

§1. NHẬP MÔN SỐ PHỨC

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Số phức và các khái niệm liên quan

1. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó:

- a là phần thực, b là phần ảo.
- i là đơn vị ảo, $i^2 = -1$.
- Nếu $a = 0$ thì z là số thuần ảo.
- Nếu $b = 0$ thì z là một số thực.

2. Quan hệ giữa các tập hợp số:

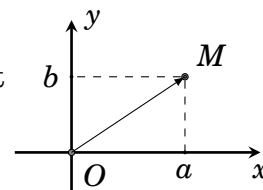
- Tập số phức kí hiệu là \mathbb{C} .
- Quan hệ các tập hợp số: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$.

3. Hai số phức bằng nhau: Cho $z_1 = a + bi$ và $z_2 = c + di$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$). Khi đó:

$$\bullet z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases} \quad \bullet z_1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

4. Biểu diễn hình học của số phức

Mỗi số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi duy nhất một điểm $M(a, b)$ trên mặt phẳng tọa độ.



5. Mô-đun số phức:

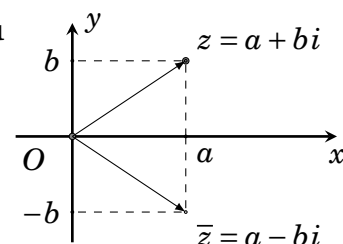
- Độ dài của véc-tơ \overrightarrow{OM} được gọi là mô-đun của số phức z và kí hiệu là $|z|$.
- Từ định nghĩa, suy ra $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ hay $|a + bi| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

Tính chất:

- $|z| \geq 0, \forall z \in \mathbb{C}; |z| = 0 \Leftrightarrow z = 0$.
- $|z \cdot z'| = |z| \cdot |z'|$.
- $\left| \frac{z}{z'} \right| = \frac{|z|}{|z'|}$.
- $||z| - |z'|| \leq |z \pm z'| \leq |z| + |z'|$.

6. Số phức liên hợp: Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

- Ta gọi $a - bi$ là số phức liên hợp của z và kí hiệu là \bar{z} .
- Vậy, $\bar{\bar{z}} = a - bi$ hay $\overline{a + bi} = a - bi$
- Chú ý: $z \cdot \bar{z} = |z|^2 = a^2 + b^2$



2. Phép toán trên số phức

1. Cộng, trừ hai số phức: Ta cộng (trừ) phần thực theo phần thực, phần ảo theo phần ảo.

$$\bullet (a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i. \quad \bullet (a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i.$$

2. Phép nhân hai số phức: Ta nhân phân phối, tương tự nhân hai đa thức. Lưu ý: $i^2 = -1$.

$$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$$

3. Phép chia hai số phức:

Cho hai số phức $z_1 = a + bi$ và $z_2 = c + di$. Thực hiện phép chia $\frac{z_1}{z_2}$, ta nhân thêm $\overline{z_2}$ ở tử và mẫu.

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{z_1 \cdot \overline{z_2}}{z_2 \cdot \overline{z_2}} = \frac{(a + bi)(c - di)}{c^2 + d^2} = \frac{(ac + bd) - (ad - bc)i}{c^2 + d^2} = m + ni.$$

4. Số phức nghịch đảo của z là $\frac{1}{z}$.

5. Lũy thừa của đơn vị ảo:

$$\begin{aligned} \bullet i^2 &= -1. & \bullet i^n &= i \text{ nếu } n \text{ chia 4 dư 1.} \\ \bullet i^3 &= -i. & \bullet i^n &= -1 \text{ nếu } n \text{ chia 4 dư 2.} \\ \bullet i^n &= 1 \text{ nếu } n \text{ chia hết cho 4.} & \bullet i^n &= -i \text{ nếu } n \text{ chia 4 dư 3.} \end{aligned}$$

3. Phương trình bậc hai với hệ số thực

Xét phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, khi đó:

1. Nếu $\Delta \geq 0$ thì phương trình có nghiệm $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

2. Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình có nghiệm $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

3. Định lý Viet: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

II. CÁC DẠNG TOÁN THƯỜNG GẶP

○ Vấn đề 1. Xác định các đại lượng liên quan đến số phức

1. Biến đổi số phức z về dạng $A + Bi$

2. Khi đó:

- Phần thực là A ;
- Phần ảo là B ;
- Số phức liên hợp là $\overline{A + Bi} = A - Bi$;
- Mô - đun bằng $\sqrt{A^2 + B^2}$

Ví dụ 1. Xác định phần thực và phần ảo của số phức z , biết:

a) $z = (2 + 3i) + (5 - 3i)$ b) $z = (3 + 2i)^2$ c) $z = (2 + i)(1 - 2i) + \frac{2i}{1 + i}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Tìm nghịch đảo của số phức $z = 2 - 3i$.

Lời giải.

.....

.....

Ví dụ 3. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $z = \left(\frac{1 + i\sqrt{3}}{1 + i}\right)^3$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Cho $z_1 = 3 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính:

a) $|z_1|$; b) $|z_2|$; c) $|z_1 + z_1z_2|$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Ví dụ 5. Tính mô-đun của số phức sau:

a) $z = (2 + i)(\sqrt{6} - 3i)$ b) $z = \frac{3 + i}{2 - i}$ c) $z = \frac{(1 - i)^{10}}{i}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6. Cho số phức z thỏa $|z| = \sqrt{5}$. Tính mô-đun của số phức $w = (3 + i)z$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Ví dụ 7. Cho số phức $z = m + (3m + 2)i$, m là số thực âm, thỏa mãn $|z| = 2$. Tìm phần ảo của z .

Lời giải.

.....

.....

.....

○ Vấn đề 2. Số phức bằng nhau

• $a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$

• $a + bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$

Ví dụ 8. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $3x + 2yi = 3y + 2 + (1 - x)i$. Tìm x, y .

Lời giải.

.....

.....

.....

Ví dụ 9. Cho số phức $z = m^2 - 4 + (m - 2)i$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $z = 0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Tìm mô-đun của số phức z biết $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$ (*)

Lời giải.

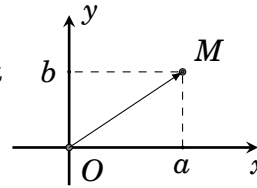
.....

.....

.....

○ Vấn đề 3. Điểm biểu diễn số phức

Mỗi số phức $z = a + bi$ được biểu diễn bởi duy nhất một điểm $M(a, b)$ trên mặt phẳng tọa độ.



Ví dụ 11. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = i(1 + 2i)^2$. Tìm tọa độ của điểm M .

Lời giải.

.....

Ví dụ 12. (THPT Quốc Gia 2017) Cho số phức $z = 1 - 2i$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức $w = iz$.

Lời giải.

.....

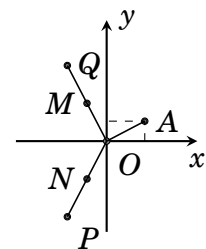
Ví dụ 13. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi M là điểm biểu diễn số phức $z = 3 - 4i$, N là điểm biểu diễn cho số phức $z' = \frac{1+i}{2}z$. Tính diện tích của tam giác OMN .

Lời giải.

.....

Ví dụ 14.

Cho số phức z thỏa mãn $|z| = \frac{\sqrt{2}}{2}$ và điểm A trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của z . Tìm điểm biểu diễn số phức $w = \frac{1}{iz}$ trong hình vẽ bên, biết đó là một trong bốn điểm M, N, P, Q .



Lời giải.

.....

○ Vấn đề 4. Lũy thừa với đơn vị ảo

1. Các công thức biến đổi:

- $i^2 = -1$.
- $i^3 = -i$.
- $i^n = 1$ nếu n chia hết cho 4.
- $i^n = i$ nếu n chia 4 dư 1.
- $i^n = -1$ nếu n chia 4 dư 2.
- $i^n = -i$ nếu n chia 4 dư 3.

2. Tổng n số hạng đầu của một cấp số cộng:

- $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$ hoặc $S_n = \frac{n}{2}[2u_1 + (n-1)d]$, với u_1 là số hạng đầu, d là công sai.

3. Tổng n số hạng đầu của một cấp số nhân:

- $S_n = u_1 \cdot \frac{1 - q^n}{1 - q}$, với u_1 là số hạng đầu, q là công bội ($q \neq 1$).

Ví dụ 15. Xác định số phức z , biết:

a) $z = i^{2017} + i^{2018} + i^{2019}$

b) $z = (1 + i)^{15}$

Lời giải.

.....

.....

.....

Ví dụ 16. Tìm phần thực và phần ảo của số phức

$$z = \frac{i^{2009} + i^{2010} + i^{2011} + i^{2012} + i^{2013}}{i^{2014} + i^{2015} + i^{2016} + i^{2017} + i^{2018}}$$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 17. Tìm mô-đun của số phức $z = 1 + i + i^2 + i^3 + \dots + i^{100}$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Câu 1. Số phức nào dưới đây là số thuần ảo?

- A. $z = -2 + 3i$. B. $z = -2$. C. $z = \sqrt{3} + i$. D. $z = 3i$.

Câu 2. Kí hiệu a, b là phần thực và phần ảo của số phức $3 - 2\sqrt{2}i$. Tính $P = ab$.

- A. $P = 6\sqrt{2}i$. B. $P = -6\sqrt{2}$. C. $P = 6\sqrt{2}$. D. $P = -6\sqrt{2}i$.

Câu 3. Tìm số phức liên hợp của $z = (1 + 2i)(2 - i)^2$.

- A. $\bar{z} = 11 + 2i$. B. $\bar{z} = 11 - 2i$. C. $\bar{z} = 2 - 11i$. D. $\bar{z} = -5 - 10i$.

Câu 4. Tìm số phức nghịch đảo của số phức $z = 1 + 3i$.

- A. $\frac{1}{10} - 3i$. B. $1 + \frac{1}{3}i$. C. $\frac{1}{10} - \frac{3}{10}i$. D. $-\frac{1}{8} + \frac{3}{8}i$.

Câu 5. Tìm nghịch đảo của số phức $z = (-1 + 4i)^2$.

- A. $\frac{1}{z} = -\frac{15}{289} + \frac{8i}{289}$. B. $\frac{1}{z} = \frac{15}{289} - \frac{8i}{289}$. C. $\frac{1}{z} = \frac{15}{289} + \frac{8i}{289}$. D. $\frac{1}{z} = -\frac{15}{289} - \frac{8i}{289}$.

Câu 6. Kết quả của phép tính $\frac{(2-i)^2(2i)^4}{1-i}$ là

- A. $7 - i$. B. $56 - 8i$. C. $7 + i$. D. $56 + 8i$.

Câu 7. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$.

- A. $\bar{z} = 3 - i$. B. $\bar{z} = -3 + i$. C. $\bar{z} = 3 + i$. D. $\bar{z} = -3 - i$.

Câu 8. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

- A. $w = 7 - 3i$. B. $w = -3 - 3i$. C. $w = 3 + 7i$. D. $w = -7 - 7i$.

Câu 9. Tìm các giá trị của tham số thực m để số phức $z = (m^2 - 1) + (m + 1)i$ là số thuần ảo.

- A. $m = \pm 1$. B. $m = 1$. C. $m = -1$. D. $m = 0$.

Câu 10. Tìm các giá trị của tham số thực x, y để số phức $z = (x + iy)^2 - 2(x + iy) + 5$ là số thực.

- A. $x = 1$ và $y = 0$. B. $x = -1$. C. $x = 1$ hoặc $y = 0$. D. $x = 1$.

Câu 11. Số phức $z_1 = m^2 + 2i$ bằng số phức $z_2 = 1 + 2i$ khi và chỉ khi

- A. $m = 1$. B. $m = \pm\sqrt{2}$. C. $m = \pm 1$. D. $m = -1$.

Câu 12. Cho số phức $z = i(2 - 3i)$ có phần thực là a và phần ảo là b . Tìm a và b .

- A. $a = 3, b = -2$. B. $a = 2, b = -3$. C. $a = 3, b = 2$. D. $a = -3, b = 2$.

Câu 13. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, i^2 = -1$). Số phức z^2 có phần ảo là

- A. $a^2 + b^2$. B. $a^2 - b^2$. C. $-2ab$. D. $2ab$.

Câu 14. Tìm số phức $w = z_1 - 2z_2$, biết rằng $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$.

- A. $w = -3 - 4i$. B. $w = -3 + 8i$. C. $w = 3 - i$. D. $w = 5 + 8i$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 3 + 2i$. Phần thực và phần ảo của số phức $z = z_1 \cdot z_2$ lần lượt là

- A. 7 và -4 . B. 4 và $-4i$. C. 7 và $-4i$. D. 4 và -4 .

Câu 16. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 3 + i$. Phần thực và phần ảo của số phức $z = z_1 z_2$ lần lượt là

- A. 3 và -5 . B. 5 và -5 . C. 3 và $-5i$. D. 5 và $-5i$.

Câu 17. Tìm phần ảo của số phức $z = \frac{1-2i}{2-i}$.

- A. $-\frac{3}{5}$. B. $\frac{4}{5}$. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 18. Cho $z = \frac{1-5i}{1+i} + (2-i)^2$. Mô-đun của z bằng

- A. 1. B. $\sqrt{5}$. C. 2. D. $5\sqrt{2}$.

Câu 19. Cho số phức $z = 2-3i$. Tính mô-đun của số phức $\omega = \bar{z} + z^2$.

- A. $|\omega| = \sqrt{134}$. B. $|\omega| = \sqrt{206}$. C. $|\omega| = 3\sqrt{10}$. D. $|\omega| = 3\sqrt{2}$.

Câu 20. Cho số phức z có mô-đun bằng 2. Tính mô-đun của số phức $z' = (3-4i)z$.

- A. $|z'| = 10$. B. $|z'| = 7$. C. $|z'| = \frac{5}{2}$. D. $|z'| = 3$.

Câu 21. Cho số phức $z = 1+5i$. Tìm số phức $\omega = iz + \bar{z}$.

- A. $\omega = -4+6i$. B. $\omega = 4-4i$. C. $\omega = -4-4i$. D. $\omega = 6-4i$.

Câu 22. Cho số phức $z = \frac{1-i}{1+i}$. Tìm số phức $w = z^{2017}$.

- A. $w = 1$. B. $w = -1$. C. $w = -i$. D. $w = i$.

Câu 23. Tìm các số thực x, y biết $(-x+2y)i + (2x+3y+1) = (3x-2y+2) + (4x-y-3)i$.

- A. $x = -3, y = -\frac{5}{2}$. B. $x = \frac{9}{11}, y = \frac{4}{11}$.
C. $x = -\frac{9}{11}, y = -\frac{4}{11}$. D. $x = 3, y = \frac{5}{2}$.

Câu 24. Bộ số thực $(x; y)$ thỏa mãn đẳng thức $(3+x) + (1+y)i = 1+3i$ là

- A. $(2; -2)$. B. $(-2; -2)$. C. $(2; 2)$. D. $(-2; 2)$.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 1-2i$ và $z_2 = x-4+yi$, với $x, y \in \mathbb{R}$. Tìm cặp số thực $(x; y)$ để $z_2 = 2\bar{z}_1$.

- A. $(x; y) = (6; -4)$. B. $(x; y) = (6; 4)$. C. $(x; y) = (2; 4)$. D. $(x; y) = (2; -4)$.

Câu 26. Cho số phức $z = 2+5i$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức \bar{z} ?

- A. $M(2; 5)$. B. $N(2; -5)$. C. $P(-2; 5)$. D. $Q(5; -2)$.

Câu 27. Cho số phức $z = 2-3i$. Tọa độ điểm biểu diễn số phức liên hợp của z là

- A. $(2; 3)$. B. $(-2; -3)$. C. $(2; -3)$. D. $(-2; 3)$.

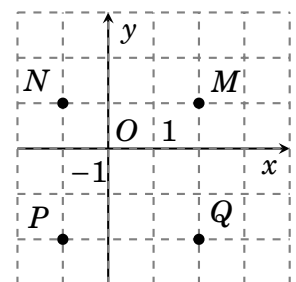
Câu 28. Trong mặt phẳng tọa độ, tìm điểm M biểu diễn số phức $z = 2+7i + \frac{(4-i)(2-3i)}{3+2i}$.

- A. $M(7; -2)$. B. $M(2; 7)$. C. $M(1; 3)$. D. $M(7; 2)$.

Câu 29.

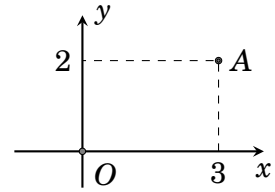
Trong hình bên, điểm nào trong các điểm M, N, P, Q biểu diễn cho số phức có mô-đun bằng $2\sqrt{2}$?

- A. Điểm N .
B. Điểm M .
C. Điểm P .
D. Điểm Q .



Câu 30. Điểm A trong hình bên biểu diễn số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của z .

- A. Phần thực là -3 và phần ảo là 2 .
 B. Phần thực là -3 và phần ảo là $2i$.
 C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-2i$.
 D. Phần thực là 3 và phần ảo là 2 .



Câu 31. Trong mặt phẳng phức cho hai điểm A, B lần lượt biểu diễn hai số phức $2 + 5i, -3i$. Tìm số phức có điểm biểu diễn là trung điểm của đoạn AB .

- A. $1 + 3i$. B. $1 + i$. C. $3 + 3i$. D. $\frac{1}{3} + i$.

Câu 32. A, B, C là các điểm trong mặt phẳng theo thứ tự biểu diễn số phức $2 + 3i, 3 + i, 1 + 2i$. Trọng tâm G của tam giác ABC biểu diễn số phức z . Tìm z

- A. $z = 1 + i$. B. $z = 2 - 2i$. C. $z = 1 - i$. D. $z = 2 + 2i$.

Câu 33. Giả sử A, B theo thứ tự là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 . Tính độ dài của vectơ \overrightarrow{AB} .

- A. $|z_1| - |z_2|$. B. $|z_1| + |z_2|$. C. $|z_1 - z_2|$. D. $|z_1 + z_2|$.

Câu 34. Trong mặt phẳng Oxy gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn của số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 4 + 3i$. Tính diện tích S của tam giác OAB .

- A. $S = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. B. $S = 5\sqrt{2}$. C. $S = \frac{7}{2}$. D. $S = 7$.

Câu 35. Cho ba số phức $z_1 = 2 - 3i, z_2 = 4i, z_3 = 2 + i$. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, z_3 trong mặt phẳng phức. Tìm số phức z_4 được biểu diễn bởi điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $z_4 = 4 - 6i$. B. $z_4 = -4 - 6i$. C. $z_4 = -4 + 6i$. D. $z_4 = 4 + 6i$.

Câu 36. Tìm phần ảo của số phức $z = m + (3m + 2)i$, (m là tham số thực âm), biết rằng $|z| = 2$.

- A. 0 . B. $-\frac{6}{5}$. C. $-\frac{8}{5}$. D. 2 .

Câu 37. Có bao nhiêu số thực a để số phức $z = a + 2i$ có mô đun bằng 2 ?

- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. vô số.

Câu 38. Tìm số thực m để $|z| < 3$, với $z = 2 + mi$.

- A. $-\sqrt{5} < m < \sqrt{5}$. B. $-\sqrt{3} < m < \sqrt{3}$. C. $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. D. $-3 < m < 3$.

Câu 39. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 2i$ và $z_2 = a + (a^2 - 6)i, a \in \mathbb{R}$. Tìm tất cả các giá trị của a để $z_1 + z_2$ là một số thực.

- A. $a = 2$. B. $a = -2$. C. $a = \pm 2$. D. $a = \pm 2\sqrt{2}$.

Câu 40. Cho số phức $z = m^3 - 3m + 2 + (m + 2)i$. Tìm tất cả các giá trị m để số phức z là số thuần ảo.

- A. $m = 1; m = -2$. B. $m = 1$.
 C. $m = -2$. D. $m = 0; m = 1; m = 2$.

Câu 41. Cho số phức $z = m(1 + i)^{10} - 3 - 64i$ với m là số thực. Khi z là các số thực thì giá trị của $m^2 - 5$ bằng

- A. -1 . B. 1 . C. 4 . D. 0 .

- Câu 42.** Cho số phức $z = \frac{1-i}{1+i}$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z^{2017} .
- A. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 0. B. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng -1.
C. Phần thực bằng 0 và phần ảo bằng -i. D. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -1.
- Câu 43.** Tính giá trị của $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{99} + i^{100}$.
- A. 1. B. i. C. -1. D. 0.
- Câu 44.** Cho i là đơn vị ảo. Tính giá trị của biểu thức $z = (i^5 + i^4 + i^3 + i^2 + i + 1)^{20}$.
- A. -1024i. B. -1024. C. 1024. D. 1024i.
- Câu 45.** Cho số phức $z = (1+i)^n$, biết $n \in \mathbb{N}$ và thỏa mãn $\log_4(n-3) + \log_4(n+9) = 3$. Tìm phần thực của số phức z .
- A. 7. B. 0. C. 8. D. -8.
- Câu 46.** Cho số phức $z = \frac{(1+i)^{100}}{(1+i)^{96} - i(1+i)^{98}}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $|z| = \frac{4}{3}$. B. $|z| = \frac{1}{2}$. C. $|z| = \frac{3}{4}$. D. $|z| = 1$.
- Câu 47.** Cho số phức $z = \left(\frac{4+6i}{-1+5i} \right)^n$. Tìm giá trị nguyên nhỏ nhất lớn hơn 2017 để z là số thực.
- A. 2018. B. 2019. C. 2020. D. 2021.
- Câu 48.** Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = 3$. Mô-đun của số phức $z_1 + z_2$ bằng
- A. 3. B. $3\sqrt{3}$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. 6.
- Câu 49.** Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = |z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Mô-đun của số phức $z_1 + z_2$ bằng
- A. 3. B. $3\sqrt{3}$. C. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. D. 6.
- Câu 50.** Xét $f(z) = -z^3 - 1$ với $z \in \mathbb{C}$. Tính $S = f(z_0) + f(\bar{z}_0)$, trong đó $z_0 = 1 + i$.
- A. $S = 2$. B. $S = 4$. C. $S = 1$. D. $S = 3$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM 1

1. D	2. B	3. B	4. C	5. A	6. B	7. D	8. B	9. A	10. C
11. C	12. C	13. D	14. B	15. A	16. B	17. A	18. D	19. C	20. A
21. C	22. C	23. B	24. D	25. B	26. B	27. A	28. C	29. D	30. D
31. B	32. D	33. C	34. C	35. A	36. C	37. B	38. A	39. C	40. A
41. A	42. B	43. D	44. B	45. C	46. A	47. C	48. B	49. A	50. A

§2. PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH

○ Vấn đề 1. Phương trình với hệ số phức

Trong chương trình, ta chỉ xét phương trình dạng này với ẩn z bậc nhất.

- Ta giải tương tự như giải phương trình bậc nhất trên tập số thực;
- Thực hiện các biến đổi đưa về dạng $z = A + Bi$

Ví dụ 1. Tìm số phức z thỏa mãn:

a) $iz = 1 + i.$

b) $(2 - i)z = -2 - i.$

c) $(\sqrt{2} + \sqrt{2}i)z = 1 - i.$

Lời giải.

.....

.....

.....

Ví dụ 2. Cho số phức z thỏa mãn $(2 + i)z + \frac{2(1 + 2i)}{1 + i} = 7 + 8i$ (1). Tìm môđun của số phức $\omega = z + 1 + i$

Lời giải.

.....

.....

.....

Ví dụ 3. Tìm phần thực và phần ảo của số phức z thỏa $(1 + i)^2(2 - i)z = 8 + i + (1 + 2i)z.$

Lời giải.

.....

.....

.....

Ví dụ 4. Xác định số phức z thỏa $\frac{2 + 3i}{z} + (1 + 2i) = 4 + 5i.$

Lời giải.

.....

.....

.....

○ Vấn đề 2. Phương trình bậc hai với hệ số thực và một số phương trình quy về bậc hai

Xét phương trình $ax^2 + bx + c = 0$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$. Đặt $\Delta = b^2 - 4ac$, khi đó:

1. Nếu $\Delta \geq 0$ thì phương trình có nghiệm $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.
2. Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình có nghiệm $x_{1,2} = \frac{-b \pm i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.
3. Định lý Viet: $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ và $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Ví dụ 5. Giải phương trình $z^2 - 3z + 10 = 0$ trên tập số phức.

Lời giải.

.....

Ví dụ 6. Giải phương trình $x^2 + 4x + 5 = 0$ trên tập số phức.

Lời giải.

.....

Ví dụ 7. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $F = |z_1| + |z_2|$.

Lời giải.

.....

Ví dụ 8. Giải phương trình $z^4 + 5z^2 + 4 = 0$ trên tập số phức.

Lời giải.

.....

○ Vấn đề 3. Xác định số phức bằng cách giải hệ phương trình

Gọi $z = a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$

1. Nếu đề bài cho dạng hai số phức bằng nhau, ta áp dụng một trong hai công thức sau:

$$\bullet a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases} \quad \bullet a + bi = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

2. Nếu đề bài cho phương trình ẩn z và kèm theo một trong các ẩn $\bar{z}, |z|, \dots$. Ta thay $z = a + bi$ vào điều kiện đề cho, đưa về "hai số phức bằng nhau". Chú ý:

$$\bullet \bar{z} = a - bi \quad \bullet |z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \bullet z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2 \quad \bullet z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$$

3. Nếu đề cho z thỏa hai điều kiện riêng biệt thì từ 2 điều kiện đó, ta tìm được hệ phương trình liên quan đến a, b . Giải tìm a, b .

Ví dụ 9. Tìm các số thực x, y biết $(2x + 3y + 1) + (-x + 2y)i = (3x - 2y + 2) + (4x - y - 3)i$.

Lời giải.

.....

Ví dụ 10. Giải phương trình sau: $z + 2\bar{z} = 2 - 4i$ (*)

Lời giải.

.....

Ví dụ 11. Tìm số phức z thỏa mãn $(3 + i)\bar{z} + (1 + 2i)z = 3 - 4i$.

- A.** $z = 2 + 5i$. **B.** $z = 2 + 3i$. **C.** $z = -1 + 5i$. **D.** $z = -2 + 3i$.

Lời giải.

.....

Ví dụ 12. (THPT Quốc Gia 2017) Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

Lời giải.

.....

Ví dụ 13. Cho số phức $z = a + bi$ (a, b là các số thực) thỏa mãn $z \cdot |z| + 2z + i = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b^2$

- A. $T = 4\sqrt{3} - 2$. B. $T = 3 + 2\sqrt{2}$. C. $T = 3 - 2\sqrt{2}$. D. $T = 4 + 2\sqrt{3}$.

Lời giải.

.....

.....

.....

Ví dụ 14. Xét số phức z thỏa mãn $\begin{cases} |z - i| = |z - 1| \\ |z - 2i| = |z| \end{cases}$. Tính $|z|$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 15. Tìm số phức z thỏa mãn: $|z| = \sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 16. (THPT Quốc Gia 2017) Tìm số phức z thỏa mãn $|z - 3i| = 5$ và $\frac{z}{z - 4}$ là số thuần ảo.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 2

Câu 1. Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z = 5i + 15$. Tìm phần ảo số phức liên hợp của z .

- A. -5 . B. 5 . C. $-5i$. D. $5i$.

Câu 2. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z = 14 - 2i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của \bar{z} .

- A. -2 . B. 14 . C. 2 . D. -14 .

Câu 3. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $z(2-i) + 13i = 1$.

- A. $|z| = \sqrt{34}$. B. $|z| = 34$. C. $|z| = \frac{5\sqrt{34}}{3}$. D. $|z| = \frac{\sqrt{34}}{3}$.

Câu 4. Tìm modun của số phức z thỏa $(-1+3i).z = 7+5i$.

- A. $|z| = \frac{185}{25}$. B. $|z| = \frac{\sqrt{290}}{5}$. C. $|z| = \frac{\sqrt{185}}{4}$. D. $|z| = \frac{\sqrt{185}}{5}$.

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn $z(3+2i) + 14i = 5$. Tìm mô-đun của số phức z .

- A. $|z| = \sqrt{17}$. B. $|z| = \sqrt{5}$. C. $|z| = \sqrt{15}$. D. $|z| = \sqrt{7}$.

Câu 6. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3+i)\bar{z} = 15 - 5i$. Khi đó phần thực và phần ảo của số phức lần lượt là

- A. 4 và 3 . B. 4 và $3i$. C. 4 và $-3i$. D. 4 và -3 .

Câu 7. Tìm mô-đun của số phức z biết $\bar{z}(1+3i) + 5i = 3$

- A. $|z| = \frac{\sqrt{85}}{5}$. B. $|z| = \frac{13}{5}$. C. $|z| = \frac{\sqrt{97}}{5}$. D. $|z| = \frac{7}{5}$.

Câu 8. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $z + (i-2)z = 2 + 3i$. Gọi M là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Tìm tọa độ điểm M .

- A. $M\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. B. $M\left(-\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. C. $M\left(-\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. D. $M\left(\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}\right)$.

Câu 9. Cho số phức z thỏa mãn $iz + 2 - i = 0$. Tính khoảng cách từ điểm biểu diễn của z trên mặt phẳng tọa độ Oxy đến điểm $M(3, -4)$.

- A. $2\sqrt{10}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 10. Phần ảo của số phức z thỏa mãn $(3+2iz)(1+i) = -7+5i$ là

- A. 3 . B. 1 . C. 2 . D. 4 .

Câu 11. Phần thực của số phức z thỏa mãn $(1+i)^2(2-i)z = 8+i + (1+2i)z$ là

- A. 2 . B. -3 . C. -6 . D. -1 .

Câu 12. Tính môđun của số phức z thỏa mãn $\frac{(1+2i)z}{3-i} = \frac{1}{2}(1+i)^2$.

- A. $|z| = \sqrt{2}$. B. $|z| = \sqrt{3}$. C. $|z| = 2$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

Câu 13. Cho số phức z thỏa mãn $1 + iz = \frac{z}{1-i}$. Tính mô-đun của z .

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{2}$. C. 1 . D. $\sqrt{10}$.

Câu 14. Phần thực của số phức z thỏa $(1+i)^2(2-i)z = 8+i + (1+2i)z$ là

- A. -3 . B. -1 . C. -6 . D. 2 .

Câu 15. Cho số phức z thỏa mãn $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$. Tính môđun của số phức $\omega = z + 1 + i$.

- A. 3 . B. 5 . C. 4 . D. 8 .

Câu 16. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3 + 2i)z + (2 - i)^2 = 4 + i$. Tìm phần ảo của số phức $\omega = (1 + z)\bar{z}$.

- A. -2. B. 0. C. -1. D. -i.

Câu 17. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Tính $z_1^2 + z_2^2$.

- A. 1. B. -19. C. -1. D. 19.

Câu 18. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $4z^2 - 8z + 5 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 2. D. $\sqrt{5}$.

Câu 19. Gọi z_1 và z_2 lần lượt là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $F = |z_1| + |z_2|$.

- A. 10. B. $2\sqrt{5}$. C. 3. D. 6.

Câu 20. Phương trình $z^2 - 3z + 2m = 0$ không có nghiệm thực khi và chỉ khi

- A. $m > \frac{9}{8}$. B. $m < \frac{9}{8}$. C. $m \geq \frac{9}{8}$. D. $m \leq \frac{9}{8}$.

Câu 21. Phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm phức là $z = 1 + 2i$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. -3. B. 3. C. -4. D. 0.

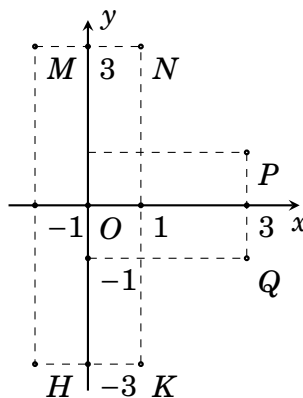
Câu 22. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ nhận số phức $z = 1 + i$ làm nghiệm. Tính tổng $S = 2a^2 + 3b^2$.

- A. 10. B. 20. C. 40. D. 12.

Câu 23. Trên mặt phẳng phức, gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn z_1, z_2 , trong đó z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 13 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng MN .

- A. 12. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 24. Trong hình vẽ bên, những điểm nào biểu diễn các nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 10 = 0$?



- A. P, Q. B. M, H. C. N, P. D. N, K.

Câu 25. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Đặt $w = (1 + z_1)^{100} + (1 + z_2)^{100}$. Khi đó

- A. $w = -2^{51}i$. B. $w = -2^{51}$. C. $w = 2^{51}$. D. $w = -2^{50}i$.

Câu 26. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tính giá trị của biểu thức $T = |z_1| + |z_2| + |z_3| + |z_4|$.

- A. $T = 5$. B. $T = 5\sqrt{2}$. C. $T = 3\sqrt{2}$. D. $T = \sqrt{2}$.

Câu 27. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm phức của phương trình $2z^4 - 3z^2 - 2 = 0$. Tổng $T = |z_1|^2 + |z_2|^2 + |z_3|^2 + |z_4|^2$ bằng

- A. $T = 5$. B. $T = 3\sqrt{2}$. C. $T = \sqrt{2}$. D. $T = 5\sqrt{2}$.

Câu 28. Cho phương trình $z^3 + 8 = 0$ có ba nghiệm z_1, z_2, z_3 . Tính tổng $M = |z_1| + |z_2| + |z_3|$.

- A. $M = 6$. B. $M = 2 + 2\sqrt{3}$. C. $M = 2 + 2\sqrt{10}$. D. $M = 2 + 2\sqrt{2}$.

Câu 29. Gọi A, B, C theo thứ tự là điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, z_3 là nghiệm của phương trình $z^3 - 6z^2 + 12z - 7 = 0$. Tính diện tích S của tam giác ABC .

- A. $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. B. $S = 1$. C. $S = 3\sqrt{3}$. D. $S = \frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 30. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $4z^2 - 24z + 37 = 0$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = iz_0 + 1$?

- A. $M\left(\frac{3}{2}; 3\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2}; 3\right)$. C. $M\left(-\frac{3}{2}; 3\right)$. D. $M\left(-\frac{1}{2}; 3\right)$.

Câu 31. Tìm các số thực x và y thỏa mãn điều kiện $(2x+1)+(3y-2)i=(x+2)+(y+4)i$.

- A. $\begin{cases} x=1 \\ y=-3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=-1 \\ y=3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-1 \\ y=-3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}$.

Câu 32. Cho x, y là hai số thực thỏa mãn $(2x+y)+(x-3y+1)i=-3-4i$. Khi đó giá trị của $4x-5y$ là

- A. -13. B. -8. C. 3. D. -5.

Câu 33. Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x+y-7=(3x-4y-7)i$. Tính giá trị của biểu thức $S=x+2y$.

- A. $S=1$. B. $S=12$. C. $S=-9$. D. $S=9$.

Câu 34. Tìm các số thực x, y biết $i(1+xi+y+2i)=0$.

- A. $x=2, y=1$. B. $x=-2, y=-1$. C. $x=0, y=0$. D. $x=-1, y=-2$.

Câu 35. Tìm tất cả các số thực x, y sao cho $x^2-1+yi=-1+2i$.

- A. $x=-\sqrt{2}, y=2$. B. $x=0, y=2$. C. $x=\sqrt{2}, y=-2$. D. $x=\sqrt{2}, y=2$.

Câu 36. Gọi x, y là hai số thực thỏa mãn $\frac{x+yi}{1-i}=3+2i$ (với i là đơn vị ảo). Tính $P=x.y$.

- A. $P=5$. B. $P=-5$. C. $P=1$. D. $P=-1$.

Câu 37. Tìm số phức z thỏa mãn $\bar{z}+\frac{2i}{z}=2$.

- A. $z=2i$. B. $z=i$. C. $z=1+i$. D. $z=1-i$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $5\bar{z}+3-i=(-2+5i)z$. Tính $P=|3i(z-1)^2|$

- A. 144. B. $3\sqrt{2}$. C. 12. D. 0.

Câu 39. Cho số phức $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z+2\bar{z}=6+i$. Giá trị của biểu thức $a+2b$ là

- A. 1. B. 0. C. -1. D. 3.

Câu 40. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z+2i\bar{z}=5+3i$. Tính tổng phần thực và phần ảo của số phức $w=z+2\bar{z}$.

- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 41. Tìm mô-đun của số phức z thỏa điều kiện $(1+2i).z-3\bar{z}=-14+22i$.

- A. $|z|=7$. B. $|z|=25$. C. $|z|=5$. D. $|z|=49$.

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z+\bar{z}=3+i$. Tính mô-đun số phức $\omega=|iz+2i+1|$.

- A. 3. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 43. Tính mô-đun của số phức z thỏa mãn $3z.\bar{z}+2017(z-\bar{z})=12-2018i$.

- A. $|z|=2$. B. $|z|=\sqrt{2017}$. C. $|z|=4$. D. $|z|=\sqrt{2018}$.

Câu 44. Số phức z thỏa mãn $z-(2+3i)\bar{z}=1-9i$ là

- A. $z=-2+i$. B. $z=-2-i$. C. $z=2-i$. D. $z=2+i$.

Câu 45. Cho số phức $z=a+bi$, ($a; b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(2+3i)z-2=\bar{z}-5i$. Tính giá trị của biểu thức $P=2a+6b$.

- A. $P=-5$. B. $P=-7$. C. $P=7$. D. $P=5$.

Câu 46. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+1|=|z-1|=\sqrt{5}$?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 47. Cho z là số phức có phần thực là số nguyên và $|z| - 2\bar{z} = -7 + 3i + z$. Tính môđun của số phức $w = 1 - z + z^2$.

- A. $|w| = \sqrt{37}$. B. $|w| = \sqrt{457}$. C. $|w| = \sqrt{425}$. D. $|w| = \sqrt{445}$.

Câu 48. Xét số phức z thỏa mãn $2iz = (i - 1)|z| - (1 + i)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $|z| = \sqrt{2}$. B. $|z| = 2$. C. $|z| = 2\sqrt{2}$. D. $|z| = 1$.

Câu 49. Tìm số phức z thỏa mãn $|z| = |z + 1|$ và $|z| = |z + i|$.

- A. $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. B. $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. C. $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. D. $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$.

Câu 50. Hỏi có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z| = 2\sqrt{2}$ và z^2 là số thuần ảo?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 51. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ là số thuần ảo.

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 52. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 3i| = \sqrt{13}$ và $\frac{z}{z+2}$ là số thuần ảo?

- A. Vô số. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 53. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 5$ và $|z + 3| = |z + 3 - 10i|$. Tìm số phức $w = z - 4 + 3i$.

- A. $w = -3 + 8i$. B. $w = 1 + 3i$. C. $w = -1 + 7i$. D. $w = -4 + 8i$.

Câu 54. Có bao nhiêu số phức $z = x + yi$ thỏa mãn hai điều kiện $|z + 1 - i| + 10 = |z|$ và $\frac{x}{y} = -\frac{1}{2}$.

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 55. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời các điều kiện $|z - 2| = 2$ và $(2 + i)(\bar{z} - 2)$ có phần ảo bằng -2 ?

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

Câu 56. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời điều kiện $|z \cdot \bar{z} + 5z| = 6$, $|z| = 3$?

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 57. Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$ và $z \cdot \bar{z} = 25$.

- A. $z = 4i$ và $z = 5$. B. $z = 3 + 4i$ và $z = 5$.
C. $z = 2 + 4i$ và $z = 4$. D. $z = 3 - 4i$.

Câu 58. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn đồng thời $|z|^2 + 2z\bar{z} + |\bar{z}|^2 = 8$ và $z + \bar{z} = 2$?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

Câu 59. Cho các số phức z_1, z_2 khác 0 và thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2|z_1| = |z_2|$. Phần thực của số phức $w = \frac{z_1}{z_2}$ là

- A. $\frac{1}{4}$. B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $-\frac{1}{8}$.

Câu 60. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa điều kiện $|z - 2i| = \sqrt{2}|iz + 1|$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{3}$. Giá trị của $P = |z_1 + z_2|$ là

- A. $P = 2$. B. $P = 1$. C. $P = \sqrt{5}$. D. $P = \sqrt{3}$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM 2

1. A	2. B	3. A	4. D	5. A	6. A	7. A	8. D	9. A	10. C
11. A	12. A	13. B	14. D	15. B	16. C	17. C	18. A	19. B	20. A
21. B	22. B	23. C	24. D	25. B	26. C	27. A	28. A	29. D	30. A
31. D	32. A	33. D	34. B	35. B	36. B	37. C	38. C	39. B	40. D
41. C	42. A	43. A	44. C	45. B	46. B	47. B	48. D	49. A	50. A
51. D	52. D	53. D	54. C	55. B	56. B	57. B	58. A	59. C	60. C

Ví dụ 4. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = 1$.

Lời giải.

.....

Ví dụ 5. Cho các số phức z thỏa mãn $|zi - (2 + i)| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

Lời giải.

.....

Ví dụ 6. Cho các số phức z thỏa mãn $|\bar{z} - 1| + |z - 1| = 2$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

Lời giải.

.....

Ví dụ 7. Gọi (H) là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $1 \leq |z - 1| \leq 2$ trong mặt phẳng phức. Tính diện tích hình (H) .

- A. 2π . B. 3π . C. 4π . D. 5π .

Lời giải.

.....

Ví dụ 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (H) là phần mặt phẳng chứa các điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $\frac{z}{16}$ và $\frac{16}{z}$ có phần thực và phần ảo đều thuộc đoạn $[0; 1]$. Tính diện tích S của (H) .

- A. $S = 256$. B. $S = 64\pi$. C. $S = 16(4 - \pi)$. D. $S = 32(6 - \pi)$.

Lời giải.

.....

○ Vấn đề 2. Max- min của mô-đun số phức

Các phương pháp thường dùng:

1. Tính toán mô-đun theo một ẩn, sau đó dùng khảo sát hàm số.
2. Dùng bất đẳng thức:

- Cauchy: Với a_1, a_2, \dots, a_n là các số thực không âm, ta luôn có:

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$$

Dấu "=" xảy ra khi $a_1 = a_2 = \dots = a_n$.

- Bunhiacopxki: $(a_1 b_1 + a_2 b_2)^2 \leq (a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2)$. Dấu "=" xảy ra khi $\frac{a_1}{b_1} = \frac{a_2}{b_2}$.
- $||z_1| - |z_2|| \leq |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$.

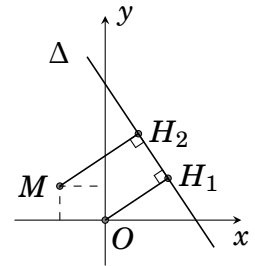
3. Dùng hình học

- Cho $\Delta: ax + by + c = 0$ và điểm $M(x_0; y_0)$. Điểm $H \in \Delta$ sao cho MH nhỏ nhất thì H là hình chiếu vuông góc của M trên Δ .

⊕ $|z|_{\min} = OH_1 = d(O, \Delta) = \frac{|c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

⊕ $|z - (x_0 + y_0i)|_{\min} = MH_2 = d(M, \Delta) = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

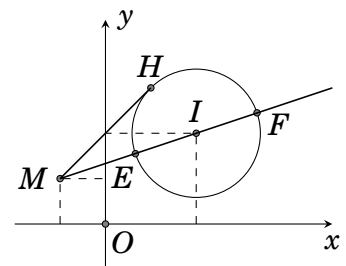
⊕ Tọa độ $H_1 = \Delta \cap OH_1; H_2 = \Delta \cap MH_2$



- Cho (C) có tâm $I(a; b)$, bán kính R và điểm $M(x_0; y_0)$. Xét điểm $H \in (C)$. Khi đó:

⊕ MH_{\min} khi H trùng E . Suy ra: $ME = |IM - R|$;

⊕ MH_{\max} khi H trùng F . Suy ra $MF = |IM + R|$.



Ví dụ 9. Trong tất cả các số z có dạng $z = (a - 3) + (2 - a)i$ với a là số thực, hãy tìm số phức z có mô-đun nhỏ nhất?

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3 + 4i| = 4$. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 11. Xét tất cả các số phức z thỏa mãn $|z + 2 - 2i| = |z - 4i|$. Tìm mô-đun nhỏ nhất của số phức $w = iz + 1$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 12. Với hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 + z_2 = 8 + 6i$ và $|z_1 - z_2| = 2$, tìm giá trị lớn nhất K của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 13. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 1 - i| + |z - 7 - 4i| = 3\sqrt{5}$. Gọi a, b lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z - 5 + 2i|$. Tính $a + b$.

👉 Đáp số: $a + b = 2(\sqrt{5} + \sqrt{10})$

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 3

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của các số phức $z = 5 - bi$, với $b \in \mathbb{R}$ luôn nằm trên đường có phương trình nào trong các phương trình sau đây?

- A. $x = 5$. B. $y = 3$. C. $y = x$. D. $y = x + 3$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ, cho số phức $z = \frac{a}{2} + a^2i$, với $a \in \mathbb{R}$. Khi đó điểm biểu diễn số phức z nằm trên đường có phương trình nào trong các phương trình sau đây?

- A. Parabol $x = \frac{y^2}{2}$. B. Parabol $y = \frac{x^2}{2}$.
C. Đường thẳng $y = \frac{x}{2}$. D. Parabol $y = 4x^2$.

Câu 3. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ biết $|z+2i| = 5$.

- A. Đường tròn $x^2 + (y-2)^2 = 25$. B. Đường tròn $x^2 + (y+2)^2 = 25$.
C. Đường tròn $x^2 + (y+2)^2 = 5$. D. Đường tròn $(x+2)^2 + y^2 = 25$.

Câu 4. Tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z+2-i| = 3$.

- A. Đường tròn tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = 1$.
B. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = \sqrt{3}$.
C. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$.
D. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = 3$.

Câu 5. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z-i| \leq 1$.

- A. Hình tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = 2$. B. Hình tròn tâm $I(0; 1)$, bán kính $R = 1$.
C. Hình tròn tâm $I(0; -1)$, bán kính $R = 1$. D. Hình tròn tâm $I(1; 0)$, bán kính $R = 1$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp các điểm biểu diễn các số phức thỏa mãn điều kiện $|z+1-2i| \leq 2$ là hình tròn có diện tích S bằng

- A. $S = 4\pi$. B. $S = 4\pi^2$. C. $S = 2\pi$. D. $S = 2\sqrt{2}\pi$.

Câu 7. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn $|2-3i^{2017}+z| = 4$ là

- A. đường tròn tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 4$.
B. đường tròn tâm $I(-2; 3)$, bán kính $R = 4$.
C. đường tròn tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 16$.
D. đường tròn tâm $I(-2; 3)$, bán kính $R = 16$.

Câu 8. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|zi - (2+i)| = 2$.

- A. Đường thẳng $x+2y-1=0$. B. Đường thẳng $3x+4y-2=0$.
C. Đường tròn $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$. D. Đường tròn $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

Câu 9. Cho các số phức z thỏa mãn $|(1+i\sqrt{3})z+3-i\sqrt{3}| = 1$. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn đó.

- A. $I(0; \sqrt{3})$. B. $I(0; -\sqrt{3})$. C. $I(\sqrt{3}; 0)$. D. $I(-\sqrt{3}; 0)$.

Câu 10. Gọi (H) là hình gồm các điểm M là biểu diễn hình học của số phức z thỏa mãn $|z+3|^2 + |z-3|^2 = 50$. Tính diện tích S của hình (H) .

- A. $S = 16\pi$. B. $S = 15\pi$. C. $S = 20\pi$. D. $S = 8\pi$.

Câu 11. Cho số phức z có $|z| = 5$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (2 + 3i)z - 5$ trong mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Xác định tọa độ tâm của đường tròn đó.

- A. $I(5;0)$. B. $I(3;1)$. C. $I(0;0)$. D. $I(-5;0)$.

Câu 12. Cho số phức z thay đổi thỏa mãn $|z| = 2$ và $\omega = (1 - 2i)\bar{z} + 3i$. Tập hợp biểu diễn số phức ω là

- A. đường tròn $x^2 + (y + 3)^2 = 20$. B. đường tròn $x^2 + (y - 3)^2 = 20$.
C. đường tròn $(x - 30)^2 + y^2 = 2\sqrt{5}$. D. đường tròn $x^2 + (y - 3)^2 = 2\sqrt{5}$.

Câu 13. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Biết tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (3 - 4i)z - 1 + 2i$ là đường tròn tâm I , bán kính R . Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

- A. $I(-1;5)$, $R = \sqrt{5}$. B. $I(1;-2)$, $R = 5$. C. $I(1;2)$, $R = 5$. D. $I(-1;2)$, $R = 5$.

Câu 14. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1| = 2$ và $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn, tìm bán kính đường tròn đó.

- A. $R = 3$. B. $R = 2$. C. $R = 4$. D. $R = 5$.

Câu 15. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z - i| = 2$. Biết tập các điểm biểu diễn số phức $w = (1 + i\sqrt{3})z + 2$ là đường tròn. Tính bán kính R của đường tròn đó.

- A. $R = 2$. B. $R = 6$. C. $R = 5$. D. $R = 4$.

Câu 16. Cho số phức z và w thỏa mãn $|z| = 3$, $i\bar{w} = (3 + 4i)z - 2i$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức w là một đường tròn. Tính bán kính r của đường tròn đó.

- A. $r = 15$. B. $r = 2$. C. $r = 10$. D. $r = 5$.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn $\left| \frac{(2-i)z - 3i - 1}{z - i} \right| = 4$. Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = \frac{1}{iz + 1}$ trên mặt phẳng tọa độ là một đường tròn. Tìm bán kính R của đường tròn đó.

- A. $R = 4$. B. $R = 4\sqrt{5}$. C. $R = 8$. D. $R = 2\sqrt{2}$.

Câu 18. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 2| + |z - 2| = 8$. Trong mặt phẳng phức tập hợp những điểm biểu diễn cho số phức z là

- A. $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$. B. $(E): \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$.
C. $(C): (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 64$. D. $(C): (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 8$.

Câu 19. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 2| + |z + 2| = 10$.

- A. Đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 100$. B. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$.
C. Đường tròn $(x - 2)^2 + (y + 2)^2 = 10$. D. Elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$.

Câu 20. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 3| = |2i - z|$.

- A. Đường thẳng $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$. B. Đường thẳng $y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{4}$.
C. Đường thẳng $y = -\frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$. D. Đường thẳng $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{4}$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tập hợp các điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z| = |\bar{z} - 3 + 4i|$

- A. Đường thẳng $2x - 3 = 0$. B. Đường thẳng $y - 2 = 0$.
C. Đường thẳng $6x - 8y - 25 = 0$. D. Đường thẳng $6x + 8y - 25 = 0$.

Câu 22. Biết rằng trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 3 + i| = |\bar{z} + 1 - 2i|$ là một đường thẳng. Hãy xác định phương trình của đường thẳng đó.

- A. $8x + 6y + 5 = 0$. B. $8x - 2y - 5 = 0$. C. $8x + 2y - 5 = 0$. D. $8x - 6y - 5 = 0$.

Câu 23. Hãy xác định tập hợp các điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức sao cho $\frac{1}{z-i}$ là số thuần ảo.

- A. Trục tung, bỏ điểm $(0; 1)$. B. Trục hoành, bỏ điểm $(-1; 0)$.
C. Đường thẳng $y = 1$, bỏ điểm $(0; 1)$. D. Đường thẳng $x = -1$, bỏ điểm $(-1; 0)$.

Câu 24. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa $|z - i| = |2 - 3i - z|$.

- A. Đường tròn có phương trình $x^2 + y^2 = 4$.
B. Đường thẳng có phương trình $x - 2y - 3 = 0$.
C. Đường thẳng có phương trình $x + 2y + 1 = 0$.
D. Elip có phương trình $x^2 + 4y^2 = 4$.

Câu 25. Gọi $M(x; y)$ là điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng phức. Tìm tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $(z - 2)(2 + 3i)$ là một số thuần ảo.

- A. Đường thẳng $2x - 3y - 4 = 0$. B. Đường tròn $(x + 1)^2 + y^2 = 1$.
C. Đường tròn đơn vị $x^2 + y^2 = 1$. D. Đường thẳng $x = 2$.

Câu 26. Trong mặt phẳng hệ trục tọa độ Oxy tập T các điểm biểu diễn các số phức z thỏa $|z| = 10$ và phần ảo của z bằng 6.

- A. T là đường tròn tâm O bán kính $R = 10$.
B. $T = \{(8; 6), (-8; 6)\}$.
C. T là đường tròn tâm O bán kính $R = 6$.
D. $T = \{(6; 8), (6; -8)\}$.

Câu 27. Gọi (H) là tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ Oxy biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện: $|\bar{z} - 2z| = 6$. Hình (H) có diện tích là

- A. 24π . B. 8π . C. 12π . D. 10π .

Câu 28. Tìm tất cả các số phức z thỏa mãn $|z + 2i| = \sqrt{5}$ và điểm biểu diễn của z trong mặt phẳng tọa độ thuộc đường thẳng $d: 2x + y - 3 = 0$.

- A. $z = -2 + i$. B. $z = 2 + i$. C. $z = -2 - i$. D. $z = 2 - i$.

Câu 29. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho số phức z thỏa mãn $|z - i| = |z + 3i|$. Tìm tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z .

- A. Một đường thẳng. B. Một đường tròn.
C. Một hyperbol. D. Một elip.

Câu 30. Trong mặt phẳng phức, tập hợp các điểm biểu diễn của số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2| = |i - z|$ là đường thẳng Δ có phương trình

- A. $2x + 4y + 13 = 0$. B. $4x + 2y + 3 = 0$. C. $-2x + 4y - 13 = 0$. D. $4x - 2y + 3 = 0$.

Câu 31. Trong tất cả các số phức có dạng $z = m - 2 + mi$ ($m \in \mathbb{R}$), hãy tìm phần thực của số phức z có mô-đun nhỏ nhất.

- A. 1. B. 2. C. -1. D. 0.

Câu 32. Trong các số phức z thỏa mãn $|2z + \bar{z}| = |z - i|$, tìm số phức có phần thực không âm sao cho $|z^{-1}|$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $z = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{i}{2}$. B. $z = \frac{i}{2}$. C. $z = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{8}$. D. $z = \frac{\sqrt{6}}{8} + \frac{i}{8}$.

Câu 33. Trong các số phức z thỏa mãn điều kiện $(z - 1)(\bar{z} + 2i)$ là số thực. Hãy tìm số phức z có mô-đun nhỏ nhất.

- A. $z = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$. B. $z = \frac{2}{5} - \frac{4}{5}i$. C. $z = -\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$. D. $z = \frac{4}{5} + \frac{2}{5}i$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = |z - 2 + i|$. Đặt $w = z + 2 - 3i$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|w|$.

- A. $\frac{11}{10}$. B. $\sqrt{10}$. C. $\frac{121}{10}$. D. $\frac{11}{\sqrt{10}}$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z + \frac{4i}{z}\right| = 2$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M + m$.

- A. 2. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{13}$. D. $\sqrt{5}$.

Câu 36. Cho số phức $z = a + bi$ với $|z| = 5$ và $b > 0$ sao cho $|(1 + 2i)z^3 - z^5|$ là lớn nhất. Đặt $z^4 = c + di$, tính tổng $c + d$.

- A. 100. B. 85. C. 125. D. 52.

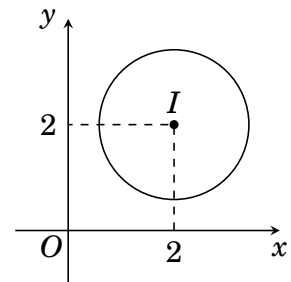
Câu 37. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 1$ và $|z_1 + z_2| = 3$. Tính giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z_1| + |z_2|$.

- A. $T = 8$. B. $T = 10$. C. $T = 4$. D. $T = \sqrt{10}$.

Câu 38.

Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thuộc đường tròn tâm I và bán kính bằng $\sqrt{2}$ như hình bên. Tìm số phức z có mô-đun nhỏ nhất.

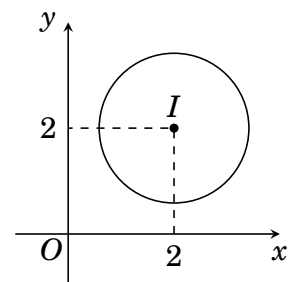
- A. 1. B. $\sqrt{2}$.
C. 2. D. $\sqrt{3}$.



Câu 39.

Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thuộc đường tròn tâm I và bán kính bằng $\sqrt{2}$ như hình bên. Tìm số phức z có mô-đun lớn nhất.

- A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{2}$.
C. 2. D. $2\sqrt{3}$.



Câu 40. Cho số phức z thay đổi thỏa mãn điều kiện $|z - 2 - 3i| = 3$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $|z + 3 + 2i|$. Tính $S = M^2 + m^2$.

- A. $S = 36$. B. $S = 18$. C. $S = 5$. D. $S = 118$.

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + 2i| = \sqrt{5}$. Tìm mô-đun lớn nhất của số phức $w = z + 1 + i$.

- A. $2\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{15}$. C. $2\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{6}$.

Câu 42. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\left| \frac{-2-3i}{3-2i}z + 1 \right| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của $|z|$.

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 43. Cho hai số phức z và w , biết chúng thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $\left| \frac{(1+i)z}{1-i} + 2 \right| = 1$ và $w = iz$. Tìm giá trị lớn nhất của $M = |z - w|$.

- A. $M = 3\sqrt{3}$. B. $M = 3$. C. $M = 3\sqrt{2}$. D. $M = 2\sqrt{3}$.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 4$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z + 2 + i|$. Tính $S = M^2 + m^2$.

- A. 34. B. 82. C. 68. D. 36.

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| + |z + 2| = 6$. Đặt $m = \min|z|$ và $M = \max|z|$. Tính giá trị biểu thức $T = M^2 + 3m^2$.

- A. $T = 17$. B. $T = 32$. C. $T = 21$. D. $T = 24$.

Câu 46. Cho các số phức z thỏa mãn $|z + 4| + |z - 4| = 10$. Gọi M, m theo thứ tự là mô-đun lớn nhất và nhỏ nhất của số phức z . Khi đó $M + m$ bằng

- A. 8. B. 14. C. 12. D. 10.

Câu 47. Trong các số phức z thỏa mãn $|z + 3i| + |z - 3i| = 10$, gọi z_1, z_2 lần lượt là các số phức có mô-đun lớn nhất và nhỏ nhất. Gọi $M(a; b)$ là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm biểu diễn của z_1, z_2 . Tính tổng $T = |a| + |b|$.

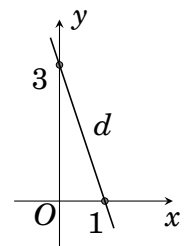
- A. $T = \frac{7}{2}$. B. $T = \frac{9}{2}$. C. $T = 5$. D. $T = 4$.

Câu 48.

Biết tập hợp điểm biểu diễn số phức z thuộc đường thẳng như hình bên.

Tìm mô-đun nhỏ nhất của số phức z .

- A. $\sqrt{10}$. B. $\frac{3}{\sqrt{10}}$.
C. $\sqrt{2}$. D. $\sqrt{3}$.



Câu 49. Cho số phức z có điểm biểu diễn nằm trên đường thẳng $3x - 4y - 3 = 0$. Giá trị $|z|$ nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{2}{5}$.

Câu 50. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $|z|$.

- A. 4. B. $2\sqrt{2}$. C. 10. D. 8.

Câu 51. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng d có phương trình $x - y + 10 = 0$ và hai điểm A, B lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_A = 1 + 3i, z_B = -4 + 2i$. Tìm số phức z sao cho điểm biểu diễn M của nó thuộc đường thẳng d và $MA + MB$ bé nhất.

- A. $z = 9 - i$. B. $z = -5 + 5i$. C. $z = -9 + i$. D. $z = -11 - i$.

Câu 52. Xét số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| + |z - 4 - 7i| = 6\sqrt{2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + i|$. Tính $P = m + M$.

- A. $P = \sqrt{13} + \sqrt{73}$. B. $P = \frac{5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}}{2}$. C. $P = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{73}$. D. $P = \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{73}}{2}$.

Câu 53. Cho số phức z thay đổi, thỏa mãn điều kiện $|z + 3 - 4i| \leq |3 - 4i|$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $F = |z + 1 - 2i|^2 - |\bar{z} - 2 + i|^2$. Hãy tính $P = 2M + m$.

- A. $P = -78 + 10\sqrt{10}$. B. $P = -52$. C. $P = -78 - 10\sqrt{10}$. D. $P = 78 + 10\sqrt{10}$.

Câu 54. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 3| = 2|z|$ và giá trị lớn nhất của $|z - 1 + 2i|$ bằng $a + b\sqrt{2}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính $a + b$.

- A. 4. B. $4\sqrt{2}$. C. 3. D. $\frac{4}{3}$.

Câu 55. Cho số phức z thỏa mãn $|z| \leq 1$. Đặt $A = \frac{2z - i}{2 + iz}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $|A| < 1$. B. $|A| \leq 1$. C. $|A| \geq 1$. D. $|A| > 1$.

Câu 56. Cho số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z^3 + 3z + \bar{z}| - |z + \bar{z}|$.

- A. $\frac{15}{4}$. B. $\frac{3}{4}$. C. $\frac{13}{4}$. D. 3.

Câu 57. Cho số phức z thỏa mãn $\left|iz + \frac{2}{1-i}\right| + \left|iz - \frac{2}{1-i}\right| = 4$. Gọi M và n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z|$. Tính $M.n$.

- A. $M.n = 2$. B. $M.n = 1$. C. $M.n = 2\sqrt{2}$. D. $M.n = 2\sqrt{3}$.

Câu 58. Cho hai số phức z_1 và z_2 thỏa mãn $\begin{cases} |z_1 + 3 - 4i| = 1, \\ |z_2 + 6 - i| = 2 \end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 - z_2|$.

- A. 18. B. $6\sqrt{2}$. C. 6. D. $3\sqrt{2}$.

Câu 59. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $|6 - 3i + iz| = |2z - 6 - 9i|$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = \frac{8}{5}$. Giá trị lớn nhất của $|z_1 + z_2|$ bằng

- A. $\frac{31}{5}$. B. $\frac{56}{5}$. C. $4\sqrt{2}$. D. 5.

Câu 60. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = \sqrt{5}$. Tính $P = a + b$ khi $|z + 1 - 3i| + |z - 1 + i|$ đạt giá trị lớn nhất.

- A. $P = 10$. B. $P = 4$. C. $P = 6$. D. $P = 8$.

—HẾT—

ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM 3

1. A	2. D	3. B	4. D	5. B	6. A	7. B	8. C	9. A	10. A
11. D	12. B	13. D	14. C	15. D	16. A	17. A	18. A	19. D	20. B
21. D	22. C	23. A	24. B	25. A	26. B	27. C	28. D	29. A	30. B
31. C	32. D	33. D	34. D	35. B	36. C	37. D	38. B	39. A	40. D
41. A	42. B	43. C	44. C	45. D	46. A	47. B	48. B	49. B	50. B
51. B	52. B	53. A	54. A	55. B	56. B	57. C	58. B	59. B	60. A