29}$.

D. $\sqrt{14}$.

Câu 42: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(0; 0; 3)$, $B(0; 0; -1)$, $C(1; 0; -1)$, $D(0; 1; -1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $AB \perp BD$.

B. $AB \perp BC$.

C. $AB \perp AC$.

D. $AB \perp CD$.

Câu 43: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; 1; 4)$, $C(0; 0; 4)$. Tìm số đo của góc \widehat{ABC} .

A. 60° .

B. 135° .

C. 120° .

D. 45° .

Câu 44: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2; 4; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $C(-1; 4; -7)$ và $D'(6; 8; 10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8; 4; 10)$.

B. $B'(6; 12; 0)$.

C. $B'(10; 8; 6)$.

D. $B'(13; 0; 17)$.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$, $D(1; -1; 1)$, $C'(4; 5; -5)$. Tính tọa độ đỉnh A' của hình hộp.

A. $A'(3; 4; -6)$.

B. $A'(4; 6; -5)$.

C. $A'(2; 0; 2)$.

D. $A'(3; 5; -6)$.

Câu 46: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $D(0; 3; 0)$ và $D'(0; 3; -3)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác $A'B'C$ là.

A. $(1; 2; -1)$.

B. $(2; 1; -2)$.

C. $(2; 1; -1)$.

D. $(1; 1; -2)$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (a_1, a_2, a_3), \vec{b} = (b_1, b_2, b_3)$ khác $\vec{0}$. Tích có hướng của \vec{a} và \vec{b} và \vec{c} . Câu nào sau đây đúng?

- A. $\vec{c} = (a_1b_3 - a_3b_1, a_2b_2 - a_1b_2, a_3b_2 - a_2b_3)$. B. $\vec{c} = (a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1, a_2b_3 - a_3b_1)$.
 C. $\vec{c} = (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_2, a_1b_2 - a_2b_1)$. D. $\vec{c} = (a_1b_3 - a_2b_1, a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3)$.

Câu 48: Cho $\vec{a} = (-2; 0; 1), \vec{b} = (1; 3; -2)$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng ?

- A. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-3; -3; -6)$. B. $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; 3; -6)$.
 C. $[\vec{a}, \vec{b}] = (1; 1; -2)$. D. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -1; 2)$.

Câu 49: Cho $\vec{a} = (1; 0; -3); \vec{b} = (2; 1; 2)$. Khi đó $[\vec{a}; \vec{b}]$ có giá trị là

- A. 8. B. 3. C. $\sqrt{74}$. D. 4.

BÀI 2: PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

A – LÝ THUYẾT CHUNG

1. Phương trình mặt cầu

1.1. Phương trình chính tắc

Phương trình của mặt cầu (S) tâm $I(a; b; c)$, bán kính R là:

$$(S) : (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2 \quad (1)$$

Phương trình (1) được gọi là phương trình chính tắc của mặt cầu

Đặc biệt: Khi $I \equiv O$ thì $(C) : x^2 + y^2 + z^2 = R^2$

1.2. Phương trình tổng quát

Phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2ax - 2by - 2cz + d = 0$ với $a^2 + b^2 + c^2 - d > 0$ là phương trình của mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d}$.

2. Một số bài toán liên quan

2.1. Dạng 1: (S) có tâm $I(a; b; c)$ và bán kính R thì $(S) : (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$

2.2. Dạng 2: (S) có tâm $I(a; b; c)$ và đi qua điểm A thì bán kính $R = IA$.

2.3. Dạng 3: (S) nhận đoạn thẳng AB cho trước làm đường kính:

- Tâm I là trung điểm của đoạn thẳng

$$AB : x_I = \frac{x_A + x_B}{2}; y_I = \frac{y_A + y_B}{2}; z_I = \frac{z_A + z_B}{2}$$

- Bán kính $R = IA = \frac{AB}{2}$.

2.4. Dạng 4: (S) đi qua bốn điểm A, B, C, D (mặt cầu ngoại tiếp tứ diện)

- Giả sử phương trình mặt cầu (S) có dạng:

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2ax + 2by + 2cz + d = 0 \quad (*).$$

- Thay lần lượt toạ độ của các điểm A, B, C, D vào $(*)$, ta được 4 phương trình.

THAM KHẢO THÊM SAU KHI HỌC BÀI PT MẶT PHẲNG, PT ĐƯỜNG THẲNG

2.5. Dạng 5: (S) đi qua ba điểm A, B, C và có tâm I nằm trên mặt phẳng (P) cho trước thì giải tương tự dạng 4

6. Dạng 6: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$, tiếp xúc với mặt phẳng (P) cho trước thì bán kính mặt cầu $R = d(I; (P))$

2.7. Dạng 7: Viết phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(a; b; c)$, cắt mặt phẳng (P) cho trước theo giao tuyến là một đường tròn thoả điều kiện.

- Đường tròn cho trước (bán kính hoặc diện tích hoặc chu vi) thì từ công thức diện tích đường tròn $S = \pi r^2$ hoặc chu vi đường tròn $P = 2\pi r$ ta tìm được bán kính đường tròn giao tuyến r .
- Tính $d = d(I, (P))$
- Tính bán kính mặt cầu $R = \sqrt{d^2 + r^2}$

- Kết luận phương trình mặt cầu.

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(2;-1;0), R=4$. B. $I(2;-1;0), R=2$. C. $I(-2;1;0), R=2$. D. $I(-2;1;0), R=4$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 4$.

- A. $I(-1;0;1), R=2$. B. $I(1;0;-1), R=4$.
C. $I(1;0;-1), R=2$. D. $I(-1;0;1), R=4$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm và bán kính lần lượt là

- A. $I(1;2;-3); R=2$. B. $I(1;2;-3); R=4$.
C. $I(-1;-2;3); R=4$. D. $I(-1;-2;3); R=2$.

Câu 4: Phương trình mặt cầu tâm $I(1;2;-3)$ bán kính $R=2$ là:

- A. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 2^2$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z + 10 = 0$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + 10 = 0$.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình:

$(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của (S) .

- A. $I(-1;2;-3)$ và $R=4$. B. $I(1;-2;3)$ và $R=2$.
C. $I(-1;2;-3)$ và $R=2$. D. $I(1;-2;3)$ và $R=4$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(6;2;-5)$, $N(-4;0;7)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính MN ?

- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 62$. B. $(x+5)^2 + (y+1)^2 + (z-6)^2 = 62$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 62$. D. $(x-5)^2 + (y-1)^2 + (z+6)^2 = 62$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 1 = 0$. Tâm I và bán kính R của (S) là

- A. $I\left(\frac{-1}{2};1;0\right)$ và $R=\frac{1}{2}$ B. $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right)$ và $R=\frac{1}{\sqrt{2}}$
C. $I\left(\frac{1}{2};-1;0\right)$ và $R=\frac{1}{2}$ D. $I\left(-\frac{1}{2};1;0\right)$ và $R=\frac{1}{4}$

Câu 8: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 2z = 0$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là.

- A. $I(1;-2;1), R=\sqrt{6}$. B. $I(1;-2;1), R=6$.

C. $I(-1; 2; -1), R = \sqrt{6}$.

D. $I(-1; 2; -1), R = 6$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 6z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có bán kính là

A. 3.

B. 5.

C. 2.

D. 7.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 1 = 0. \text{ Tính tọa độ tâm } I, \text{ bán kính } R \text{ của mặt cầu } (S).$$

A. $\begin{cases} I(-1; 3; 0) \\ R = 3 \end{cases}$.

B. $\begin{cases} I(1; -3; 0) \\ R = 3 \end{cases}$.

C. $\begin{cases} I(-1; 3; 0) \\ R = 9 \end{cases}$.

D. $\begin{cases} I(1; -3; 0) \\ R = \sqrt{10} \end{cases}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 2 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S) .

A. $I(-2; 1; 3), R = 4$.

B. $I(2; -1; -3), R = 4$.

C. $I(-2; 1; 3), R = 2\sqrt{3}$.

D. $I(2; -1; -3), R = \sqrt{12}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 4y + 2z - 4 = 0$ có bán kính R là

A. $R = \sqrt{5}$.

B. $R = 25$.

C. $R = 2$.

D. $R = 5$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-2; 1; 3)$ và mặt phẳng (P) :

$2x - y + 2z - 10 = 0$. Tính bán kính r của mặt cầu (S) , biết rằng (S) có tâm I và nó cắt (P) theo một đường tròn (T) có chu vi bằng 10π .

A. $r = \sqrt{5}$

B. $r = 34$

C. $r = 5$

D. $r = \sqrt{34}$

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 1; 3), B(-1; 3; 2), C(-1; 2; 3)$. Mặt cầu tâm O và tiếp xúc mặt phẳng (ABC) có bán kính R là

A. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $R = \sqrt{3}$.

C. $R = \frac{3}{2}$.

D. $R = 3$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(-3; 4; 2), B(-5; 6; 2), C(-10; 17; -7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C bán kính AB .

A. $(x+10)^2 + (y+17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

B. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z-7)^2 = 8$.

C. $(x+10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

D. $(x-10)^2 + (y-17)^2 + (z+7)^2 = 8$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$ và $B(-1; 4; 1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là:

A. $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 12$.

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 12$.

C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 = 12$.

D. $x^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 3$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm $I(1; 2; -4)$ và thể tích của khối cầu tương ứng bằng 36π .

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3.$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9..$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9..$

D. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9..$

Câu 18: Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (P): $x - 2y - 2z - 8 = 0$ có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 3.$

C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9.$

B. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 9.$

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3.$

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu đó.

A. $I(-1;3;0); R=3.$

C. $I(1;-3;0); R=3.$

B. $I(1;-3;0); R=9.$

D. $I(-1;3;0); R=9.$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(2;-1;3)$ tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 3.$

C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 2.$

B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4.$

D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9.$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;3;2)$ và mặt phẳng (P): $3x + 6y - 2z - 4 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

A. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 49.$

C. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 7.$

B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{49}.$

D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 1.$

Câu 22: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $I(1;2;-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc $mp(P)$ có phương trình:

A. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$

C. $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$

B. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 2.$

D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 16;$

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;4;2)$ và tiếp xúc mặt phẳng (P): $-2x + 2y + z + 15 = 0$. Khi đó phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 9.$

C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 9.$

B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81.$

D. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81.$

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-4)$ và mặt phẳng (P): $x + y - 2z + 1 = 0$. Biết rằng mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 1. Viết phương trình mặt cầu (S).

A. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 25.$

C. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 25.$

B. $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+4)^2 = 13.$

D. $(S): (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 13.$

BÀI 3: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG (Chưa học PTĐT)

A – LÝ THUYẾT CHUNG

1.1 Khái niệm về véc tơ pháp tuyến

\vec{n} khác $\vec{0}$ và có giá vuông góc $mp(P)$ được gọi là véc tơ pháp tuyến của (P) .

1.2. Tính chất của véc tơ pháp tuyến

Nếu \vec{n} là véc tơ pháp tuyến của (P) thì $k\vec{n}$, ($k \neq 0$) cũng là véc tơ pháp tuyến của (P) .

2.1 Phương trình tổng quát của $mp(P)$

Phương trình tổng quát của $mp(P)$ qua $M(x_0; y_0; z_0)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ là $A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$

2.2. Khai triển của phương trình tổng quát

Dạng khai triển của phương trình tổng quát là: $Ax + By + Cz + D = 0$ (trong đó A, B, C không đồng thời bằng 0)

2.3. Những trường hợp riêng của phương trình tổng quát

- (P) qua gốc tọa độ $\Leftrightarrow D = 0$
- (P) song song hoặc trùng $(Oxy) \Leftrightarrow A = B = 0$
- (P) song song hoặc trùng $(Oyz) \Leftrightarrow B = C = 0$
- (P) song song hoặc trùng $(Ozx) \Leftrightarrow A = C = 0$
- (P) song song hoặc chúa $Ox \Leftrightarrow A = 0$
- (P) song song hoặc chúa $Oy \Leftrightarrow B = 0$
- (P) song song hoặc chúa $Oz \Leftrightarrow C = 0$
- (P) cắt Ox tại $A(a; 0; 0)$, cắt Oy tại $B(0; b; 0)$ và cắt Oz tại $C(0; 0; c) \Leftrightarrow (P)$ có phương trình

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 (a, b, c \neq 0)$$

3. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): Ax + By + Cz + D = 0$ và $(P'): A'x + B'y + C'z + D' = 0$.

Khi đó:

- (P) cắt $(P') \Leftrightarrow A : B : C \neq A' : B' : C'$.
- $(P) // (P') \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} \neq \frac{D}{D'}$.
- $(P) \equiv (P') \Leftrightarrow \frac{A}{A'} = \frac{B}{B'} = \frac{C}{C'} = \frac{D}{D'}$.
- $(P) \perp (P') \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \perp \vec{n}_{(P')} \Leftrightarrow \vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(P')} = 0 \Leftrightarrow AA' + BB' + CC' = 0$.

4.1 Khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng

Cho $M(x_0; y_0; z_0)$ và $(P): Ax + By + Cz + D = 0$; $d(M, (P)) = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

4.2. Khoảng cách giữa 2 mặt phẳng song song

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song bằng khoảng cách từ một điểm bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.

5.1. Hình chiếu của 1 điểm lên mặt phẳng

Điểm H là hình chiếu của điểm M trên $(P) \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MH}, \vec{n} cung phuong \\ H \in (P) \end{cases}$.

5.2. Điểm đối xứng của 1 điểm qua mặt phẳng

Điểm M' đối xứng với điểm M qua $(P) \Leftrightarrow \overline{MM'} = 2\overline{MH}$

6. Góc giữa hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(\alpha), (\beta)$ có phương trình: $(\alpha): A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$
 $(\beta): A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0$

Góc giữa $(\alpha), (\beta)$ bằng hoặc bù với góc giữa hai VTPT \vec{n}_1, \vec{n}_2 .

$$\cos((\alpha), (\beta)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2} \cdot \sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}}$$

Chú ý: $0^\circ \leq \widehat{(\alpha), (\beta)} \leq 90^\circ$; $(\alpha) \perp (\beta) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$

7. Vị trí tương đối giữa mặt phẳng và mặt cầu. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu

Cho mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$ và mặt cầu $(S): (x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$ có tâm I

- (α) và (S) không có điểm chung $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) > R$
- (α) tiếp xúc với $(S) \Leftrightarrow d(I, (\alpha)) = R$ với (α) là tiếp diện

Để tìm tọa độ tiếp điểm ta có thể thực hiện như sau:

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua tâm I của (S) và vuông góc với (α) .
- Tìm tọa độ giao điểm H của d và (α) . H là tiếp điểm của (S) với (α) .
- (α) cắt (S) theo một đường tròn $\Leftrightarrow d(I, (\alpha)) < R$

Để xác định tâm H và bán kính r của đường tròn giao tuyến ta có thể thực hiện như sau:

- Viết phương trình đường thẳng d đi qua tâm I của (S) và vuông góc với (α) .
- Tìm tọa độ giao điểm H của d và (α) . Với H là tâm của đường tròn giao tuyến của (S) với (α) .
- Bán kính r của đường tròn giao tuyến: $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$

8. Viết phương trình mặt phẳng

Để lập phương trình mặt phẳng (α) ta cần xác định một điểm thuộc (α) và một VTPT của nó.

8.1. Dạng 1: (α) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có VTPT $\vec{n} = (A; B; C)$ thì:

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

8.2. Dạng 2: (α) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ có cặp VTCP \vec{a}, \vec{b} thì $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ là một VTPT của (α)

8.3. Dạng 3: (α) đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và song song với $(\beta): Ax + By + Cz = 0$ thì

$$(\alpha): A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$$

8.4. Dạng 4: (α) đi qua 3 điểm không thẳng hàng A, B, C . Khi đó ta có thể xác định một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$

THAM KHẢO THÊM SAU KHI HỌC BÀI ĐƯỜNG THẲNG

8.5. Dạng 5: (α) đi qua một điểm M và một đường thẳng (d) không chứa M :

- Trên (d) lấy điểm A và VTCP \vec{u} .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\overrightarrow{AM}, \vec{u}]$

8.6. Dạng 6: (α) đi qua một điểm M , vuông góc với đường thẳng (d) thì VTCP \vec{u} của đường thẳng (d) là một VTPT của (α) .

8.7. Dạng 7: (α) chứa đường thẳng cắt nhau d_1, d_2 :

- Xác định các VTCP \vec{a}, \vec{b} của các đường thẳng d_1, d_2 .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.
- Lấy một điểm M thuộc d_1 hoặc $d_2 \Rightarrow M \in (\alpha)$.

8.8. Dạng 8: (α) chứa đường thẳng d_1 và song song với đường thẳng d_2 (d_1, d_2 chéo nhau):

- Xác định các VTCP \vec{a}, \vec{b} của các đường thẳng d_1, d_2 .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.
- Lấy một điểm M thuộc $d_1 \Rightarrow M \in (\alpha)$.

8.9. Dạng 9: (α) đi qua điểm M và song song với hai đường thẳng chéo nhau d_1, d_2 :

- Xác định các VTCP \vec{a}, \vec{b} của các đường thẳng d_1, d_2 .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$.

8.10. Dạng 10: (α) chứa một đường thẳng d và vuông góc với một mặt phẳng (β) :

- Xác định VTCP \vec{u} của d và VTPT \vec{n}_β của (β) .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{u}, \vec{n}_\beta]$.
- Lấy một điểm M thuộc $d \Rightarrow M \in (\alpha)$.

8.11. Dạng 11: (α) đi qua điểm M và vuông góc với hai mặt phẳng cắt nhau $(\beta), (\gamma)$:

- Xác định các VTPT $\vec{n}_\beta, \vec{n}_\gamma$ của (β) và (γ) .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = [\vec{u}_\beta, \vec{n}_\gamma]$.

8.12. Dạng 12: (α) chứa đường thẳng d cho trước và cách điểm M cho trước một khoảng k cho trước:

- Giả sử (α) có phương trình: $Ax + By + Cz + D = 0$ ($A^2 + B^2 + C^2 \neq 0$).
- Lấy 2 điểm $A, B \in (d) \Rightarrow A, B \in (\alpha)$ (ta được hai phương trình (1),(2))
- Từ điều kiện khoảng cách $d(M, (\alpha)) = k$, ta được phương trình (3).

- Giải hệ phương trình (1),(2),(3) (bằng cách cho giá trị một ẩn, tìm các ẩn còn lại).

8.13. Dạng 13: (α) là tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm H :

- Giả sử mặt cầu (S) có tâm I và bán kính R .
- Một VTPT của (α) là: $\vec{n} = \overrightarrow{IH}$

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n} = (-2; 1; -1)$. B. $\vec{n} = (2; 1; -1)$. C. $\vec{n} = (-1; 1; -1)$. D. $\vec{n} = (2; -1; -1)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho phương trình mặt phẳng $(P): 2x + 3y - 4z + 5 = 0$.

Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

- A. $\vec{n} = (2; 3; -4)$. B. $\vec{n} = (2; 3; 4)$. C. $\vec{n} = (2; 3; 5)$. D. $\vec{n} = (-4; 3; 2)$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{1}{2}x - 2y + z + 5 = 0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_2 = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; -4; 2)$. C. $\vec{n}_1 = (2; -2; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 1; 5)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng qua điểm $M(2; -3; 4)$ và nhận $\vec{n} = (-2; 4; 1)$ làm vectơ pháp tuyến

- A. $-2x + 4y + z + 11 = 0$. B. $-2x + 4y + z - 12 = 0$.
C. $2x - 4y - z - 12 = 0$. D. $2x - 4y - z + 10 = 0$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(3; 0; 0)$, $N(0; -2; 0)$ và $P(0; 0; 1)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$. B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = 1$. C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$. D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{1} = -1$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 3; 4)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy, Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$ B. $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1$ C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, gọi (P) là mặt phẳng cắt ba trục tọa độ tại ba điểm $A(8, 0, 0); B(0, -2, 0); C(0, 0, 4)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là:

- A. $\frac{x}{4} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{8} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{4} = 0$.
C. $x - 4y + 2z = 0$. D. $x - 4y + 2z - 8 = 0$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(12;8;6)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua các hình chiếu của M trên các trục tọa độ.

A. $2x + 3y + 4z - 24 = 0$.

B. $\frac{x}{-12} + \frac{y}{-8} + \frac{z}{-6} = 1$.

C. $\frac{x}{6} + \frac{y}{4} + \frac{z}{3} = 1$.

D. $x + y + z - 26 = 0$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;1)$, $B(2;-1;0)$, $C(1;1;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A , B , C .

A. $7x + 2y + z - 10 = 0$.

B. $x + y + z - 4 = 0$.

C. $4x + y + z - 7 = 0$.

D. $7x + 2y + z - 12 = 0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;0;1)$ và $B(-2;2;3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB ?

A. $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

B. $3x - y - z = 0$.

C. $3x + y + z - 6 = 0$.

D. $3x - y - z + 1 = 0$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-3)$, $B(-3;2;9)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

A. $x - 3z + 10 = 0$.

B. $-4x + 12z - 10 = 0$.

C. $x + 3z + 10 = 0$.

D. $x + 3z + 10 = 0$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $M(1;3;2)$, $N(5;2;4)$, $P(2;-6;-1)$ có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$. Tính tổng $S = A + B + C + D$.

A. $S = -3$.

B. $S = 1$.

C. $S = 6$.

D. $S = -5$.

Câu 13: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0)$, $B(0;-2;0)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (OAB) ?

A. $z = 0$.

B. $(x-1) + (y-2) = 0$.

C. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} = 1$.

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{-2} + z = 0$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;1)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 2 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A và song song mặt phẳng (P) là:

A. $(Q): 3x + y - 2z - 9 = 0$.

B. $(Q): x - 3y + 2z + 1 = 0$.

C. $(Q): x - 3y + 2z + 4 = 0$.

D. $(Q): x - 3y + 2z - 1 = 0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(0;1;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(-2;0;1)$. Phương trình mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC là

A. $-y + 2z - 3 = 0$.

B. $2x - y + 1 = 0$.

C. $y + 2z - 5 = 0$.

D. $2x - y - 1 = 0$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;-1;-2)$ và mặt phẳng

$(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua M và song song với (α) ?

- A. $3x - y - 2z + 6 = 0$.
C. $3x - y + 2z + 6 = 0$.

- B. $3x + y - 2z - 14 = 0$.
D. $3x - y + 2z - 6 = 0$.

Câu 17: Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;1;1)$, $B(1;0;1)$, $C(0;0;1)$, và $I(1;1;1)$. Mặt phẳng qua I , song song với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

- A. $z - 1 = 0$ B. $y - 1 = 0$ C. $x + y + z - 3 = 0$ D. $x - 1 = 0$

Câu 18: Mặt phẳng có phương trình nào sau đây song song với trục Ox ?

- A. $2x + y + 1 = 0$. B. $3x + 1 = 0$. C. $y - 2z + 1 = 0$. D. $2y + z = 0$.

Câu 19: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt phẳng chứa 2 điểm $A(1;0;1)$ và $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

- A. $x + y - z = 0$. B. $2y - z + 1 = 0$. C. $y - 2z + 2 = 0$. D. $x + 2z - 3 = 0$.

Câu 20: Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $M(1;-1;2)$ và chưa trục Ox . Điểm nào trong các điểm sau đây thuộc mặt phẳng (α) ?

- A. $P(-2;2;4)$. B. $Q(0;4;2)$. C. $M(0;4;-2)$. D. $N(2;2;-4)$.

Câu 21: Phương trình của mặt phẳng (α) qua $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ là

- A. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$. B. $11x + 7y + 2z + 21 = 0$.
C. $11x + 7y - 2z - 21 = 0$. D. $11x - 7y + 2z + 21 = 0$.

Câu 22: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;2;-1)$; $B(-1;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A ; B và vuông góc với (P)

- A. $(Q): 2x - y + 3 = 0$. B. $(Q): x + z = 0$.
C. $(Q): -x + y + z = 0$. D. $(Q): 3x - y + z = 0$.

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Một mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A , B và vuông góc với (P) có dạng: $ax + by + cz - 11 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a + b = c$. B. $a + b + c = 5$. C. $a \in (b; c)$. D. $a + b > c$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm H , cắt Ox , Oy , Oz tại A , B , C sao cho H là trực tâm của tam giác ABC . Phương trình của mặt phẳng (P) là

- A. $(P): 3x + y + 2z - 11 = 0$. B. $(P): 3x + 2y + z - 10 = 0$.
C. $(P): x + 3y + 2z - 13 = 0$. D. $(P): x + 2y + 3z - 14 = 0$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; -1; 4)$ và nhận $\vec{u} = (3, 2, 1)$, $\vec{v} = (-3, 0, 1)$ làm vectơ chỉ phương là:

- A. $x + y + z - 3 = 0$ B. $x - y - z - 12 = 0$
C. $x - 3y + 3z - 15 = 0$ D. $3x + 3y - z = 0$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và hai mặt phẳng

$(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$, $(Q): y = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

- A.** $3x - 2z - 1 = 0$. **B.** $3x + y - 2z - 2 = 0$.
C. $3x - 2z = 0$. **D.** $3x - y + 2z - 4 = 0$.

Câu 27: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có phương trình là $x + y - z = 0$, $x - 2y + 3z = 4$ và điểm $M(1; -2; 5)$. Tìm phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (P) , (Q) .

- A.** $x - 4y - 3z - 6 = 0$. **B.** $5x + 2y - z + 4 = 0$.
C. $5x + 2y - z + 14 = 0$. **D.** $x - 4y - 3z + 6 = 0$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-5)^2 = 9$. Mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(2; -4; 3)$ có phương trình là

- A.** $x - 6y + 8z - 50 = 0$. **B.** $3x - 6y + 8z - 54 = 0$.
C. $x - 2y - 2z - 4 = 0$. **D.** $x - 2y - 2z + 4 = 0$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 4z = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại điểm $A(3; 4; 3)$ có phương trình.

- A.** $2x + 2y + z - 17 = 0$. **B.** $4x + 4y - 2z - 17 = 0$.
C. $x + y + z - 17 = 0$. **D.** $2x + 4y + z - 17 = 0$.

Câu 30: Cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Mặt phẳng tiếp xúc với (S) và song song với (α) có phương trình là:

- A.** $4x + 3y - 12z + 78 = 0$. **B.** $4x + 3y - 12z - 78 = 0$ hoặc
 $4x + 3y - 12z + 26 = 0$.
C. $4x + 3y - 12z - 26 = 0$. **D.** $4x + 3y - 12z + 78 = 0$ hoặc
 $4x + 3y - 12z - 26 = 0$.

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{a} + \frac{y}{2a} + \frac{z}{3a} = 1$ ($a > 0$) cắt ba trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C . Tính thể tích V của khối tứ diện $OABC$.

- A.** $V = 4a^3$. **B.** $V = a^3$. **C.** $V = 3a^3$. **D.** $V = 3a^3$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) chứa trục Oy và đi qua điểm $M(1; -1; 1)$ là:

- A.** $x - y = 0$. **B.** $x + y = 0$. **C.** $x - z = 0$. **D.** $x + z = 0$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\alpha: x + y - z + 1 = 0$ và $(\beta): -2x + my + 2z - 2 = 0$. Tìm m để (α) song song với (β) .

- A.** $m = 2$. **B.** $m = 5$.
C. Không tồn tại m . **D.** $m = -2$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 5 = 0$. Tiếp diện của (S) tại điểm $M(-1; 2; 0)$ có phương trình là

- A. $z = 0$. B. $x = 0$. C. $2x + y = 0$. D. $y = 0$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 4 - t \end{cases}$. Mặt phẳng đi qua $A(2; -1; 1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

- A. $x + 3y - 2z - 5 = 0$. B. $2x + y - z - 2 = 0$.
 C. $x + 3y - 2z - 3 = 0$. D. $x - 3y - 2z + 3 = 0$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2; 1; 1)$. Viết phương trình mặt phẳng qua H và cắt các trục Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho H là trực tâm tam giác ABC .

- A. $x - y - z = 0$ B. $2x + y + z - 6 = 0$ C. $2x + y + z + 6 = 0$ D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1; -2; 3)$, $B(3; 2; -1)$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A , B và vuông góc với (P) là

- A. $(Q): 2x + 2y + 3z - 7 = 0$. B. $(Q): 2x - 2y + 3z - 7 = 0$.
 C. $(Q): 2x + 2y + 3z - 9 = 0$. D. $(Q): x + 2y + 3z - 7 = 0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 1; 1)$ và $B(0; 2; 2)$ đồng thời cắt các tia Ox , Oy lần lượt tại 2 điểm M , N (không trùng với gốc tọa độ O) sao cho $OM = 2ON$.

- A. $(P): 2x + 3y - z - 4 = 0$. B. $(P): 2x + y + z - 4 = 0$.
 C. $(P): x + 2y - z - 2 = 0$. D. $(P): 3x + y + 2z - 6 = 0$.

Câu 39: Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1; 2; 3)$ là trực tâm của ΔABC với A, B, C là ba điểm lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz (khác gốc tọa độ). Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

- A. $3x + y + 2z - 9 = 0$ B. $x + 2y + 3z - 14 = 0$
 C. $3x + 2y + z - 10 = 0$ D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$

BÀI 4: PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG CÓ SỬ DỤNG PTĐT

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Trong các mặt phẳng dưới đây, tìm một mặt phẳng vuông góc với đường thẳng d

- A. $2x - 2y + 2z + 4 = 0$. B. $4x - 2y - 2z - 4 = 0$.
 C. $4x - 2y + 2z + 4 = 0$. D. $4x + 2y + 2z + 4 = 0$.

Câu 2: Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 2; 0)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-1}$ có phương trình là :

- A. $2x + y - z - 4 = 0$. B. $2x - y - z + 4 = 0$.
 C. $x + 2y - z + 4 = 0$. D. $2x + y + z - 4 = 0$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng (d) có phương trình $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 + t ; t \in \mathbb{R} \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. Mặt phẳng (P) đi qua $A(-1; -2; 1)$ và (P) vuông góc với đường thẳng (d) thì (P) có phương trình là:

- A. $(P): -3x + y + 2z + 3 = 0$. B. $(P): x + 2y + 3z - 2 = 0$.
 C. $(P): -3x + y + 2z - 3 = 0$. D. $(P): x + 2y + 3z + 2 = 0$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng chứa đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và song song với đường thẳng $d': \frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ là

- A. $x - y + 2z - 2 = 0$ B. $2x - z - 6 = 0$ C. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$ D. $2x - z + 7 = 0$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) song song với hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z}{4}, \quad \Delta_2: \begin{cases} x = 2+t \\ y = 3+2t \\ z = 1-t \end{cases}. \text{ Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của } (P) ?$$

- A. $\vec{n} = (5; -6; 7)$ B. $\vec{n} = (-5; 6; 7)$ C. $\vec{n} = (-5; 6; -7)$ D. $\vec{n} = (-5; -6; 7)$

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{-1}$$

- và đi qua điểm $A'(0; 2; 2) ..$
 A. $5x - 2y + z + 2 = 0 ..$ B. $5x + 2y - z + 2 = 0.$
 C. $5x + 5z - 2 = 0 ..$ D. $x + z - 2 = 0.$

Câu 7: Phương trình mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; -3)$ và chứa đường thẳng $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+4}{4}$ là.

A. $x + 11y + 8z + 1 = 0$.

B. $x - 11y + 8z - 45 = 0$.

C. $x - 11y + 8z + 45 = 0$.

D. $x - 11y - 8z - 3 = 0$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-1}{4} = z+3$.

Phương trình mặt phẳng chứa điểm A và đường thẳng d là.

A. $23x + 17y + z - 60 = 0$.

B. $23x - 17y + z - 14 = 0$.

C. $23x - 17y - z + 14 = 0$.

D. $23x + 17y - z + 14 = 0$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1; 2; 0)$, $B(2; 3; 1)$ và song song với trục Oz có phương trình là.

A. $x - y - 3 = 0$.

B. $x - y + 1 = 0$.

C. $x + y - 3 = 0$.

D. $x + z - 3 = 0$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(3; -4; 7)$ và chừa trục Oz .

A. $(P): 3x + 4y = 0$.

B. $(P): 4y + 3z = 0$.

C. $(P): 3x + 4z = 0$.

D.

$(P): 4x + 3y = 0$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 5 = 0$ và các điểm $A(1; 2; 3)$,

$B(-1; 1; -2)$, $C(3; 3; 2)$. Gọi $M(x_0; y_0; z_0)$ là điểm thuộc (P) sao cho $MA = MB = MC$.

Tính $x_0 + y_0 + z_0$.

A. 4

B. 7

C. 5

D. 6

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 7 = 0$ và mặt cầu

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 6π có phương trình là

A. $(P): 2x + 2y - z - 19 = 0$

B. $(P): 2x + 2y - z + 17 = 0$

C. $(P): 2x + 2y - z - 17 = 0$

D. $(P): 2x + 2y - z + 7 = 0$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chừa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và

$\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình là

A. $2x - y - z = 0$

B. $6x + 9y + z + 8 = 0$

C. $6x + 9y + z - 8 = 0$

D. $-2x - y + 9z - 36 = 0$

Câu 14: Viết phương trình mặt phẳng (P) chừa đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{3}$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x + y - z = 0$.

A. $x - 2y - 1 = 0$.

B. $x + 2y + z = 0$.

C. $x + 2y - 1 = 0$.

D. $x - 2y + z = 0$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) : $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-3}$ và điểm $B(-1; 0; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua B và vuông góc đường thẳng (d) .

A. $2x + y - 3z + 8 = 0$.

B. $2x + y + 3z - 4 = 0$.

C. $2x - y - 3z + 8 = 0$.

D. $2x - y + 3z - 4 = 0$.

BÀI 5: PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

A – LÝ THUYẾT CHUNG

1. Vector chỉ phương của đường thẳng

1.1. Định nghĩa

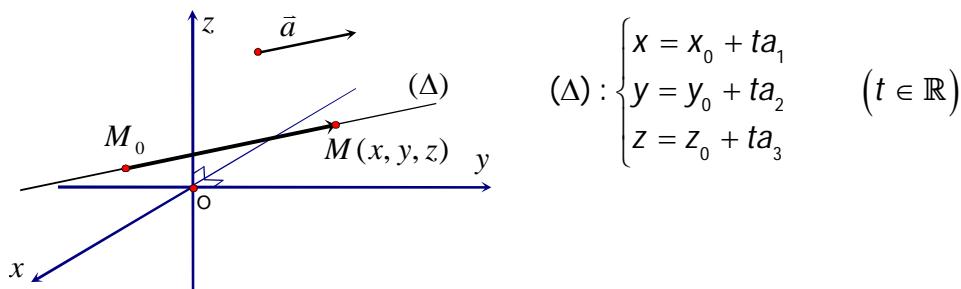
Cho đường thẳng d . Nếu vecto $\vec{a} \neq \vec{0}$ và có giá song song hoặc trùng với đường phẳng d thì \vec{a} được gọi là vecto chỉ phương của đường phẳng d . Kí hiệu: $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$

1.2. Chú ý

- \vec{a} là VTCP của d thì $k\vec{a}$ ($k \neq 0$) cũng là VTCP của d
- Nếu d đi qua hai điểm A, B thì \overrightarrow{AB} là một VTCP của d
- Trục Ox có vecto chỉ phương $\vec{a} = \vec{i} = (1; 0; 0)$
- Trục Oy có vecto chỉ phương $\vec{a} = \vec{j} = (0; 1; 0)$
- Trục Oz có vecto chỉ phương $\vec{a} = \vec{k} = (0; 0; 1)$

1.3. Phương trình tham số của đường thẳng

Phương trình tham số của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ làm VTCP là :



1.4. Phương trình chính tắc của đường thẳng

Phương trình chính tắc của đường thẳng (Δ) đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ làm VTCP là $(\Delta) : \frac{x - x_0}{a_1} = \frac{y - y_0}{a_2} = \frac{z - z_0}{a_3} \quad (a_1, a_2, a_3 \neq 0)$

2. Vị trí tương đối

2.1. Vị trí tương đối của đường thẳng và mặt phẳng

2.1.1. Phương pháp hình học

Định lý

Trong không gian $(Oxyz)$ cho đường thẳng có VTCP và qua và mặt phẳng có VTPT

Khi đó :

- $(\Delta) \cap (\alpha) \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{n} \neq 0 \Leftrightarrow Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 \neq 0$
- $(\Delta) // (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ M_0 \notin (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 \neq 0 \end{cases}$
- $(\Delta) \subset (\alpha) \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a} \cdot \vec{n} = 0 \\ M_0 \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Aa_1 + Ba_2 + Ca_3 = 0 \\ Ax_0 + By_0 + Cz_0 = 0 \end{cases}$

Đặc biệt

và cùng phương

2.1.2. Phương pháp đại số

Muốn tìm giao điểm M của và ta giải hệ phương trình: tìm Suy ra: .

Thế vào phương trình và rút gọn dựa về dạng:

- d cắt $mp(P)$ tại một điểm $\Leftrightarrow pt(*)$ có một nghiệm t .
- d song song với $(P) \Leftrightarrow pt(*)$ vô nghiệm.
- nằm trong có vô số nghiệm .
- vuông góc và cùng phương

2.2. Vị trí tương đối của hai đường thẳng

2.2.1. Phương pháp hình học

Cho hai đường thẳng: đi qua M và có một vectơ chỉ phương

đi qua N và có một vectơ chỉ phương

-
-
- cắt
- và chéo nhau

2.2.2. Phương pháp đại số

Muốn tìm giao điểm M của ta giải hệ phương trình : tìm Suy ra:

2.3. Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt cầu

Cho đường thẳng d : và mặt cầu có tâm , bán kính

2.3.1. Phương pháp đại số

Thay vào phương trình và rút gọn đưa về phương trình bậc hai theo

- Nếu phương trình (*) vô nghiệm thì không cắt (S)
- Nếu phương trình có một nghiệm thì tiếp xúc
- Nếu phương trình có hai nghiệm thì cắt tại hai điểm phân biệt

Chú ý:

Để tìm tọa độ ta thay giá trị vào phương trình đường thẳng

3. Lập phương trình đường thẳng

Để lập phương trình đường thẳng ta cần xác định 1 điểm thuộc và một VTCP của nó.

3.1. Dạng 1

đi qua điểm và có VTCP là.

3.2. Dạng 2

đi qua hai điểm Một VTCP của là .

3.3. Dạng 3

đi qua điểm và song song với đường thẳng cho trước: Vì nên VTCP của cũng là VTCP của .

3.4. Dạng 4

đi qua điểm và vuông góc với mặt phẳng cho trước: Vì nên VTPT của cũng là VTCP của .

3.5. Dạng 5

là giao tuyến của hai mặt phẳng $(P), (Q)$:

- Cách 1:
Tìm một điểm và một VTCP.
 - Tìm tọa độ một điểm bằng cách giải hệ phương trình (với việc chọn giá trị cho một ẩn)
 - Tìm một VTCP của
- Cách 2:
Tìm hai điểm thuộc, rồi viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm đó.

3.6. Dạng 6

đi qua điểm và vuông góc với hai đường thẳng

Vì nên một VTCP của là:

3.7. Dạng 7

đi qua điểm, vuông góc và cắt đường thẳng .

- Cách 1:
Gọi là hình chiếu vuông góc của trên đường thẳng . Khi đó đường thẳng là đường thẳng đi qua
- Cách 2:
Gọi là mặt phẳng đi qua và vuông góc với là mặt phẳng đi qua và chứa Khi đó

3.8. Dạng 8

đi qua điểm và cắt hai đường thẳng

- Cách 1:
Gọi Từ điều kiện thẳng hàng ta tìm được Từ đó suy ra phương trình đường thẳng .
- Cách 2:
Gọi , . Khi đó Do đó, một VTCP của có thể chọn là .

3.9. Dạng 9

nằm trong mặt phẳng và cắt cả hai đường thẳng

Tìm các giao điểm

Khi đó chính là đường thẳng

3.10. Dạng 10

Viết phương trình mặt phẳng chứa và mặt phẳng chứa và

Khi đó

3.11. Dạng 11

là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau:

- Cách 1:
Gọi Từ điều kiện , ta tìm được Khi đó, là đường thẳng
- Cách 2:
 - Vì và nên một VTCP của có thể là: .
 - Lập phương trình mặt phẳng chứa và bằng cách:
 - ✓ Lấy một điểm trên
 - ✓ Một VTPT của có thể là: .
 - Tương tự lập phương trình mặt phẳng chứa và Khi đó

3.12. Dạng 12

là hình chiếu của đường thẳng lên mặt phẳng (P) thì ta Lập phương trình mặt phẳng chứa và vuông góc với mặt phẳng bằng cách:

- Lấy .
- Vì chứa và vuông góc với nên .
- Khi đó

3.13. Dạng 13

đi qua điểm M , vuông góc với và cắt

- Cách 1:
Gọi là giao điểm của và Từ điều kiện ta tìm được Khi đó, là đường thẳng
- Cách 2:
 - Viết phương trình mặt phẳng qua và vuông góc với
 - Viết phương trình mặt phẳng chứa và
 - Khi đó

B – BÀI TẬP

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; 2; 3)$, $B(1; 0; 2)$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. $\vec{u} = (0; 2; 1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

B. $\vec{u} = (0; -2; 1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

C. $\vec{u} = (0; 2; -1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

D. $\vec{u} = (2; 2; 5)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB .

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;2)$, $B(3;-2;0)$. Một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB là:

A. $\vec{u} = (2;4;-2)$

B. $\vec{u} = (1;2;-1)$

C. $\vec{u} = (2;-4;2)$

D. $\vec{u} = (-1;2;1)$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây **không phải** là phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(4;2;0)$, $B(2;3;1)$.

A. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x}{-2} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-2}{1}$.

C.
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 4 + t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 4 - 2t \\ y = 2 + t \\ z = t \end{cases}$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, tìm một vectơ chỉ phương của đường thẳng d : $\frac{x-4}{7} = \frac{y-5}{4} = \frac{z+7}{-5}$.

A. $\vec{u} = (4;5;-7)$.

B. $\vec{u} = (7;-4;-5)$.

C. $\vec{u} = (7;4;-5)$.

D. $\vec{u} = (5;-4;-7)$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;6)$ là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-6}{3}$.

B. $\frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+6}{3}$.

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{6}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{6}$.

Câu 6: Cho đường thẳng d có phương trình tham số
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = -3 + t \end{cases}$$
. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d .

A. $d : \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

B. $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

C. $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{1}$.

D. $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng d : $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+3}{2}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng d ?

A. $N(2;-1;-3)$

B. $P(5;-2;-1)$

C. $Q(-1;0;-5)$

D. $M(-2;1;3)$

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 + 3t \\ z = -4 + 3t \end{cases}$. Một

trong bốn điểm được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây nằm trên đường thẳng Δ . Đó là điểm nào?

- A. $Q(-2; -7; 10)$. B. $M(0; -4; -7)$. C. $N(0; -4; 7)$. D. $P(4; 2; 1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3 \\ z = 5 + 3t \end{cases}$. Trong các vecto sau, vecto nào là một vecto chỉ phương của đường thẳng d .

- A. $\vec{a}_1 = (2; 3; 3)$. B. $\vec{a}_3 = (-2; 0; 3)$. C. $\vec{a}_1 = (-2; 3; 3)$. D. $\vec{a}_1 = (1; 3; 5)$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng chứa trục Oy có phương trình tham số là

- A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ z = t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$, vecto nào dưới đây là vtcp của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u} = (-1; 3; -2)$. B. $\vec{u} = (1; 3; 2)$. C. $\vec{u} = (1; -3; -2)$. D. $\vec{u} = (-1; -3; 2)$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; 4; -7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x + 2y - 2z - 3 = 0$ có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-7}{-7}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+7}{-2}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$. D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{-2}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1; 2; 3)$ và vuông góc với mặt phẳng $4x + 3y - 3z + 1 = 0$ có phương trình là.

- A. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 - 3t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -1 + 4t \\ y = -2 + 3t \\ z = -3 - 3t \end{cases}$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3; -1; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x + y - 3z - 5 = 0$ có phương trình là:

A. $d : \frac{x+3}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-3}$.

B. $d : \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-3}$.

C. $d : \frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

D. $d : \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+3}{2}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{-4}$.

Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $P(7;2;1)$.

B. $Q(-2;-4;7)$.

C. $N(4;0;-1)$.

D. $M(1;-2;3)$.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ :

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 \end{cases}$$
 là

A. $\vec{v} = (2;-1;0)$.

B. $\vec{u} = (2;1;1)$.

C. $\vec{m} = (2;-1;1)$.

D. $\vec{n} = (-2;-1;0)$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z - 2 = 0$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_4 = (1;2;3)$

B. $\vec{u}_3 = (1;-3;-2)$

C. $\vec{u}_1 = (1;-2;-2)$

D. $\vec{u}_2 = (1;-2;-3)$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-3}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Điểm nào sau đây **không** thuộc đường thẳng d ?

A. $P(1;-1;-5)$.

B. $Q(5;-3;3)$.

C. $M(1;-1;-3)$.

D. $N(3;-2;-1)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0;2;0)$ và đường thẳng $d : \begin{cases} x = 4 + 3t \\ y = 2 + t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Đường thẳng đi qua M , cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{2}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{-2}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{2}$

D. $\frac{x}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{3}$ đi qua những điểm nào sau đây?

A. $B(2;2;0)$

B. $C(-3;0;3)$

C. $D(3;0;3)$

D. $A(-2;2;0)$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 2z + 2 = 0$ và $(Q): x - 3y + 2z + 1 = 0$.

Phương trình đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và song song với hai mặt phẳng (P) , (Q) là

A. $\frac{x}{9} = \frac{y}{-12} = \frac{z}{-2}$.

B. $\frac{x}{12} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{-9}$.

C. $\frac{x}{9} = \frac{y}{12} = \frac{z}{-2}$.

D. $\frac{x}{12} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-9}$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;-5)$, hai mặt phẳng (P) : $x - y + z - 4 = 0$ và (Q) : $2x + y + z + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A đồng thời Δ song song với hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{-3}$.

C. $\Delta: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+5}{-3}$.

B. $\Delta: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{-3}$.

D. $\Delta: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+5}{3}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$, đường thẳng d có phương trình

$\frac{x-3}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x + y - z + 3 = 0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm A , cắt d và song song với mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{1}$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{1}$

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $x + 2y + 2z + 5 = 0$ và đường thẳng

$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng Δ nằm trên mặt phẳng (P) , đồng thời vuông góc và cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{2}$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-1}{2}$.

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-1}{-2}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{2}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$ và

$\Delta_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{3}$. Phương trình đường thẳng song song với $d: \begin{cases} x=3 \\ y=-1+t \\ z=4+t \end{cases}$ và cắt hai đường

thẳng $\Delta_1; \Delta_2$ là

A. $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3+t \\ z=-3+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=2 \\ y=-3+t \\ z=3+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=2 \\ y=3-t \\ z=3-t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=-2 \\ y=-3-t \\ z=-3-t \end{cases}$

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1; 0; 2)$ và đường thẳng d có phương trình:

$\frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc và cắt d .

A. $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{-1}$.

B. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-3} = \frac{z-2}{1}$.

D. $\Delta : \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$.

BÀI 6: TOÁN TỔNG HỢP VỀ PP TỌA ĐỘ KHÔNG GIAN

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 13)$. Tính khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) .

- A. $d(M, (\alpha)) = \frac{5}{3}$. B. $d(M, (\alpha)) = 4$. C. $d(M, (\alpha)) = \frac{4}{3}$. D. $d(M, (\alpha)) = \frac{2}{3}$.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(-1; 3; -2)$. Khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng

- A. $d = 1$. B. $d = \frac{2}{3}$. C. $d = \frac{3\sqrt{14}}{14}$. D. $d = \frac{\sqrt{14}}{7}$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đã cho là

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. 4. D. $\frac{4}{9}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z - 4 = 0$; $(Q): 5x - 3y - 2z - 7 = 0$

Vị trí tương đối của $(P) & (Q)$ là

- | | |
|---------------|-------------------------------|
| A. Vuông góc. | B. Trùng nhau. |
| C. Song song. | D. Cắt nhung không vuông góc. |

Câu 5: Khoảng cách từ điểm $M(-2; -4; 3)$ đến mặt phẳng (P) có phương trình $2x - y + 2z - 3 = 0$ là:

- A. 3. B. 1. C. 2. D. Đáp án khác.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Hình chiếu vuông góc của M trên (Oxz) là điểm nào sau đây.

- A. $K(0; 2; 3)$. B. $H(1; 2; 0)$. C. $F(0; 2; 0)$. D. $E(1; 0; 3)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; -1; 1)$, tìm tọa độ M' là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) .

- A. $M'(2; 1; -1)$. B. $M'(0; 0; 1)$. C. $M'(2; -1; 0)$. D. $M'(-2; 1; 0)$.

Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 4 = 0$ và điểm $A(-1; 2; -2)$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (P) .

- A. $d = \frac{4}{3}$. B. $d = \frac{8}{9}$. C. $d = \frac{2}{3}$. D. $d = \frac{5}{9}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (P) .

- A.** $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** $d = \frac{5}{9}$. **C.** $d = \frac{5}{29}$. **D.** $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 5)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

- A.** $A'(-2; -3; 5)$ **B.** $A'(-2; -3; -5)$ **C.** $A'(2; 3; 5)$ **D.** $A'(2; -3; -5)$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(5; 7; -13)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oyz) . Tọa độ điểm H là?

- A.** $H(5; 0; -13)$ **B.** $H(0; 7; -13)$ **C.** $H(5; 7; 0)$ **D.** $H(0; -7; 13)$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(-1; 2; 1)$, hình chiếu vuông góc của điểm A lên mặt phẳng tọa độ (Oxy) là

- A.** $P(0; 2; 1)$ **B.** $N(-1; 0; 1)$ **C.** $Q(0; 2; 0)$ **D.** $M(-1; 2; 0)$

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 6z + 19 = 0$ và điểm $A(-2; 4; 3)$. Gọi d là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (P) . Khi đó d bằng

- A.** 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0, -1, 2)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $4x + y - 2z - 3 = 0$. Tính khoảng cách d từ A đến mặt phẳng (α) .

- A.** $d = \sqrt{\frac{8}{21}}$. **B.** $d = \frac{8}{\sqrt{21}}$. **C.** $d = \frac{7}{\sqrt{21}}$. **D.** $d = \frac{8}{21}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính khoảng cách từ điểm $M(1; 2; -3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$.

- A.** 3. **B.** $\frac{11}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 1.

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $(P): 8x - 4y - 8z - 11 = 0$;
 $(Q): \sqrt{2}x - \sqrt{2}y + 7 = 0$.

- A.** $\frac{\pi}{6}$. **B.** $\frac{\pi}{3}$. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{\pi}{2}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 3y + 4z - 12 = 0$ cắt trục Oy tại điểm có tọa độ là

A. $(0; 4; 0)$ B. $(0; 6; 0)$ C. $(0; 3; 0)$ D. $(0; -4; 0)$

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc M' của điểm $M(1; -1; 2)$ trên Oy có tọa độ là

A. $(0; 0; 2)$.B. $(0; 1; 0)$.C. $(0; -1; 0)$.D. $(1; 0; 0)$.

Câu 19: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; -3; -5)$ trên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(0; -3; 0)$.B. $(0; -3; -5)$.C. $(0; -3; 5)$.D. $(1; -3; 0)$.

Câu 20: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{3}$ và $d_2: \frac{x+1}{4} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{6}$. Xét vị trí tương đối giữa d_1 và d_2 .

A. d_1 chéo d_2 .B. d_1 cắt d_2 .C. d_1 song song với d_2 .D. d_1 trùng d_2 .

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1; 2; 1)$, $B(-4; 2; -2)$, $C(-1; -1; -2)$, $D(-5; -5; 2)$. Tính khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (ABC)

A. $d = 3\sqrt{3}$.B. $d = 4\sqrt{3}$.C. $d = \sqrt{3}$.D. $d = 2\sqrt{3}$.

Câu 22: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{1}$. Góc giữa hai đường thẳng đó bằng

A. 45° .B. 60° .C. 30° .D. 90° .

Câu 23: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$. Hỏi trong các mặt phẳng sau, đâu là mặt phẳng không có điểm chung với mặt cầu (S) ?

A. $(\alpha_3): x - 2y + 2z - 3 = 0$.B. $(\alpha_4): 2x + 2y - z + 10 = 0$.C. $(\alpha_1): x - 2y + 2z - 1 = 0$.D. $(\alpha_2): 2x - y + 2z + 4 = 0$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 8 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z - 2 = 0$. Gọi $I(a, b, c)$ là tâm đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) với mặt phẳng (P) . Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. -1.

D. -2.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 3z - 6 = 0$ và đường thẳng

$$\Delta: \frac{x+1}{-1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Δ cắt và không vuông góc với (α) .
 B. $\Delta \subset (\alpha)$.
 C. $\Delta // (\alpha)$.
 D. $\Delta \perp (\alpha)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;1)$, $B(1;2;-3)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng tọa độ (Oyz) tại điểm $M(x_M; y_M; z_M)$. Giá trị của biểu thức $T = x_M + y_M + z_M$ là

- A. 0. B. 4. C. 2. D. -4.

Câu 27: Cho mặt phẳng $(P): 2x + y + 3z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$.

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. d cắt (P) . B. $d // (P)$. C. $d \subset (P)$. D. $d \perp (P)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;-2)$, $B(3;5;-12)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng Oyz tại N . Tính tỉ số $\frac{BN}{AN}$.

- A. $\frac{BN}{AN} = 2$. B. $\frac{BN}{AN} = 5$. C. $\frac{BN}{AN} = 3$. D. $\frac{BN}{AN} = 4$.

Câu 29: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): x + 2y - 2z - 1 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) là:

- A. $\frac{4}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $-\frac{4}{3}$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z - 5 = 0$ và đường thẳng

$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{3}$. Gọi A là giao điểm của Δ và (P) ; và M là điểm thuộc đường thẳng Δ sao cho $AM = \sqrt{84}$. Tính khoảng cách từ M đến mặt phẳng (P) .

- A. 3 B. 5 C. $\sqrt{6}$ D. $\sqrt{14}$

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{2}$ và $d': \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Tính khoảng cách h giữa hai đường thẳng d và d' .

- A. $h = \frac{10\sqrt{21}}{21}$. B. $h = \frac{4\sqrt{21}}{21}$. C. $h = \frac{22\sqrt{21}}{21}$. D. $h = \frac{8\sqrt{21}}{21}$.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-1;1)$, $B(4;2;-3)$. Gọi A' là hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng (Oxy) và B' là hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (Oyz) . Độ dài đoạn thẳng $A'B'$ bằng

- A. 2. B. 3. C. $2\sqrt{3}$. D. $3\sqrt{3}$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z-1=0$ và $(\beta): 2x+4y-mz-2=0$.

Tìm m để (α) và (β) song song với nhau.

- A. $m=1$. B. $m=2$. C. $m=-2$. D. Không tồn tại m .

Câu 34: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x+4y+3z-5=0$ và

$(Q): mx-ny-6z+2=0$. Giá trị của m , n sao cho (P) song song với (Q) là:

- A. $m=4$; $n=-8$ B. $m=n=4$ C. $m=-4$; $n=8$ D. $m=n=-4$

Câu 35: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, khoảng cách h từ điểm $A(-4;3;2)$ đến trục Ox là

- A. $h=\sqrt{13}$. B. $h=3$. C. $h=2\sqrt{5}$. D. $h=4$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=8$. Đường

thẳng d thay đổi, đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B phân biệt. Tính diện tích lớn nhất S của tam giác OAB .

- A. $S=2\sqrt{7}$. B. $S=2\sqrt{2}$. C. $S=\sqrt{7}$. D. $S=4$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-2y-2z=0$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x=mt \\ y=m^2t \\ z=mt \end{cases}$ với m là tham số. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng d

tiếp xúc với mặt cầu (S) .

- A. $m=-2$. B. $\begin{cases} m=-2 \\ m=0 \end{cases}$. C. $m=0$. D. $m=1$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, $A(0;-1;2)$ và $B(1;0;-2)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc

của điểm $I(a;b;c)$ trên $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và $(P): 2x-y-2z-6=0$. Tính $S=a+b+c$.

- A. 0. B. $4+\sqrt{3}$. C. $3+\sqrt{2}$. D. $5+\sqrt{3}$.

Câu 39: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và điểm

$I(2;1;-1)$. Mặt cầu tâm I tiếp xúc với đường thẳng Δ cắt trục Ox tại hai điểm A, B . Tính độ dài đoạn AB .

- A. $AB=\sqrt{6}$. B. $AB=24$. C. $AB=4$. D. $AB=2\sqrt{6}$.

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+2z+9=0$, mặt cầu (S) tâm O tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại $H(a;b;c)$. Tổng $a+b+c$ bằng

- A. 1. B. -1. C. -2. D. 2.